

Stabilité linéaire d'un écoulement de couche limite autour d'un cylindre circulaire horizontal chauffé en convection mixte placé dans un milieu poreux dans des conditions thermiques variables

S. MOULOU¹, F. NAIT BOUDA², D. SADAOU¹, R. CHERFI¹,
F. MENDIL¹, T. MOHAMADI¹

1. Laboratoire de Mécanique, Matériaux et Energétique (L2ME), Faculté de Technologie, Université de Bejaia, 06000 Bejaia, Algérie.

2. Laboratoire de Physique Théorique (LPT), Faculté des Sciences Exactes, Université de Bejaia, 06000 Bejaia, Algérie.

Résumé :

Dans cet article, nous avons effectué une analyse de l'influence de petites perturbations tridimensionnelles sur la stabilité d'un écoulement de couche limite à convection mixte bidimensionnelle au-delà d'un cylindre circulaire horizontal chauffé avec un jet circulant verticalement. Le cylindre est maintenu à un flux de chaleur et placé dans milieu poreux. Les équations différentielles de l'écoulement de base sont résolues numériquement par une méthode implicite de Keller Box. La stabilité linéaire est ensuite analysée en utilisant la technique des petites perturbations. Le problème de valeur propre qui en résulte est ensuite résolu numériquement par la méthode pseudo-spectrale basé sur les polynômes de Laguerre. Nous avons analysé les effets de divers paramètres sur la stabilité des couches limites. Les résultats sont présentés sous forme de courbes de stabilité neutres. Ces résultats peuvent être résumés globalement comme suit : (i) nous avons remarqué que la stabilité de l'écoulement diminue brutalement dans la partie supérieure de la surface du cylindre, tandis que la partie inférieure est plus stable. (ii) nous avons remarqué que l'effet thermique déstabilise davantage l'écoulement. (iii) nous avons également remarqué que le milieu poreux et le transfert de masse stabilisent davantage de l'écoulement.

Mots-clés : Instabilité, convection mixte, couche limite, cylindre horizontal, milieu poreux. Keller-box.

1. Introduction

L'écoulement de couche limite en convection mixte autour d'un corps cylindrique placé dans un milieu poreux, se produit dans de nombreuses applications de l'ingénierie. De nombreuses recherches ont été rapportées sur le sujet en raison de son intérêt pratique dans le domaine de la biologie, l'océanographie, la géologie, la mécanique, la chimie et le génie civil. Une étude bibliographique à ce sujet a révélé que les premiers qui ont commencé à étudier l'évolution des couches limites autour d'un cylindre horizontal circulaire en convection mixte sont Merkin et Ping [1, 2], ils ont trouvé

numériquement que le chauffage du cylindre retarde la séparation des couches limites. Par la suite, plusieurs études ont été effectuées avec différentes approches et pour divers aspects et configurations physiques [3-8]. Les recherches concernant l'écoulement de couche limite le long d'un cylindre circulaire horizontal dans un milieu poreux avec transfert de chaleur et de masse sont en croissance continue, des études représentatives traitant de ces effets ont été rapportées dans les Refs [9-12]. Cependant, plusieurs auteurs tentent d'étudier certains effets en présence d'un transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux. ils ont étudié également les effets du rayonnement sur l'écoulement et le transfert de chaleur au-delà d'un cylindre circulaire horizontal dans un milieu poreux [13, 14]. Madhavi et al. [15] ont analysé l'effet du nombre de Biot sur le transfert thermique du fluide non newtonien MHD autour d'un cylindre circulaire horizontal. Ils ont remarqué aussi qu'avec l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base, le taux de transfert de chaleur est amélioré et le type de nanofluide est un facteur clé pour améliorer le transfert thermique. De plus, une augmentation des valeurs des paramètres des nanofluides, des paramètres de perméabilité et du coefficient de Lewis, entraînent une diminution du nombre de Nusselt local et une augmentation à la fois du coefficient de frottement à la paroi et du nombre de Sherwood local.

Un examen approfondi de la littérature a révélé que la couche limite qui se développe sur un cylindre chauffé est bien modélisée dans des configurations idéales (parois lisses, aucune perturbation externe, etc.). En réalité, les perturbations se superposent à l'écoulement idéal. Lorsque les perturbations s'amplifient, la nature de l'écoulement est profondément modifiée. Pour les jets impactant sur une paroi plane, plusieurs études ont effectué pour déterminées les situations critiques pour que les instabilités apparaissent dans l'écoulement, Refs [16-18]. Les résultats indiquent que l'effet thermique déstabilise l'écoulement, tandis que les champs magnétiques agissent pour augmenter sa stabilité. Plus récemment, Nait Bouda et al. [19] ont examiné les effets du transfert de masse sur l'instabilité thermique au point de stagnation, ils ont découvert par le calcul des courbes de stabilité neutres que le paramètre du rapport de flottabilité des nanofluides agit pour augmenter la stabilité de l'écoulement de base, cependant le nombre de Lewis agit pour l'augmenter ou la diminuer. Bien avant, Criminal et al. [20] et Theofilis et al. [21] ont étendu le modèle de Görtler-Hammerlin pour analyser l'évolution d'une stabilité tridimensionnelle d'un écoulement de stagnation. Malik [22] a développé et comparé diverses méthodes numériques pour la résolution des équations compressibles de stabilité.

L'objectif des études de stabilité est précisément de prédire l'évolution des perturbations et de déterminer les conditions critiques d'apparition des instabilités. Afin de révéler les mécanismes des instabilités, de contrôler la laminarité des couches limites et d'avoir la capacité de provoquer ou d'éviter l'instabilité de l'écoulement dans différentes applications industrielles.

2. Ecoulement de base

On considère un écoulement de couche limite en convection mixte autour d'un cylindre horizontal chauffé de vitesse (U_∞), de température (T_∞) et de concentration (C_∞), le fluide de base est rempli des nanofluides. La direction de l'écoulement est de bas vers le haut impactant un cylindre horizontal de température (T_w) et de rayon (a), placé dans un milieu poreux, on suppose que la température et la concentration (T_w, C_w) sont uniformes sur toute la surface du cylindre. L'écoulement est considéré laminaire, bidimensionnel et stationnaire d'un fluide incompressible et newtonien. Selon ces hypothèses, les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement selon x , d'énergie et des espèces avec les conditions aux limites en coordonnées cylindrique ($y=r, x=\theta$) peuvent être exprimées comme suit :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \bar{u}_e \frac{\partial \bar{u}_e}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\nu}{K} (\bar{u}_e - \bar{u}) + \left[(1 - C_\infty) g \beta (T - T_\infty) - \left(\frac{\rho_p}{\rho_{f\infty}} \right) g (C - C_\infty) \right] \sin \left(\frac{x}{a} \right) \quad (2)$$

$$\bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial C}{\partial y} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (4)$$

Les conditions aux limites sont :

$$y = 0, u = v = 0, k_m \frac{\partial T}{\partial y} = h_f (T_f - T), C = C_w$$

$$y \rightarrow \infty, u \rightarrow u_e(x), T \rightarrow T_\infty, C \rightarrow C_\infty \quad (5)$$

Dans les équations ci-dessus u et v sont respectivement les composantes de vitesse dans les directions x et y , tel que x est tangent à la surface du cylindre, tandis que l'axe y est normal à la surface. T est la température, C représente la concentration. Les indices w et e représentent respectivement les conditions à la paroi et l'extérieure de la couche limite. Les constantes g , ρ , ν , β , D_m et α_m sont respectivement l'accélération de la pesanteur, la densité, la viscosité cinématique, le coefficient de dilatation thermique, la diffusivité de masse et la diffusion thermique du fluide. K est la perméabilité du milieu poreux.

La fonction de courant ψ est définie par sa formule habituelle $u = \partial \psi / \partial y$ et $v = -\partial \psi / \partial x$, l'équation de continuité est automatiquement satisfaite. Afin d'écrire les équations précédentes et les conditions aux limites sous la forme adimensionnelle, les grandeurs non dimensionnelles (6) suivantes sont introduites dans le système d'équations.

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{a} (R_e)^{1/2}, \quad u = \frac{\bar{u}}{U_\infty}, \quad v = R_e^{1/2} (\bar{v} / a), \quad u_e(\xi) = \bar{u}_e(x) / U_\infty, \quad \psi = \xi f(\xi, \eta) \quad (6)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_f - T_\infty}, \quad \phi(\xi, \eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, \quad R_e = \frac{U_\infty a}{\nu}$$

On obtient les équations aux dérivées partielles suivantes (où le Prime indique une différenciation partielle par rapport à η) :

$$f''' + ff'' - f'^2 + \frac{\sin \xi \cos \xi}{\xi} + \lambda \frac{\sin \xi}{\xi} (\theta - Nr\phi) + E \left(\frac{\sin \xi}{\xi} - f' \right) = \xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (7)$$

$$\theta'' + Pr f \theta' = Pr \xi \left(f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (8)$$

$$\phi'' + Le Pr f \phi' = \xi Le Pr \left(f' \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \phi' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (9)$$

Les conditions limites transformées sans dimension sont réduites à :

$$\eta = 0, \quad f = f' = 0, \quad \theta'(0) = -Bi [1 - \theta(0)], \quad \phi(0) = 1 \quad (10)$$

$$\eta \rightarrow \infty, \quad f' \rightarrow \frac{\sin \xi}{\xi}, \quad \theta \rightarrow 0, \quad \phi \rightarrow 0 \quad (11)$$

Avec λ est le paramètre de convection mixte, Gr est le nombre Grashof, E est le paramètre de perméabilité (paramètre du milieu poreux), Nr est le rapport de flottabilité des nanofluides, Bi est le nombre de Biot, Pr est le nombre Prandtl et Le est le nombre Lewis :

$$\lambda = \frac{(1-\phi_\infty)g\beta(T_f - T_\infty)}{U_\infty^2} = \frac{Gr}{Re^2}, Gr = \frac{(1-\phi_\infty)g\beta(T_f - T_\infty)a^3}{\nu^2} \quad (12)$$

$$Nr = \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty})(\phi_w - \phi_\infty)}{(1-\phi_\infty)\rho_{f\infty}\beta(T_f - T_\infty)}, Pr = \frac{\nu}{\alpha_m}, Le = \frac{\alpha_m}{D_m}, Bi = \frac{h_f a}{Re^{1/2}\lambda_m}, E = \frac{\nu a}{U_\infty K}$$

Le coefficient de frottement à la paroi C_f , le nombre Nusselt local Nu et le nombre Sherwood Sh sont les grandeurs physiques de la paroi du cylindre, qui peuvent être définies avec les expressions suivantes :

$$C_f = -\frac{a}{U_\infty} Re^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right)_{\eta=0} = \xi f''(\xi, 0) \quad (13)$$

$$Nu = -\frac{a}{(T_w - T_\infty)} Re^{-1/2} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = -\theta'(\xi, 0) \quad (14)$$

$$Sh = -\frac{a}{(\phi_w - \phi_\infty)} Re^{-1/2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = -\phi'(\xi, 0)$$

(15)

Le système d'équations (7-9) est résolu numériquement en utilisant la méthode de Keller-box de Cebeci et Bradshaw [23]. Cette méthode a été appliquée avec succès dans de nombreux problèmes d'écoulement de couche limite ces dernières années et elle est considérée comme l'une des méthodes numériques les plus puissantes dans la mécanique des fluides en raison de sa stabilité inconditionnelle et de sa précision exceptionnelle.

3. Analyse de stabilité linéaire

Afin de déterminer les conditions critiques d'apparition des instabilités, une analyse tridimensionnelle de la stabilité linéaire de l'écoulement de base au du point de stagnation est réalisée en adoptant la technique des petites perturbations, c'est-à-dire qu'on considère qu'il y a des petites perturbations dans la couche limite. L'écoulement instantané est décomposé en une superposition de l'écoulement de base (q) et d'une perturbation (\tilde{q}) comme suit :

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{\theta}, \tilde{\phi})(\xi, \eta, z, t) = (u, v, w, p, \theta, \phi)(\xi, \eta) + (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{\theta}, \tilde{\phi})(\xi, \eta, z, t) \quad (16)$$

En introduisant la décomposition (16) dans les équations tout en négligeant les termes non linéaires devant les termes linéaires des perturbations. Les perturbations peuvent être exprimées sous forme de mode normaux de type Görtler-Hämmerlin, Malik [22], donnés par :

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{\theta}, \tilde{\phi})(\xi, \eta, z, t) = (\hat{\xi}\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{\theta}, \hat{\phi})(\eta) \exp(ikz + \omega t) \quad (17)$$

Puisque l'approche de stabilité temporelle est choisie dans cette étude, le nombre d'ondes k est considéré comme réel et la fréquence ω est complexe. Les amplitudes des perturbations regroupées dans le vecteur $\hat{q}(\eta)$ qui seront alors les inconnues du nouveau système d'équations à résoudre qui est le suivant :

$$\hat{u} + D\hat{v} + ik\hat{w} = 0 \quad (18)$$

$$\left(D^2 + \left(f + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) D - \left(2f' + \xi \frac{\partial f'}{\partial \xi} \right) - k^2 - E \right) (\hat{u}) - f''(\hat{v}) + \lambda \sin \xi (\hat{\theta}) - \lambda Nr \sin \xi (\hat{\phi}) = \omega \hat{u} \quad (19)$$

$$\xi \left(2 \frac{\partial f}{\partial \xi} + \xi \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \right) (\hat{u}) + \left(D^2 + \left(f + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) D + \left(f' + \xi \frac{\partial f'}{\partial \xi} \right) - k^2 \right) (\hat{v}) - D\hat{P} - \lambda \cos \xi (\hat{\theta}) + \lambda Nr \cos \xi (\hat{\phi}) = \omega \hat{v} \quad (20)$$

$$\left(D^2 + \left(f + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) D - k^2 \right) \hat{w} + ik\hat{P} = \omega \hat{w} \quad (21)$$

$$-Pr \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} (\hat{u}) - Pr \theta'(\hat{v}) + \left(D^2 + Pr \left(f + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) D - k^2 \right) (\hat{\theta}) = Pr \omega \hat{\theta} \quad (22)$$

$$-Le Pr \xi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} (\hat{u}) - Le Pr \phi'(\hat{v}) + \left(D^2 + \left(f + \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) Le Pr D - k^2 \right) \hat{\phi} = Le Pr \omega \hat{\phi} \quad (23)$$

Les perturbations s'annulent à la paroi du cylindre et à l'extérieure de la couche limite de la couche limite, ce qui entraîne aux conditions aux limites suivantes

$$\begin{aligned} \hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{p} = \hat{\theta} = \hat{\phi} = 0 \quad \eta = 0 \\ \hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{p} = \hat{\theta} = \hat{\phi} = 0 \quad \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (24)$$

Le système d'équations avec un problème aux valeurs propres (18-23), qui décrit le problème de stabilité, a été discrétisé en utilisant une méthode pseudo-spectrale basée sur les polynômes de Laguerre. Plusieurs auteurs ont utilisé cette méthode dans l'étude de stabilité [16-19], notamment en raison de sa très grande précision à la paroi ou à l'intérieur de l'épaisseur de la couche limite, où les gradients de vitesse et de température sont très élevés. Les détails de l'utilisation de cette méthode sont bien décrits par Nait Bouda et al. [19]. La procédure numérique donne lieu à un système algébrique de valeurs propres sous la forme suivante :

$$\mathbf{A}(Pr, Le, Nt, E, k, \xi) * \hat{\mathbf{q}} = \omega \mathbf{B}(Pr, Le, k) * \hat{\mathbf{q}} \quad (25)$$

4. Résultats et discussion

Une étude paramétrique numérique complète est réalisée et des calculs numériques ont été effectués pour différents paramètres, les résultats sont présentés sous forme de graphiques. Il est intéressant de noter que les études précédentes sur les écoulements autour d'un cylindre chauffé n'ont pas examiné l'effet de ces paramètres (Ri , Nr , E , Bi) sur la stabilité des couches limites autour du cylindre. Tout d'abord, en ce qui concerne l'écoulement de base, les résultats présentés à la figure 1 confirment ceux obtenus dans des études antérieures [1, 7, 9], indiquant que l'augmentation des nombres de Richardson et Lewis augmente les gradients de concentration et de température du fluide. Par conséquent, ils provoquent une diminution de l'épaisseur des couches limites, mais l'effet du nombre de Lewis sur la concentration est plus important que sur la température.

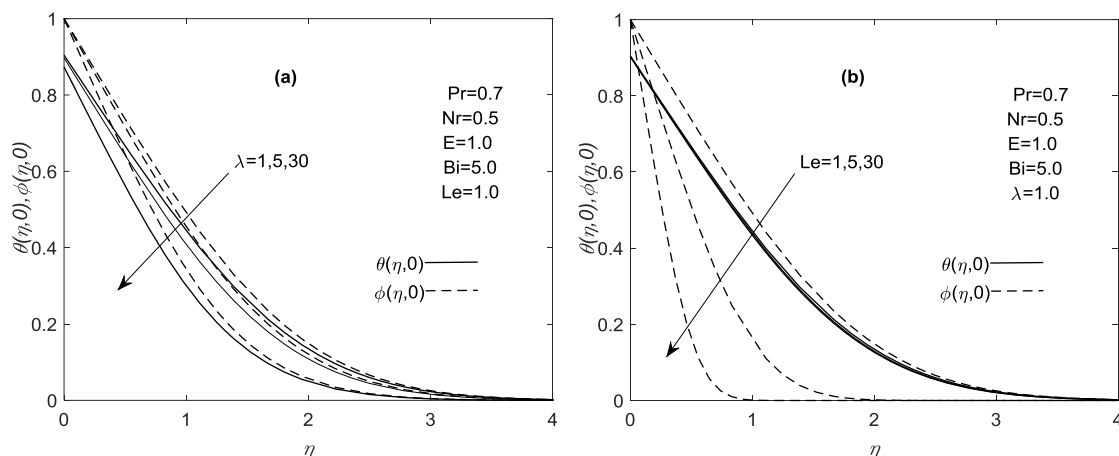


Fig. 1. Effet du nombre de Richardson λ (a) et du nombre de Lewis Le (b) sur les profils de température et de concentration.

Le thème de cette section est d'analyser les effets de divers paramètres qui contrôlent le problème sur la stabilité des couches limites. En ce qui concerne l'analyse de stabilité linéaire, nous avons choisi le nombre de Richardson λ comme un paramètre de contrôle des instabilités et nous avons examiné l'effet de chaque paramètre qui contrôle le problème physique sur la variation des valeurs critiques du nombre de Richardson, les résultats sont présentés sous forme de courbes de stabilité marginale, chaque courbe montre la valeur minimale du nombre de Richardson (λ_c) nécessaire pour que l'état de l'écoulement devienne instable. Si λ est inférieur à (λ_c), l'écoulement sera linéairement stable alors que si λ dépasse cette valeur, l'écoulement sera instable. Puisque nous avons trouvé que la partie supérieure sur la surface du cylindre est très instable même pour des faibles valeurs du nombre Richardson [24]. Dans ce travail, nous allons étudier particulièrement l'apparition des instabilités dans la zone de stagnation inférieure ($\xi = 0$). La figure 2 illustre l'effet du rapport de flottabilité des nanofluides Nr (figure 2a) et du nombre de Biot (figure 2b) sur la valeur critique du nombre de Richardson. On remarque que le nombre critique de Richardson augmente pour des valeurs plus élevées du rapport de flottabilité des nanofluides, c'est-à-dire que son effet stabilise l'écoulement. D'autre part, on remarque que si le nombre de Biot augmente, les valeurs du nombre critique de Richardson diminuent. Cela signifie que l'effet de Bi est déstabilisant. Nous notons également que son effet est négligeable lorsque le nombre de Biot est suffisamment important, dans ce cas ($Bi \rightarrow \infty$), la température du cylindre est constante. L'influence du paramètre de perméabilité E sur l'évolution des courbes de stabilité neutre est illustrée à la figure 3. Les valeurs numériques du nombre critique de Richardson augmentent progressivement avec l'augmentation de E . Il est intéressant de noter ici que le paramètre de perméabilité a un effet stabilisateur sur l'écoulement, parce que les parois des pores vont arrêter le déplacement de particules, ce qui conduit à une augmentation du coefficient de frottement et à l'augmentation de la stabilité des couches limites.

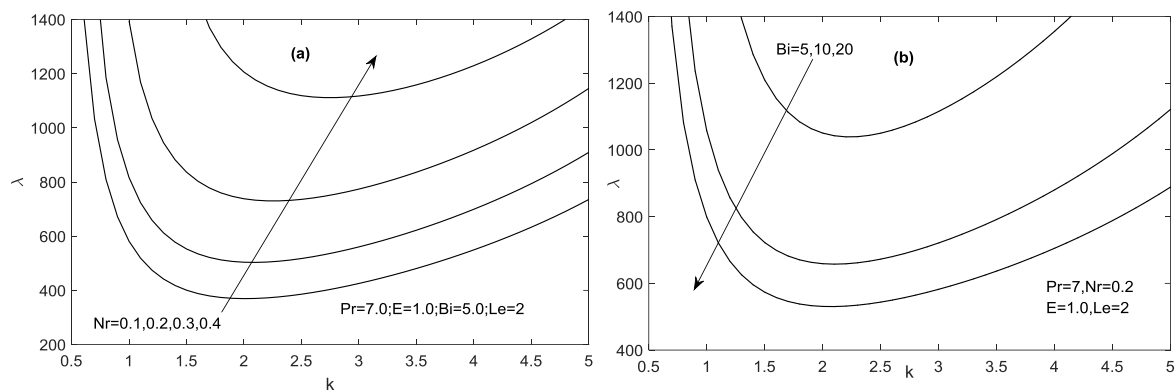


Fig. 2. Courbes de stabilité neutre pour différentes valeurs du rapport de flottabilité des nanofluides Nr (a) et pour différentes valeurs Nombre de Biot Bi (b).

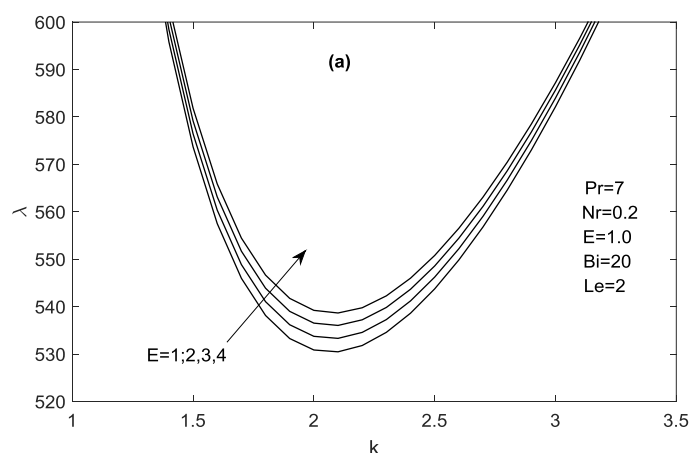


Fig. 3. Courbes de stabilité neutre pour différentes valeurs du paramètre de perméabilité E .

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons examiné la stabilité d'un écoulement de la couche limite en convection mixte en présence du transfert de masse sur un cylindre circulaire horizontal chauffé et placé dans un milieu poreux avec une condition limite convective. Les effets des différents paramètres sur la vitesse, la température et les profils de concentration, le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood sont analysés. Les résultats de la stabilité de l'écoulement de base peuvent être résumé comme suit : (i) on remarque que la valeur critique du nombre de Richardson diminue au fur à mesure que le nombre de Biot Bi augmente, c'est-à-dire que ce paramètre a un effet déstabilisant sur l'écoulement. (ii) nous avons constaté que les valeurs du nombre de Richardson critique augmentent pour des valeurs plus élevées du rapport de flottabilité des nanofluides Nr et du paramètre de perméabilité E . (iii) Il est intéressant de noter que lorsque le nombre de Lewis augmente, le nombre de Richardson critique augmente, c'est-à-dire qu'il faut chauffer plus pour déstabiliser l'écoulement, donc le transfert de masse agit pour réduire l'instabilité comparativement au cas sans transfert de masse.

References

- [1] Merkin, J., Mixed convection from a horizontal circular cylinder. *International journal of heat and mass transfer*, 1977. 20(1): p. 73-77.
- [2] Ping, C., Combined free and forced convection flow about inclined surfaces in porous media. *International journal of heat and mass transfer*, 1977. 20(8): p. 807-814.
- [3] Aldoss, T., Y. Ali, and M. Al-Nimr, MHD mixed convection from a horizontal circular cylinder. *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, 1996. 30(4): p. 379-396.
- [4] Amaouche, M. and J.-L. Peube, Convection mixte autour d'un cylindre horizontal. Influence des variations des propriétés physiques avec la température. *International journal of heat and mass transfer*, 1986. 29(9): p. 1293-1300.
- [5] Badr, H., A theoretical study of laminar mixed convection from a horizontal cylinder in a cross stream. *International journal of heat and mass transfer*, 1983. 26(5): p. 639-653.
- [6] Nazar, R., N. Amin, and I. Pop, Mixed convection boundary-layer flow from a horizontal circular cylinder in micropolar fluids: case of constant wall temperature. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2003. 13(1): p. 86-109.
- [7] Nazar, R., N. Amin, and I. Pop, Mixed convection boundary-layer flow from a horizontal circular cylinder with a constant surface heat flux. *Heat and mass transfer*, 2004. 40(3-4): p. 219-227.
- [8] Salleh, M.Z., R. Nazar, and I. Pop, Mixed convection boundary layer flow over a horizontal circular cylinder with Newtonian heating. *Heat and mass transfer*, 2010. 46(11-12): p. 1411-1418.
- [9] Rashad, A., A. Chamkha, and M. Modather, Mixed convection boundary-layer flow past a horizontal circular cylinder embedded in a porous medium filled with a nanofluid under convective boundary condition. *Computers & Fluids*, 2013. 86: p. 380-388.
- [10] Nazar, R., et al., Mixed convection boundary layer flow from a horizontal circular cylinder embedded in a porous medium filled with a nanofluid. *Transport in porous media*, 2011. 86(2): p. 517-536.
- [11] Sarkar, S., S. Ganguly, and G. Biswas, Mixed convective heat transfer of nanofluids past a circular cylinder in cross flow in unsteady regime. *International journal of heat and mass transfer*, 2012. 55(17-18): p. 4783-4799.
- [12] Valipour, M.S. and A.Z. Ghadi, Numerical investigation of fluid flow and heat transfer around a solid circular cylinder utilizing nanofluid. *International communications in heat and mass transfer*, 2011. 38(9): p. 1296-1304.
- [13] Makanda, G., S. Shaw, and P. Sibanda, Effects of radiation on MHD free convection of a Casson fluid from a horizontal circular cylinder with partial slip in non-Darcy porous medium with viscous dissipation. *Boundary Value Problems*, 2015. 2015(1): p. 75.
- [14] Manjunatha, P., B. Gireesha, and B. Prasannakumara, Effect of radiation on flow and heat transfer of MHD dusty fluid over a stretching cylinder embedded in a porous medium in presence of heat source. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, 2017. 3(1): p. 293-310.
- [15] Madhavi, K., et al., Heat Transfer Analysis of MHD non-Newtonian fluid over a Horizontal Circular Cylinder with Biot number effect. *Research Journal of Science and Technology*, 2017. 9(3): p. 395-399.
- [16] Amaouche, M. and D. Boukari, Influence of thermal convection on non-orthogonal stagnation point flow. *International journal of thermal sciences*, 2003. 42(3): p. 303-310.
- [17] Amaouche, M., F. Nait Bouda, and H. Sadat, The onset of thermal instability of a two-dimensional hydromagnetic stagnation point flow. *International journal of heat and mass transfer*, 2005. 48(21): p. 4435-4445.

- [18] Mendil, F., F. Nait Bouda, and D. Sadaoui, Effect of temperature dependent viscosity on the thermal instability of two-dimensional stagnation point flow. *Mechanics & Industry*, 2015. 16(5): p. 506.
- [19] Nait Bouda, F., et al., Instability of opposing double diffusive convection in 2D boundary layer stagnation point flow. *International journal of thermal sciences*, 2015. 98: p. 192-201.
- [20] Criminale, W.O., T.L. Jackson, and D.G. Lasseigne, Evolution of disturbances in stagnation-point flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994. 270: p. 331-348.
- [21] Theofilis, V., et al., The extended Görtler–Hämmerlin model for linear instability of three-dimensional incompressible swept attachment-line boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003. 487: p. 271-313.
- [22] Malik, M.R., Numerical methods for hypersonic boundary layer stability. *Journal of Computational Physics*, 1990. 86(2): p. 376-413.
- [23] Cebeci, T. and P. Bradshaw, *Physical and computational aspects of convective heat transfer* 2012: Springer Science & Business Media.
- [24] Mouloud, S., Nait-Bouda, F., Sadaoui, D., and Mendil, F. The Onset of Instabilities in Mixed Convection Boundary Layer Flow Over a Heated Horizontal Circular Cylinder. *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, vol. 11, no 5, p. 051002.