

Développement d'un modèle 2D axisymétrique prédictif pour la fabrication additive arc-fil

S. CADIOU^a, M. COURTOIS^a, M. CARIN^a, P. LE MASSON^a, L. GUILMOIS^{b,c}, P. PAILLARD^b

a. Univ. Bretagne Sud, UMR CNRS 6027, IRDL, F-56100 Lorient, France

b. Institut des Matériaux Jean Rouxel (IMN), Université de Nantes, CNRS, 2 rue de la Houssinière, BP 32229, 44322 Nantes cedex 3, France

c. IRT Jules Verne, Chemin du Chaffault, F-44340 Bouguenais, France
stephen.cadiou@univ-ubs.fr

Résumé :

Dans cette étude, un modèle numérique portant sur la fabrication additive a été développé afin d'obtenir la géométrie de la pièce au cours de sa fabrication ainsi que son champ de température à partir des paramètres opératoires. Ce modèle prédictif prend en compte l'électromagnétisme, la mécanique des fluides et le transfert thermique dans l'arc et le bain de fusion. Sont ainsi calculés les forces de Lorentz, les forces de cisaillement, la pression d'arc, l'effet Joule. Ce modèle est développé à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics®. Afin de simuler l'ajout de matière couche par couche et les changements topologiques forts, la méthode de suivi d'interface level set a été utilisée. Ce modèle a pour but de reproduire la construction d'une tige en acier inoxydable 304 en partant des paramètres opératoires. Le détachement des gouttes du métal d'apport, ainsi que leur chute le long de l'axe vertical sont modélisés afin de reproduire la géométrie ainsi que l'histoire thermique de la pièce. Les cycles « apport de matière / refroidissement » entre chaque couche sont simulés. Pour valider ce modèle, la géométrie et le champ de température sont analysés et comparés aux données expérimentales.

Abstract :

In this study, a numerical model of a Wire Arc Additive Manufacturing has been developed to obtain the geometry of the part as well as its temperature field from the operating parameters. This predictive model takes into account electromagnetism, fluid flow and heat transfer in the arc and the melt pool. The Lorentz forces, shear stress, arc pressure, and Joule effect are calculated. This model is developed using the COMSOL Multiphysics® software. In order to simulate the addition of layer-by-layer material and the strong topological changes, the level set interface tracking method was used. This model aims to reproduce the building of a 304 stainless steel rod starting from the operating parameters. The detachment of drops of the filler metal and their fall along the vertical axis are modelled to reproduce the geometry and the thermal history of the workpiece. The "material supply / cooling" cycles between each layer are simulated. To validate this model, the geometry and the temperature field are analysed and compared with the experimental data.

Mots clefs : Modélisation multiphysique, fabrication additive, WAAM

Nomenclature

$\delta(\phi)$	Fonction de Dirac de ϕ	\vec{n}_r	Vecteur permettant d'appliquer la force sur le côté de la goutte
γ	Tension superficielle	A	Potentiel magnétique
γ_{ls}	Paramètre de réinitialisation	$az + b$	Formule régulant la hauteur de fil
κ	Rayon de courbure de l'interface	B	Champ magnétique
λ	Conductivité thermique	C_p^{ea}	Capacité thermique massique équivalente
μ	Perméabilité magnétique	E	Champ électrique
ϕ	Variable level set	f_l	Fraction liquide
ϕ_a	Travail de sortie de l'anode	$freq_{gouttes}$	Fréquence de détachement des gouttes
ϕ_c	Travail de sortie de la cathode	j	Densité de courant
ρ	Masse volumique	Re	Nombre de Reynolds
σ	Conductivité électrique	T	Température
σ_B	Constante de Stefan Boltzmann	t	Temps
ε	Emissivité	T_{fusion}	Température de fusion
ε_N	Coefficient d'émission nette	V	Potentiel électrique
ε_{ls}	Epaisseur d'interface level set	v	Vitesse
\vec{n}_a	Normale à l'anode	V_i	Potentiel d'ionisation

1 Introduction

La fabrication additive (FA) de pièces métalliques est un procédé à fort potentiel. Un grand nombre de méthodes de fabrication additives sont maintenant disponibles. Les travaux en cours se concentrent sur la fabrication additive arc-fil (Wire Arc Additive Manufacturing (WAAM)), un procédé très prometteur en raison de son taux de dépôt élevé et de son rendement matière (100 %). Ce processus utilise un arc électrique en tant que source de chaleur et un fil en tant que matière première. Il est très similaire au procédé de soudage MIG/MAG. Cependant, une compréhension approfondie des phénomènes physiques impliqués dans le WAAM est souhaitable pour produire des pièces fiables et sans défauts. La simulation numérique permet de comprendre efficacement l'influence des paramètres de fonctionnement sur la géométrie, les cycles thermiques, la microstructure, les distorsions et les contraintes résiduelles observées dans les pièces.

Dans la littérature, de nombreuses recherches se sont concentrées sur des modèles simulant le soudage à l'arc avec apport de matière (MAG) et la fabrication additive arc-fil (WAAM) afin d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques et de leurs influences sur différents observables. Des modèles très pointus ont été développés. Pour certains, ils portent sur la modélisation du passage de la gouttelette dans le plasma. C'est le cas du travail de Murphy [1]. Ce modèle prend en compte les effets de l'arc sur la gouttelette, et permet de voir l'évolution du diamètre ainsi que de sa température lors de son passage dans le plasma. Murphy prend en compte les effets de vaporisation métallique dans son modèle. D'autres auteurs comme Fan [2], Hu [3],[4] ont mis au point des modèles capables de simuler la formation ainsi que le détachement des gouttelettes de l'électrode fusible et son transfert à travers l'arc et dans le bain de fusion. Dans ces études, les modèles développés sont en 2D axisymétrique. La méthode Volume of Fluid (VOF) est utilisée afin de prendre en compte l'interface mobile entre la partie

métal et la partie gaz. Avec cette méthode, la conservation de la masse est bien satisfaite, mais la reconstruction de l'interface est assez difficile et la mise en œuvre en 3D est fastidieuse et coûteuse en temps de calcul [5]. Il est également possible d'utiliser une autre méthode de suivi d'interface gaz-métal, la méthode level set. Desmaison [6] a utilisé cette méthode pour simuler en 3D l'apport de matière à la surface du bain de fusion lors d'un procédé de soudage hybride arc laser. Cependant, il existe très peu d'études numériques en 3D permettant de simuler un dépôt multicouche, comme dans les processus WAAM, car une modélisation 3D complète doit faire face à des temps de calcul prohibitifs. Afin de réduire les temps de calcul, ces modèles sont généralement simplifiés et basés sur des lois empiriques nécessitant un étalonnage des paramètres d'entrée avec des données expérimentales. La formation et le détachement de gouttelettes, la chute de gouttelettes dans le plasma d'arc et l'impact des gouttelettes ne sont pas explicitement simulés. L'intérêt de développer des modèles multiphysiques est de venir nourrir ces modèles simplifiés afin de s'abstenir d'essais expérimentaux. Il est à noter que dans toutes ces études, afin de valider les modèles, les comparaisons sont limitées à la forme de la géométrie et aux macrographes des zones fondues.

Les travaux présentés ici concernent la modélisation multiphysique d'un procédé de fabrication additive arc-fil. Ce modèle a pour but de reproduire la construction d'un barreau vertical n'utilisant comme données d'entrée que les paramètres opératoires dans le but d'obtenir le champ de température et de vitesse dans la pièce, et sa construction couche par couche. Les résultats de ce modèle sont confrontés aux résultats expérimentaux.

2 Description mathématique de la physique du procédé

2.1 Hypothèses de simplification pour la résolution du problème multiphysique

Vue la complexité des couplages multiphysiques (électromagnétique, thermique et mécanique des fluides), des hypothèses ont été faites afin de réduire la difficulté de la modélisation. Les hypothèses sont :

- le plasma est supposé être à l'équilibre thermodynamique local (ETL),
- les fluides sont considérés comme newtoniens incompressibles en régime laminaire,
- le calcul est effectué en 2D axisymétrique et transitoire,
- la présence de vapeurs métalliques dans le plasma et l'évaporation des électrodes sont négligées,
- la force de flottabilité est prise en compte en utilisant l'approximation de Boussinesq.

Les données matériaux utilisées pour le modèle sont détaillées dans le tableau 1.

Afin de simuler l'apport de matière, le modèle nécessite d'utiliser une méthode permettant d'avoir une interface mobile. La méthode choisie est la méthode level set.

2.2 Présentation de la méthode level set

La méthode level set [10] consiste à définir une variable ϕ au sein d'un maillage fixe sur l'ensemble du domaine d'étude pour représenter l'interface entre le gaz et le métal. Cette variable ϕ est égale à 0 dans le gaz et à 1 dans le métal. L'interface est identifiée par l'isovaleur $\phi = 0,5$. Cette variable sert également à définir les propriétés appropriées dans chaque matériau (gaz ou métal). Ainsi, par exemple, la masse volumique est définie comme suit :

$$\rho = \rho_{\text{gaz}} + (\rho_{\text{acier}} - \rho_{\text{gaz}}) \times \phi \quad (1)$$

	Acier inoxydable 304	Argon
Conductivité thermique (W/m/K)	$\lambda(T)$ [7]	0.08
Capacité thermique massique (J/kg/K)	$C_p(T)$ [7]	510
Viscosité dynamique (Pa.s)	1.10^{-3}	0.1
Masse volumique (kg/m ³)	7000	1
Conductivité électrique (S/m)	$7,7.10^5$	$\sigma(T)$ [8]
Coefficient d'émission nette (W/m ³ /sr)		$\varepsilon_N(T)$ [9]
Tension superficielle (N/m)	1	

TABLE 1 – Propriétés matériaux

où ρ_{gaz} et ρ_{acier} représentent respectivement les masses volumiques du gaz et du métal. Ces propriétés peuvent dépendre de la température. A l'interface, les propriétés des matériaux sont moyennées. Au voisinage de l'interface gaz / métal, une variation continue des propriétés est modélisée à l'aide d'une fonction type Heaviside lissée. Cependant, l'épaisseur de cette transition doit être suffisamment petite pour représenter l'interface avec précision, mais pas trop, afin d'éviter les problèmes de convergence numérique.

Une fois que la variable est correctement définie, l'interface est généralement déterminée en localisant simplement la variable $\phi = 0,5$. Le déplacement de l'interface est obtenu en résolvant une équation de transport liée à la vitesse des fluides. L'équation de transport utilisée est :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{grad}(\phi) = \gamma_{ls} \vec{div}(\varepsilon_{ls} \vec{grad}(\phi) - \phi(1 - \phi) \frac{\vec{grad}(\phi)}{|\vec{grad}(\phi)|}) \quad (2)$$

De plus, la variable ϕ est également utilisée pour définir une fonction de Dirac $\delta(\phi)$ (exprimée en 1/m). Cette fonction permet d'appliquer toutes les conditions aux limites existantes entre les deux fluides du domaine de calcul par le biais de termes sources introduits dans les équations de conservation.

2.3 Equations électromagnétiques

Pour obtenir les forces électromagnétiques, le potentiel électrique V , est calculé en résolvant l'équation de continuité du courant et la loi d'Ohm issues des équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \text{div}(\sigma \vec{grad}(V) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \\ \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{\mu} \text{rot}(\text{rot}(\vec{A})) + \sigma \vec{grad}(V) = \vec{0} \end{cases} \quad (3)$$

2.4 Equations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

La mécanique des fluides est résolue à partir des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \text{div}(\vec{v}) = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{\text{grad}(\vec{v}) \cdot \vec{v}} \right) = \underbrace{\text{div}}[-\underbrace{P_i} + \underbrace{\mu(\text{grad}(\vec{v}) + \text{grad}(\vec{v}))}] + \vec{F}_v \end{cases} \quad (4)$$

avec $\vec{F}_v = \vec{F}_{\text{Lorentz}} + \vec{F}_{\text{tensionsurface}} + \vec{F}_{\text{Darcy}} + \vec{F}_{\text{friction}} + \rho \vec{g}$ et plus précisément :

- $\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \vec{j} \times \vec{B}$, les forces électromagnétiques,
- $\vec{F}_{\text{tensionsurface}} = (\gamma \vec{n} \kappa - \nabla \gamma t) \delta(\phi)$, la tension de surface,
- $\vec{F}_{\text{Darcy}} = -C \frac{(1-f_i)^2}{f_i^3 + b} \vec{v}$ Cette force a pour but d'annuler l'écoulement dans la zone solide. Ici $b=0,001$ permet d'éviter une division par zéro, et $C=10^8$ Pa.s/m²
- $\vec{F}_{\text{friction}} = \frac{1}{8} \frac{64}{Re} \rho v^2 \times \delta(\phi) \times \text{freq}_{\text{gouttes}} \vec{z}$ pour l'interface fil/plasma supérieure à T_{fusion} . Cette force permet de pallier le défaut de la level set, et d'appliquer les bonnes vitesses d'écoulement permettant de détacher la goutte [11].

2.5 Equation de conservation de l'énergie

Les équations précédentes sont également couplées à l'équation de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p^{eq} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad}(T) \right) = \text{div}(\lambda \text{grad}(T)) + S_v \quad (5)$$

où S_v représente l'ensemble des sources de chaleur volumiques, et plus précisément :

$$S_v = S_{\text{effetJoule}} + S_{\text{rayonnementplasma}} + S_{\text{interfacefil/plasma}} + S_{\text{interfacesubstrat/plasma}} + S_{\text{artificellevelset}}$$

avec :

- $S_{\text{effetJoule}} = \vec{j} \cdot \vec{E}$, l'effet Joule,
- $S_{\text{rayonnementplasma}} = (-4\pi \varepsilon_N(T))$ si $\phi < 0, 5$, les pertes par rayonnement du plasma,
- $S_{\text{interfacefil/plasma}} = (|\vec{j} \cdot \vec{n}_a| \phi_a) \delta(\phi)$ au niveau de cette interface uniquement. L'énergie associée à l'absorption des électrons au niveau de cette interface [3],
- $S_{\text{interfacesubstrat/plasma}} = (j_i V_i - j_e \phi_c) \delta(\phi)$ au niveau de cette interface uniquement. L'énergie associée à l'émission thermoionique et la neutralisation des ions au niveau de la cathode [3],
-

$$S_{\text{artificellevelset}} = \begin{cases} (az + b) \int_V S_{\text{effetJoule}} \frac{e^{-\frac{r^2}{r_0^2}}}{\pi r_0^2} \delta(\phi) & \text{pour l'interface fil/plasma} \\ \int_V S_{\text{effetJoule}} \frac{e^{-\frac{r^2}{r_0^2}}}{\pi r_0^2} \delta(\phi) & \text{pour l'interface substrat/plasma} \end{cases}$$

$S_{\text{artificellevelset}}$ est comme son nom l'indique un artifice pour pallier au défaut de la méthode level set. Au niveau de l'interface les propriétés thermophysiques moyennées empêchent la bonne diffusion de la chaleur jusqu'à la pointe du fil. Pour y pallier, une source gaussienne, dont la puissance est directement calculée par le modèle via l'effet Joule dont la largeur est de l'ordre de grandeur du rayon de la goutte, est insérée au niveau des interfaces. La fonction $(az + b)$ permet de réguler la hauteur d'arc afin d'éviter les courts-circuits, c'est une régulation spatiale. Lorsque le fil se rapproche du substrat, cette fonction permet d'augmenter l'énergie à la pointe du fil et donc d'en faire fondre une plus grande quantité afin d'enlever plus de matière pour stabiliser la hauteur d'arc.

L'emploi de la méthode level set positionne l'interface entre le fluide et le gaz dans le domaine de calcul. Les habituelles conditions aux limites surfaciques sont donc introduites en tant que termes sources. En effet pour appliquer des conditions aux interfaces entre les deux fluides, la fonction dirac ($\delta(\phi)$), unité 1/m, intervient car elle est non nulle au niveau de l'interface.

2.6 Conditions aux limites

L'arrivée du gaz de protection, ici de l'argon, est modélisée à l'aide d'une équation de type Poiseuille. Au niveau de l'électrode, en son sommet, une intensité de 20 A est appliquée à l'aide d'un potentiel flottant. Une vitesse d'avance de 2 m/min est imposée.

Des pertes par rayonnement et par convection sont appliquées sur le contour du domaine

3 Résultats et discussions

3.1 Données expérimentales

La définition et la validation du modèle sont basées sur des données expérimentales obtenues par l'Institut des matériaux Jean Rouxel de l'Université de Nantes (IMN). Dans les processus d'arc, divers modes de transfert de métal existent en fonction de nombreuses variables de fonctionnement telles que le courant d'arc. Ici, un procédé au gaz inerte à base de métal pulsé (MIG) est choisi. Au cours de ce processus, une goutte par impulsion est créée à la pointe de l'électrode avec une fréquence de détachement de 25 Hz. Le substrat est un cylindre de 0,5 pouce ($\approx 12,7$ mm) de diamètre et de 100 mm de hauteur en acier inoxydable 304. Le fil est également en acier inoxydable 304, son diamètre est de 1 mm et sa vitesse est de 2 m/min. Le débit d'argon est de 15 L/min. La distance entre la buse et le substrat cylindrique est de 12 mm. La figure 1 illustre les différents barreaux obtenus par fabrication additive.

Afin de valider le modèle numérique, les substrats ont été instrumentés de quatre thermocouples (TC), de diamètre $50 \mu\text{m}$ pour mesurer les températures durant les essais (figure 2). Une caméra infrarouge a été utilisée pour renforcer les mesures de température. De plus, la géométrie des dépôts est mesurée à l'aide d'un scan3D permettant d'obtenir le profil de la pièce suivant différentes orientations. Des macrographies sont également réalisées.



FIGURE 1 – Illustrations des différents barreaux obtenus par fabrication additive

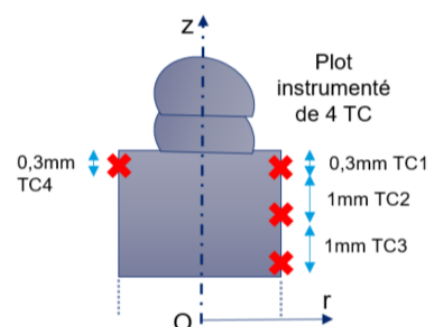


FIGURE 2 – Schéma illustrant le positionnement des thermocouples

Le modèle a pour objectif d'apporter des informations aux niveaux des champs de température et de vitesse à chaque étape de la construction de la pièce (figure 3) pour un jeu de paramètres opératoires. Par conséquent, il mettra en évidence l'influence de ces paramètres sur les différents observables.

Afin de le valider, il a été confronté à des mesures expérimentales avec des thermocouples et la caméra infrarouge au niveau de la thermique. Mais également, à des profils issus d'un scan3D afin de valider la géométrie obtenue.

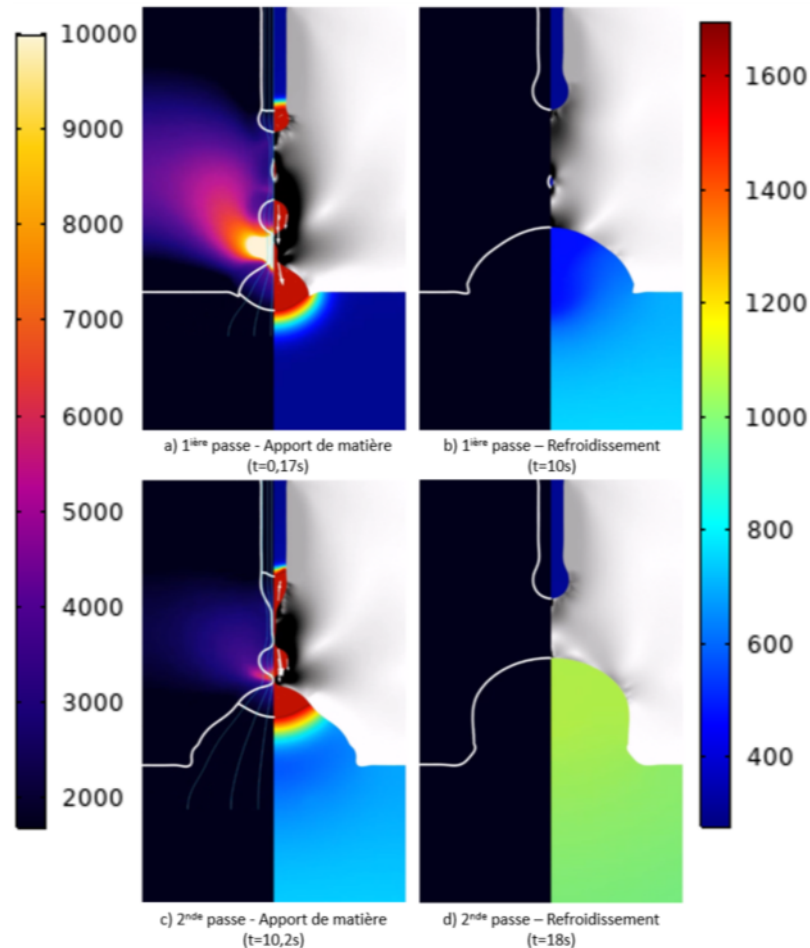


FIGURE 3 – Visualisation du champ de température dans le plasma (à droite), dans l'acier (à gauche) en K et des vecteurs vitesses à chaque étape de la construction du barreau

3.2 Comparaisons entre température mesurées et calculées

Les températures calculées par le modèle ont été comparées à celles mesurées par la caméra thermique et les quatre thermocouples (figure 2). Pour les données issues de la caméra infrarouge, des mesures d'émissivités ont été réalisées a posteriori à l'aide d'une caméra thermique FLIR X6580SC et de deux thermocouples de $50\mu\text{m}$. Les échantillons ont été chauffés jusqu'à atteindre une température constante de 80°C . Connaissant les températures exactes grâce aux thermocouples, la caméra thermique a pu calculer les émissivités. A $0,3\text{ mm}$ de la surface du substrat, correspondant à la position de TC1, l'émissivité mesurée est de $0,76$. Et à $2,5\text{ mm}$ de la surface du substrat, l'émissivité mesurée est de $0,54$. Afin de limiter les post-traitements à l'aide de la caméra infrarouge, deux émissivités ont été choisis, $0,5$ et $0,7$.

Au niveau de TC1, la figure 4 montre une bonne concordance entre le modèle, le thermocouple et la caméra infrarouge au moment de la réalisation du premier dépôt ainsi qu'au moment de l'étape de refroidissement. Cependant lors du second dépôt, seule l'étape d'apport de matière (seconde montée en

température) concorde avec les mesures du TC ainsi que celles de la caméra. Lors du refroidissement, le modèle refroidit plus vite que la réalité. Le même constat est visible au niveau des autres TC. L'une des explications plausibles pourrait provenir de la non prise en compte des résistances de contact par le modèle. En effet, la figure 5 met en évidence la présence d'une lame d'air entre le dépôt et le substrat. Par conséquent, le dépôt ne peut évacuer aussi vite la chaleur que le modèle simulant un contact parfait entre dépôt et substrat, d'où un refroidissement plus rapide du modèle.

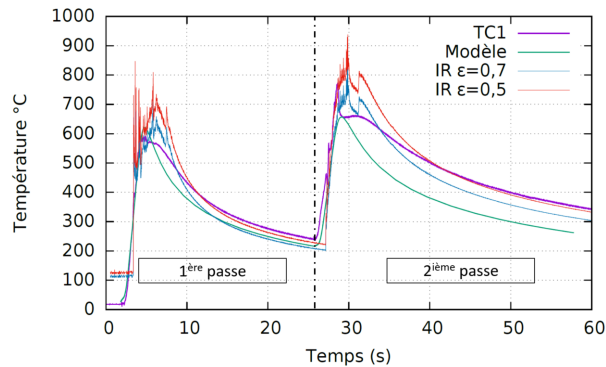


FIGURE 4 – Comparaisons des mesures de températures issues du modèle avec celles du TC1 (cf : figure 2) et de la caméra infrarouge

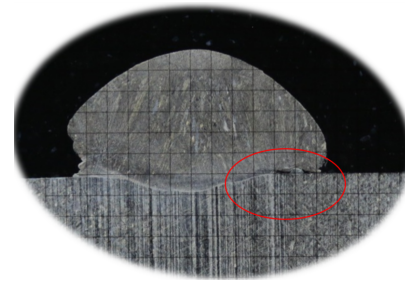


FIGURE 5 – Macrographie illustrant le mauvais contact entre le dépôt et le substrat

3.3 Géométries des dépôts pour 1 passe et 2 passes

A l'aide d'un scan3D, et de macrographies, des profils expérimentaux ont pu être comparés avec ceux du modèle.

Le scan3D permet d'avoir des profils dans différents plans de coupe. Quatre profils ont été sélectionnés, ils varient d'un angle de 45° suivant l'axe vertical. Le scan3D a permis de mettre en évidence la non-axisymétrie des dépôts (figure 6). De plus, la figure 6a montre la difficulté à reproduire la construction de la première passe. Cependant, le modèle concorde bien avec la macrographie 2. Par contre, à partir de 2 passes (figure 6b), le modèle donne un profil qui suit les profils expérimentaux.

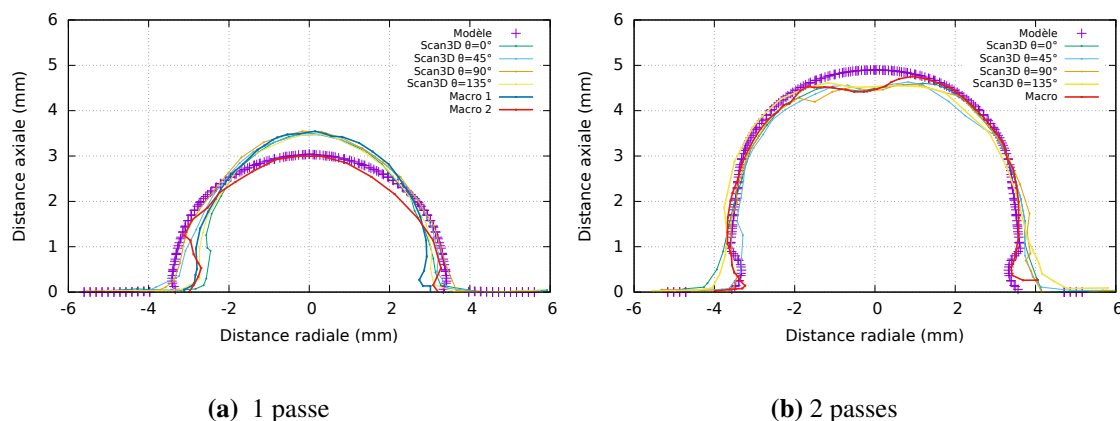


FIGURE 6 – Comparaisons des profils des dépôts issus du modèle avec ceux des scan3D et des macrographies pour une passe et deux passes

4 Conclusions et perspectives

Le modèle multiphysique présenté simule le procédé de fabrication additive arc-fil. La particularité de ce modèle est qu'il est auto-consistant, puisqu'il n'utilise que les paramètres opératoires pour décrire l'apport de matière en simulant le détachement de la gouttelette du fil d'apport, sa chute à travers le plasma jusqu'à son arrivée dans le bain de fusion permettant ainsi de construire la pièce. Ce modèle magneto-thermo-hydraulique permet d'obtenir le champ de température et de vitesse dans le plasma et le bain fondu, et la géométrie de la pièce. Un tel modèle peut ainsi servir de données d'entrée pour des modèles thermo-mécaniques.

Ce modèle a été validé expérimentalement en termes de températures et de géométrie de la pièce construite. Cependant, ce modèle reste perfectible. Il ne prend pas en compte les phénomènes de résistance de contact entre le dépôt et le substrat. C'est l'une des perspectives du développement du modèle. De plus, afin de valider son côté prédictif, il va être comparé à d'autres données expérimentales réalisées avec d'autres paramètres opératoires.

Références

- [1] A. B. MURPHY, « Influence of droplets in gas–metal arc welding : new modelling approach, and application to welding of aluminium », *Science and Technology of Welding and Joining*, vol. 18, p. 32–37, jan. 2013.
- [2] H. G. FAN et R. KOVACEVIC, « A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool », *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 37, p. 2531–2544, sept. 2004.
- [3] J. HU et H. TSAI, « Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I : The arc », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, p. 833–846, mars 2007.
- [4] J. HU et H. TSAI, « Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part II : The metal », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, p. 808–820, mars 2007.
- [5] S. TANGUY et A. BERLEMONT, « Application of a level set method for simulation of droplet collisions », *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 31, p. 1015–1035, sept. 2005.
- [6] O. DESMAISON, G. GUILLEMOT et M. BELLET, « Numerical modelling of hybrid arc/laser welding : a coupled approach to weld bead formation and residual stresses », *International Conference on Joining Materials*, p. 12, mai 2013.
- [7] C. S. KIM, « Thermophysical Properties of Stainless Steels », Rap. tech. ANL–75-55, Argonne National Laboratory III (USA), 1975.
- [8] M. I. BOULOS, P. FAUCHAIS et E. PFENDER, *Thermal Plasmas*. Boston, MA : Springer US, 1994.
- [9] A. ERRAKI, *Etude du transfert radiatif dans les plasmas thermiques : application au sf6 et au melange argon-fer*. Toulouse 3, jan. 1999.
- [10] S. OSHER et J. A. SETHIAN, « Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations », *Journal of Computational Physics*, vol. 79, p. 12–49, nov. 1988.
- [11] W.-I. CHO, S.-J. NA, C. THOMY et F. VOLLERTSEN, « Numerical simulation of molten pool dynamics in high power disk laser welding », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 212, p. 262–275, jan. 2012.