Interactions entre lâcher tourbillonnaire et oscillation de surface libre dans une cavité latérale à surface libre

C. PERROT-MINOT^a, E. MIGNOT^b, N. RIVIERE^c, D. LOPEZ^d

a. LMFA, ECL, Univ. Lyon, Ecully, France. Clement.perrot-minot@insa-lyon.fr
b. LMFA, INSA Lyon, Univ. Lyon, Villeurbanne, France. Emmanuel.mignot@insa-lyon.fr
c. LMFA, INSA Lyon, Univ. Lyon, Villeurbanne, France. Nicolas.riviere@insa-lyon.fr
d. LMFA, INSA Lyon, Univ. Lyon, Villeurbanne, France. Diego.lopez@insa-lyon.fr

Résumé :

Les cavités latérales en écoulement à surface libre présentent une forte couche de mélange à l'interface entre l'écoulement principal et la cavité adjacente. Sous certaines conditions, et notamment un fort nombre de Froude de l'écoulement principal, une oscillation de surface libre a lieu sous forme d'une onde stationnaire, soit longitudinale au sein de la cavité, soit transverse à travers la cavité et l'écoulement principal. On se trouve alors dans le cas d'une couche de mélange affectée par un écoulement oscillant. L'objectif est alors de caractériser la dynamique tourbillonnaire (et notamment la fréquence de génération et la trajectoire des tourbillons) dans la couche de mélange. Il apparaît que, pour les deux types d'oscillation de surface libre, la génération des tourbillons au coin amont et la disparition des tourbillons au coin aval sont en phase avec l'oscillation de la surface libre. De plus, cette oscillation de surface libre tend à fortement affecter l'écoulement à proximité de la couche de mélange et à infléchir la trajectoire des tourbillons vers la cavité.

Abstract :

An open-channel lateral cavity adjacent to a main stream exhibits a strong mixing layer at the mainstream / cavity interface. Under certain conditions, and in particular with a large Froude number of the main flow, the free surface oscillates in the form of a standing wave, either longitudinal within the cavity, or transverse throughout the cavity and the main channel. We thus face a mixing layer affected by an oscillating flow. The objective of the present work is then to characterize the vortex dynamics (and in particular the shedding frequency and the trajectory of the vortices) in the mixing layer. It appears that for both types of free surface oscillation (longitudinal & transverse), the generation of vortices at the upstream corner and the disappearance of vortices at the downstream corner of the cavity are in phase with the oscillation of the free surface. In addition, this free surface oscillation tends to strongly affect the flow in the mixing layer region and to deflect the trajectory of the vortices towards the cavity.

Mots clefs : Couche de mélange, cavité, surface libre, oscillation, ondes stationnaires, tourbillons.

1 Introduction

En mécanique des fluides, une couche de mélange est une forme d'écoulement qui apparaît notamment à l'interface où se rencontrent deux écoulements de vitesses caractéristiques suffisamment différentes, l'exemple le plus simple étant celui où deux écoulements parallèles sont mis en contact soudainement à l'aval d'une fine plaque de séparation (Wygnanski et Fiedler 1970; Bell et Mehta 1990; Uijttewaal et Booij 2000; Loucks et Wallace 2012). De nombreuses configurations plus élaborées de couche de mélange ont aussi été étudiées. Parmi elles, les couches de mélange incurvées pour lesquelles l'analyse a lieu dans un repère cylindrique ou de Serret-Frenet, les couches de mélange confinées par une paroi latérale, telle dans une marche descendante, ou confinées par une paroi en dessous, telles les écoulements d'eau peu profonds, ou finalement dans des cavités à géométries plus complexes tels: un décollement au coin d'un obstacle, une cavité, *etc*.

L'axe de la couche de mélange est défini comme le lieu où le gradient transverse de vitesse longitudinale est maximal. Dans le cas des couches de mélange les plus simples, cet axe est libre et tend à s'incurver petit à petit vers l'écoulement le plus lent. Dans le cas de couches de mélange liées à des singularités géométriques (cavités, marche transverse, gradient transverse de rugosité etc...), cet axe tend généralement à suivre la géométrie de la singularité géométrique.

De plus, si le gradient de vitesse est suffisant, des structures cohérentes se développent et créent une allée de Van Karman (Huerre & Monkewitz 1985). Ces tourbillons avancent avec l'écoulement, mais pas forcément à la même vitesse que l'écoulement sous-jacent (Zhang et al.1992; Shaw et al. 1995; Mignot et al. 2016). L'objet du travail présenté ici est ainsi d'étudier une nouvelle configuration de couche de mélange : une couche de mélange ayant lieu dans un écoulement soumis à une forte oscillation de surface libre stationnaire à la frontière d'une cavité latérale à surface libre.

Les cavités latérales en écoulement à surface libre sont des zones mortes (ou zones protégées) fermées sur 3 côtés et au fond par des parois imperméables, limitées par une surface libre au-dessus, et connectées à un écoulement à surface libre par le dernier côté. Sur le terrain, ces zones ont notamment été étudiées dans le réseau hydrographique par Jakson *et al.* (2012), Sandoval *et al.* (2019) ou Sanjou *et al.* (2018). En laboratoire, Sanjou et Nezu (2013) et Mignot *et al.* (2016) ont montré que, en l'absence de forte oscillation de la surface libre, la couche de mélange se comporte de façon relativement analogue aux couches de mélange classiques même si l'épaisseur de la couche de mélange croit linéairement sur seulement 70% de l'interface entre cavité et écoulement puis décroit soudainement. Rockwell et Knisely (1979) ont de plus observé une meilleure cohérence des tourbillons de la couche de mélange par rapport aux couches de mélanges libres.

Cependant, des auteurs tels Tuna *et al.* (2013), Wolfinger *et al.* (2012), Tsubaki et Fujita (2006), Kimura et Hosoda (1997) ont montré que, dans certaines conditions, le plan d'eau dans la cavité peut entrer en résonnance et ainsi présenter une forte oscillation de la surface libre. Ce processus (souvent appelé « seiche » ou « seiching » en anglais) apparaît, selon Wolfinger *et al.* (2012), pour un fort nombre de Froude de l'écoulement principal $F = U/\sqrt{gh} > 0.6$ avec U la vitesse débitante de l'écoulement principal, g la gravité et h la profondeur d'eau (voir figure 1). Il a alors été montré récemment (Perrot-Minot *et al.*, 2018, Engelen *et al.*, 2018) que l'onde stationnaire formée à la surface de l'écoulement pouvait être d'axe longitudinal ou transversal (voir Figure 1). Cependant, à notre connaissance, aucune étude n'a porté sur l'impact de cette oscillation de surface libre sur l'activité tourbillonnaire de la couche de mélange. Sachant que les fortes oscillations stationnaires, telles que les vagues, génèrent des écoulements elliptiques périodiques, on se demande notamment l'effet de ces écoulements sur les trajectoires des tourbillons.

L'objectif de ce travail est alors de mesurer les caractéristiques de l'écoulement au sein de la couche de mélange, et notamment sa dynamique tourbillonnaire, en présence d'une onde stationnaire longitudinale ou d'une onde stationnaire transverse.

2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental se situe au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) à l'INSA Lyon et consiste en un canal principal en verre de 4.9m de long, de section rectangulaire b=0.3m de large et d'une cavité latérale perpendiculaire de même section (b=0.3m) et de longueur variable W. Dans le cas présent, deux longueurs de cavité sont testées : l'une est fixée à W=3b, soit 0.9m et l'autre à W=1.66b soit 0.5m. L'ensemble est lisse, horizontal, sans marche à la jonction (Fig. 1). L'eau arrivant dans le réservoir aval est pompé vers le réservoir amont à travers un système vanne + débitmètre (Promag 50 de chez Endress Hauser; incertitude ± 0.05 L/s). L'eau du réservoir amont se déverse alors dans le canal principal en passant à travers un nid d'abeille afin de stabiliser l'écoulement. Le niveau d'eau de l'ensemble de l'écoulement est contrôlé par un seuil aval permettant de régler la hauteur d'eau dans l'intersection et la cavité à h=58mm, soit h/b=0.19.



Figure 1 : Schéma (vue de dessus) des deux cavités avec l'écoulement principal de débit Q, la/les cellules de recirculation (bleu) et la couche de mélange à l'interface entre écoulement principal et cavité (noir)

2.1 Méthodes de mesure

Les premières mesures présentées ci-après concernent l'évolution temporelle de la profondeur d'eau au niveau du coin aval de la cavité ($x \sim b$, $y \sim 0$), obtenus par un capteur à ultrasons positionné au-dessus de ce coin.

Concernant les champs de vitesse, la méthode de PIV utilisée est analogue à celle de Mignot *et al.* (2016). Un laser diode de 1.7W couplé à une lentille génère une nappe lumineuse d'épaisseur de l'ordre

du millimètre à l'élévation z/h=0.8. Des particules de polyamide (50 µm de diamètre) sont ajoutées à l'eau. Une caméra rapide placée en-dessous de la cavité permet d'enregistrer le mouvement des particules sur 2000 images consécutives de 1280x960 pixels acquises à une fréquence fixée avec une résolution moyenne de 0.3 mm par pixel. La fréquence d'acquisition est fixée à 60 Hz. Les images sont traitées à l'aide du logiciel commercial Davis (marque : LaVision) afin d'ortho-rectifier les images, d'en soustraire le fond et de calculer les champs de vitesse. Une analyse par POD permet alors de lisser les fluctuations à grande fréquence et d'interpoler les vecteurs faux, en conservant les 50 premiers modes, correspondant à 70% d'énergie conservée. Le paramètre Gamma-1 introduit par Graftieaux *et al.* (2001) permet alors d'identifier la position du centre des tourbillons au cours du temps et d'en déduire les trajectoires, la fréquence de génération, *etc.*

2.2 Configurations étudiées

La dynamique tourbillonnaire dans une cavité à surface libre a été étudiée par Mignot *et al.* (2016) en absence d'onde stationnaire de surface (ou en tous cas avec une onde d'amplitude négligeable). L'objectifici est de refaire cette mesure de dynamique tourbillonnaire mais en présence d'une oscillation stationnaire de la surface du plan d'eau de grande amplitude, en considérant séparément les cas d'une onde transverse puis d'une onde longitudinale.

Une étude paramétrique (non exposée ici) a montré qu'un nombre de Froude amont Fr=0.6, une hauteur d'eau moyenne h/b=0.19, et un rapport d'aspect de la cavité W/b=1.66b sont des conditions favorables pour obtenir une onde stationnaire longitudinale de grande amplitude:

- L'oscillation de surface a lieu dans la direction longitudinale, parallèle à l'écoulement principal, entre les deux parois latérales de la cavité (Fig. 2).
- Cette onde stationnaire possède deux ventres, localisés sur les parois amont et aval de la cavité et un nœud, placé donc au milieu de la cavité, en *x/b*=1/2.

Concernant l'oscillation transverse, pour que cette onde stationnaire ait une forte influence sur la dynamique tourbillonnaire, nous choisissons ici une configuration extrême, c'est-à-dire un cas où l'interface cavité/écoulement principal se trouve sous un nœud de l'onde stationnaire. Il est en effet bien connu que les mouvements transverses (horizontaux) de fluide sous les vagues sont maximaux au niveau des nœuds. Les conditions Fr=0.6 et h/b=0.19 sont favorables, avec W/b=3 pour obtenir un nœud juste sur l'interface, soit:

- L'oscillation de surface a lieu dans la direction transverse au canal, depuis la paroi du canal principal jusqu'à la paroi opposée dans la cavité, soit sur une longueur égale à *W*+*b*=4*b*.
- Cette onde stationnaire possède 3 ventres et 2 nœuds: les ventres se trouvent aux parois (*y*=-*b* et *y*=3*b*) et à mi-distance entre ces parois (*y*=*b*) et les nœuds se trouvent à *y*=0 et *y*=2*b* (Fig. 2)
- Ainsi, un nœud de l'onde stationnaire a lieu juste au niveau de l'interface (y=0) entre l'écoulement principal et la cavité.

Dans les deux cas, des vérifications visuelles ont permis de s'assurer de ces directions d'oscillation et des longueurs d'onde correspondantes.



Figure 2 : Schéma (vue de dessus) de l'oscillation de surface libre (vert) avec ventres (V) et nœuds (n) pour la courte cavité à oscillation longitudinale (gauche) et la longue cavité à oscillation transverse (droite)

3 Résultats

3.1 Fréquence d'oscillation de la surface libre

La fréquence propre (ou fréquence de résonnance) f d'une onde stationnaire peut être calculée à partir de la formule de Merian (1828 ; Eq. 1) pour la condition de résonnance, complétée par l'expression de la célérité des ondes données la par la formulation classique de Lamb (1945 ; Eq. 2) :

$$f = \frac{c n}{2L} \tag{1}$$

$$c^2 = \frac{gc}{2\pi f} \tanh \frac{2\pi hf}{c} \tag{2}$$

avec c la célérité des ondes de gravité (ondes de surface), L la longueur du plan d'eau dans la direction de l'onde, n le nombre de nœuds et g l'accélération de gravité.

Pour la courte cavité de longueur W=1.66b avec oscillation longitudinale, l'oscillation de surface libre possède n=1 nœud et 2 ventres et s'étend sur une longueur L=b. Ainsi, l'équation (1) devient :

$$f = \frac{c}{2b} = 1.2Hz \tag{3}$$

Maintenant, pour la cavité de longueur W=3b avec oscillation transverse, l'oscillation de surface libre possède n=2 nœuds et 3 ventres et s'étend sur toute la largeur du plan d'eau, soit sur une longueur égale à L=4b. La fréquence propre de la cavité vaut alors :

$$f = \frac{c}{4b} = 0.6Hz \tag{4}$$

Les mesures de l'évolution de la profondeur d'eau réalisées au capteur ultrasons au niveau du coin aval de la cavité (Figure 3) ainsi que les mesures de vitesse réalisées par PIV (Figures 4-5) sont alors en

parfait accord avec ces fréquences caractéristiques prédites par la théorie. Cela confirme qu'une onde stationnaire unidirectionnelle (visualisée directement à l'œil) a bien lieu pour chacune des deux configurations. A noter tout de même une harmonique à f_h =1.2Hz avec l'oscillation transverse.



Figure 3 : Haut : zoom des signaux et Bas : spectre des signaux temporels de hauteur d'eau mesurée au coin aval de la cavité pour le cas de l'oscillation longitudinale (W/b=1.66) et transverse (W/b=3).

3.2 Champs de vitesse

Les figures 4 et 5 présentent pour chacune des 2 configurations : (a) le champ de vitesse horizontale instantané mesuré par PIV en zone proche-surface (et filtré par POD) à différents instants au cours d'une période d'oscillation (à noter que cette période diffère entre les deux configurations, voir Eqs. 3 et 4) ainsi que la localisation des cœurs de tourbillons localisés par une valeur de Gamma-1< -0.4, et (b) l'évolution qualitative de la surface libre au cours de la période d'oscillation.

Il apparaît notamment sur les deux figures que (1) l'écoulement principal est plus rapide que l'écoulement dans la cavité, (2) que la cellule de recirculation (Fig. 1) occupe toute la largeur de la cavité (x/b=0-1) et (3) que l'oscillation de surface libre modifie fortement la cellule de recirculation par rapport à sa moyenne temporelle et (4) que dans la zone proche de l'interface, la dynamique tourbillonnaire modifie fortement le champ de vitesse instantané. Les champs de vitesse instantanés sont donc le résultat (i) du champ de vitesse moyen avec un écoulement 1D dans le canal et une cellule de recirculation adjacente, (ii) de l'oscillation de surface et (iii) de la dynamique des tourbillons.

3.3 Dynamique tourbillonnaire sous oscillation longitudinale



(a)



Figure 4 : Oscillation longitudinale (W/b=1.66). (a) : Champs de vitesse instantanée (flèches noires avec en couleur de fond des iso valeurs de vitesse transverse instantanée, selon y) ; ainsi que les lieux de Gamma-1<-0.4 (tâches rouges). La dernière figure encadrée en rouge montre le champ de vitesse moyenné sur la période, avec en rouge la trajectoire complète des tourbillons (Gamma-1<-0.4). (b) : schéma de l'oscillation de surface libre durant la période aux mêmes instants.

Des mesures de déformée de surface libre (non montrées ici) ont révélé que la génération d'un tourbillon d'axe vertical au niveau du coin amont de l'interface coïncide avec un creux de l'oscillation de surface libre au niveau de la paroi amont dans la cavité (qui inclut ce coin amont). Sur la Figure 4, l'instant t=0 est choisi à cet instant où un nouveau tourbillon apparaît au coin amont de la cavité et où la hauteur d'eau est minimale sur la paroi amont de la cavité. A cet instant (t=0), un premier tourbillon est déjà présent au sein de la cavité à une abscisse x~175mm et une ordonnée y~-50mm.

Pour t/T=0-0.4, la cellule de recirculation est fortement déformée par la présence de ce premier tourbillon qui avance vers le coin aval, de sorte que les zones de $v_y>0$ et $v_y<0$ (zones vertes et bleues sur la Figure 4a) sont fortement asymétriques. A t/T=0.4, le premier tourbillon est toujours identifié par le paramètres Gamma-1 et atteint x=225mm et y=-60mm, c'est-à-dire qu'il avance vers l'aval mais entre petit à petit dans la cavité. Pour t/T>0.4, le premier tourbillon n'est plus identifié par le critère Gamma-1<-0.4 mais on peut tout de même continuer à le localiser en analysant le champ de vitesse: il descend dans la première cellule de recirculation de la cavité.

Le deuxième tourbillon est lui advecté depuis le coin amont à t/T=0 vers la cavité et est identifié jusque t/T=0.7 où il atteint une position x=120mm et y=-30mm, ce deuxième tourbillon entrant lui-aussi dans la cavité. Pour 0.7 < t/T < 1, ce $2^{\text{ème}}$ tourbillon n'est plus identifiable car il se trouve en plein centre de la cavité à $x \sim 150$ mm, où le gradient de vitesse transverse lié à la cellule de recirculation prend le dessus. Ce tourbillon est identifié à nouveau à t/T=1 où il passe du statut de 2^{e} au statut de 1^{er} tourbillon. Pour conclure, les principales conclusions sont que:

* on observe deux tourbillons simultanés au sein de l'interface. Ils apparaissent au niveau du coin amont lorsqu'un creux de surface libre a lieu au niveau de la paroi amont, sont advectés durant 1.5 période de l'onde de surface, et enfin disparaissent à proximité de la paroi aval lorsqu'un creux de surface libre a lieu au niveau de cette paroi aval.

* Les tourbillons dérivent vers la cavité où ils terminent advectés au sein de la cellule de recirculation à proximité de la paroi aval. La trajectoire de ces tourbillons est donc fortement déviée par rapport à l'axe de l'interface (y=0).

3.4 Dynamique tourbillonnaire sous oscillation transverse





Figure 5 : idem figure 4 pour l'oscillation transverse (W=3b).

Les signes de vitesse transverse dans l'écoulement principal (y<0) révélées par les couleurs de fond sur la Figure 5a confirment ce qui a été visualisé: à t/T=0, lorsqu'un tourbillon est généré au niveau du coin amont de la cavité, les vitesses transverses sont négligeables dans le canal principal puis deviennent négatives (couleur bleu) ; de sorte que t/T=0 correspond à une crête (surélévation de l'onde de surface) au niveau de la paroi latérale du canal principal (y/b=-1), comme schématisé sur la Figure 5b.

Pour 0 < t/T < 0.5 Ce tourbillon est alors advecté le long de l'interface tout en subissant les vitesses transverses négatives (couleur bleue) qui le poussent vers la cavité. A t/T=0.5, lorsqu'un creux de l'onde de surface a lieu au niveau de la paroi du canal principal (Fig. 5b) et que la vitesse transverse dans le canal principal et proche de l'interface canal/cavité redevient nulle, ce tourbillon se situe en x~170mm y~-60mm, donc fortement dévié vers la cavité.

Pour 0.5 < t/T < 1, la vitesse dans le canal et à l'interface devient positive (couleur verte/jaune sur la Fig. 5a, donc vitesse transverse dirigée vers le canal principal). Cependant, le tourbillon est alors suffisamment inséré dans la cavité pour ne pas être affecté par cette vitesse transverse positive. Au contraire, le tourbillon est emporté par la cellule de recirculation et s'enfonce dans la cavité : il reste détecté jusque t/T=0.8 où il se trouve à $x\sim220$ mm et $y\sim-100$ mm.

Au final, il apparait que, à t/T=0, un tourbillon apparaît au coin amont de la cavité et son prédécesseur disparaît au niveau de la paroi aval. Les fréquences et longueurs d'onde de l'oscillation de surface et

des tourbillons successifs sont donc égales l'une à l'autre. Cela prouve que, dans cette configuration, la fréquence et le mode propre du plan d'eau gouverne complètement la dynamique tourbillonnaire

4 Conclusions

L'étude a porté sur l'influence oscillations de surface libre stationnaires de forte amplitude sur la couche de mélange à l'interface d'une cavité latérale à un écoulement à surface libre. Cette influence est forte, à la fois sur le champ de vitesse et sur la dynamique tourbillonnaire, et plus précisément :

- Les fréquences de génération et de disparition des tourbillons sont totalement imposées par cette oscillation de surface (mode propre du bassin).
- Les trajectoires des tourbillons sont aussi fortement affectées et sont notamment déviées vers la cavité.
- De façon plus inattendue, les modifications de comportement dans la couche de mélange sont tout à fait comparables dans le cas d'oscillations longitudinales et transversales à l'écoulement.

Ces comportements des tourbillons dans la couche de mélange diffèrent fortement de celle mesurée par Mignot *et al.* (2006) qui observent que les tourbillons se déplacent le long de l'interface en direction du coin aval, en l'absence d'oscillations de surface libre de forte amplitude. La différence entre la dynamique tourbillonnaire observée ici et celle présentée par Mignot et al. (2016) semble être liée aux deux régimes introduits par Wolfinger *et al* dans sa figure 3: le « lock-on » avec fortes oscillations de surface libre pour des nombres de Froude de l'écoulement $Fr \ge 0.6$ (comme dans le travail présenté ici) et le régime à plus bas Froude à oscillation de surface peu marquée.

Références

Bell J, Mehta R (1990) Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary Engelen, L., Creëlle, S., Schindfessel, L., & De Mulder, T. (2018). Experimental study of the surface oscillations induced by a shallow flow past a lateral cavity. In E3S Web of Conferences (Vol. 40, p. 05033). EDP Sciences.

- Graftieaux L., M. Michard, and N. Grosjean, "Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows," Meas. Sci. Technol. 12, 1422–1429 (2001).
- Huerre, P., & Monkewitz, P. A. 1985, p 15:1 Absolute and convective instabilities in free shear layers. Journal of Fluid Mechanics, 159, 151-168
- Jackson T. R., R. Haggerty, S. V. Apte, A. Coleman, and K. J. Drost, (2012) "Defining and measuring the mean residence time of lateral surface transient storage zones in small streams," Water Resour. Res. 48, W10501, doi:10.1029/2012wr012096.
- Kimura, I., & Hosoda, T. (1997). Fundamental Properties of flows in open channel with dead zones. Journal of Hydraulic Engineering. 123(2). 98-107
- Lamb, H. (1945) Hydrodynamics. Dover
- Loucks, R. B., and Wallace, J. M. (2012). "Velocity and velocity gradient based properties of a turbulent plane mixing layer." J. Fluid Mech., 699, 280–319.
- Mignot, E., Cai, W., Launay, G., Riviere, N., and Escauriaza, C. (2016). "Coherent turbulent structures at the mixing-interface of a square open-channel lateral cavity." Physics of Fluids. 28, 045104.
- Perrot-Minot, C., Mignot, E., Riviere, N., & Perkins, R. (2018). Predicting the vortex shedding frequency at the interface of the lateral cavities. In E3S Web of Conferences (Vol. 40, p. 05011). EDP Sciences.
- Rockwell, D. & Knisely, C. (1979). The organized nature of flow impingement upon a corner. J. Fluid Mech. Vol.93, Part 3, pp. 413-432
- Sandoval, J., Mignot, E., Mao, L., Pastén, P., Bolster, D., & Escauriaza, C. (2019) Field and Numerical Investigation of Transport Mechanisms in a Surface Storage Zone. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, sous presse.
- Sanjou M, Nezu I (2013) Hydrodynamic characteristics and related mass-transfer properties in open channel flows with rectangular embayment zone. Environ Fluid Mech 13(6):527–555

- Sanjou, M., Okamoto, T., & Nezu, I. (2018). Dissolved oxygen transfer into a square embayment connected to an open-channel flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, 125, 1169-1180.
- Shaw R., Y. Brunet, J. Finnigan, and M. Raupach, "A wind tunnel study of air flow in waving wheat: Two-point velocity statistics," Boundary Layer Meteorol. 76, 349–376 (1995).
- Tsubaki, R. & Fujita, I. (2006). Surface oscillation in flow past a side cavity using stereoscopic measurements and POD. Vol.24, N°2, 41-51
- Tuna B.A., Tinar E., & Rockwell, D., 2013. Shallow flow past a cavity: globally coupled oscillations as a function of depth. Exp. in Fluids 54, 1586.
- Uijttewaal, W. S., and Booij, R. (2000). "Effects of shallowness on the development of free-surface mixing layers." Phys. Fluids, 12(2), 392–402.
- Wolfinger, M., Ozen, C., A. & Rockwell, D. (2012). Shallow flow past a cavity: Coupling with a standing wave. Physics of Fluids. 24, 104103
- Wygnanski, I., and Fiedler, H. (1970). "The two-dimensional mixing region." J. Fluid Mech., 41(2), 327–361.
- Zhang C., R. Shaw, and U. Paw, "Spatial characteristics of turbulent coherent structures within and above an orchard canopy," in Precipitation Scavenging and Atmosphere-Surface Exchange, edited by S. E. Schwartz and W. G. N. Slinn (Hemisphere Publishing Co., Washington, 1992), 741-751.