

Étude par DEM des propriétés de vidange de poudres sèches modèles dans un silo : Effets des vibrations et de l'ouverture

A. PASCOT^a, S. KIESGEN DE RICHTER^b, J.Y. MOREL^c

a. LEMTA (Université de Lorraine, France), arthur.pascot@univ-lorraine.fr

b. LEMTA (Université de Lorraine, France), sebastien.kiesgen@univ-lorraine.fr

c. LEMTA (Université de Lorraine, France), jean-yves.morel@univ-lorraine.fr

Cette étude est conduite dans le cadre du projet « PowderReg », financé par le programme Européen Interreg VA GR au sein de l'axe prioritaire 4 « Renforcer la compétitivité et l'attractivité de la Grande Région / Großregion ».

Résumé :

Ce travail porte sur l'évolution du débit de poudres, modèles et non-cohésives, d'un silo quasi-2D soumis à des vibrations extérieures. Des simulations numériques par la méthode des éléments discrets (DEM) ont été réalisées pour étudier l'effet sur l'écoulement de la taille d'ouverture du silo et des paramètres des vibrations. Concernant la géométrie, quatre ouvertures entre 4.5 et 18 tailles de grain avec un angle d'ouverture de 0° ont été testées. Concernant les vibrations, différents couples de fréquences (entre 15 et 75 Hz) et d'amplitudes (entre 10 et 16000 μm) ont été utilisées. Les résultats montrent l'existence de deux régimes : un régime aux faibles vibrations, pour lequel le débit décroît avec l'amplitude des vibrations, et un régime aux fortes vibrations, pour lequel le débit augmente avec l'amplitude des vibrations. Dans chaque cas, une loi d'échelle et une loi empirique reliant les différents paramètres sont proposées, en se basant sur la loi empirique de Beverloo.

Abstract :

The present work focuses on the flow rate of non-cohesive model granular material in a nearly-2D silo when external vibrations are applied. Numerical simulations using discrete elements method (DEM) were performed in order to study the impact on the flow of the opening size and the vibrations parameters. Four opening sizes between 4.5 and 18 particle diameters were tested, with an opening angle of 0°. The effect of vibrations amplitude (10-16000 μm) and frequency (15-75 Hz) on the flow was studied. Results show the existence of two regimes : a low vibrations regime where flowrate decreases with vibrations and a high vibrations regime where flowrate increases with vibrations. In each case, a scaling and a law linking the different parameters are proposed, based on the Beverloo empirical law.

Mots clefs : milieu granulaire, poudre, vidange de silo, vibration, rhéologie

1 Introduction (16 gras)

Comprendre l'écoulement des matériaux granulaires est un point d'intérêt majeur dans l'industrie. Ces matériaux sont effectivement présents dans de nombreux domaines, comme l'étude des sols, la fabrication de médicaments et de cosmétiques ou le transport et le stockage des céréales. Cependant, la compréhension de la rhéologie et des propriétés d'écoulement de ces matériaux reste un problème majeur car ils peuvent se comporter comme un solide ou s'écouler comme un fluide, leur dynamiques microscopique et macroscopique sont fortement liées et les interactions entre leurs particules sont généralement complexes.

Parmi les différentes applications industrielles des matériaux granulaires, une communément rencontrée est la vidange de silo. Un problème bien connu de cette application est le blocage de l'écoulement due à la formation d'une arche à l'entrée du silo. Pour éviter cela, une solution possible est d'appliquer des vibrations externes au silo, mais les effets de ces vibrations sur l'écoulement ne sont pas complètement compris. Comprendre comment s'écoulent les particules et les effets des vibrations pourrait nous permettre d'éviter ces blocages, tout en permettant d'optimiser et de contrôler la vidange.

Dans un silo soumis à des vibrations, l'écoulement peut être influencé par différents paramètres : la géométrie du silo (notamment la taille et l'angle d'ouverture), les propriétés des particules (densité, forme, cohésion) et les paramètres des vibrations (amplitude et fréquence). De nombreuses études ont été réalisées pour déterminer les effets de ces paramètres sur le débit [1, 2, 3, 4, 5]. Cependant, toutes ces études sont limitées à un ou deux paramètres et à des gammes de vibrations restreintes. L'objectif de notre travail est de comprendre et de prédire comment tous ces paramètres affectent le débit dans le cas de poudres modèles non-cohésives.

2 Modèle numérique

2.1 Présentation du modèle

Le modèle utilisé est basé sur les travaux de Cundall et Strack [6] : le mouvement de chaque particules est résolu en utilisant les équations du mouvement de Newton, tandis que les collisions particule-particule et particule-paroi sont résolues en utilisant une approche du type "sphère molle" (modèle Hertzien sans cohésion).

Ces simulations par méthode des éléments discrets (DEM) ont été réalisées sous le logiciel open-source LIGGGHTS [7, 8], une dérivation pour les milieux granulaires du logiciel de simulation de dynamique moléculaire LAMMPS.

La géométrie du silo et les paramètres des simulations sont présentés sur la **figure 1** et la **table 1**. Il s'agit d'un silo rectangulaire quasi-2D : la profondeur permet d'avoir uniquement une couche de particules tandis que la hauteur et la largeur sont suffisamment grandes pour éviter des effets de bord. L'angle et la taille de l'ouverture peuvent être réglés librement pour correspondre à différentes géométries. On remplit ce silo avec des billes de verre sphériques, non-cohésives et de diamètre $d \simeq 1.1$ mm. Enfin, le silo peut être vibré dans les trois directions à une fréquence et une amplitude réglables. Dans la suite, seul le cas $\theta = 0^\circ$ avec des vibrations verticales (axe Z sur le modèle) est étudié.

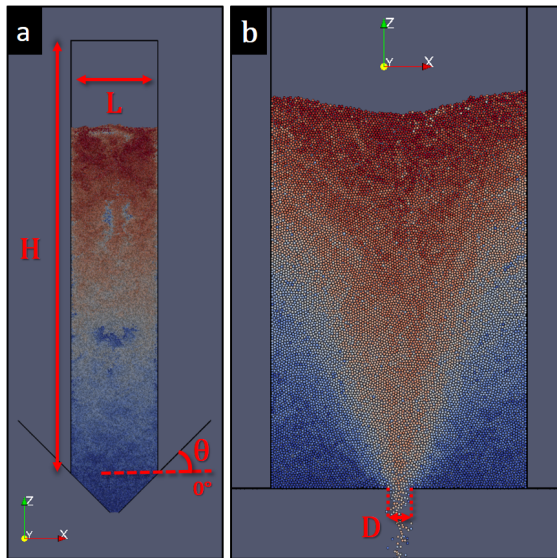


FIGURE 1 – (a) Modèle numérique du silo rempli de particule dans le cas $\theta = 45^\circ$ et (b) Simulation de la vidange pour $\theta = 0^\circ$ (dans chaque cas les particules sont colorées selon l'ordre d'insertion : bleu pour les premières et rouge pour les dernières).

TABLE 1 – Paramètres des simulations.

Paramètre	Valeur/Gamme
H (silo : hauteur)	500 mm
L (silo : largeur)	100 mm
W (silo : profondeur)	1.5 mm
d (bille : diamètre)	1.1 ± 0.1 mm
ρ (bille : masse volumique)	2500 kg/m^3
Nombre de billes	40000
D (taille de l'ouverture)	0-40 mm
θ (angle d'ouverture)	0°
A (amplitude)	0 – 16000 μm
f (fréquence)	15 – 75 Hz

2.2 Validation du modèle

Pour valider notre modèle numérique, nous avons mesuré le débit en fonction de la taille de l'ouverture en l'absence de vibrations. Dans notre cas (silo rectangulaire, $\theta = 0^\circ$), le débit est théoriquement donné par la loi de Beverloo [1] :

$$Q = C_{bev} \rho \phi_b \sqrt{g} W (D - kd)^{3/2} \quad (1)$$

Avec ϕ_b la fraction volumique "bulk" des particules, g la pesanteur et C_{bev} et k des constantes d'ajustement. Pour notre silo, la fraction volumique "bulk" a été mesurée et vaut $\phi_b = 0.47$. Certaines études plus récentes [3, 9, 10] ont néanmoins montrées que cette loi ne permet pas de suivre le débit pour toute les gammes d'ouverture, en particulier pour $D \rightarrow d$. Benyamine et al. [3] ont alors proposé une correction de cette loi prenant en compte la dilatation de l'écoulement à la sortie du silo :

$$Q = C \rho \phi_0 \sqrt{g} W D^{3/2} \quad (2)$$

Avec C une constante d'ajustement et ϕ_0 la fraction volumique à l'ouverture, due à la dilatation de l'écoulement autour de l'ouverture. Cette fraction suis une fonction G qui dépend du diamètre des particules, de la taille de l'ouverture et de l'angle d'ouverture. Dans notre cas ($\theta = 0^\circ$), cela nous donne :

$$\phi_0 = \phi_b \times G(D/d, \theta) \underset{\theta=0^\circ}{=} \phi_b \times (1 - \alpha e^{-\beta D/d}) \quad (3)$$

Avec α et β des constantes d'ajustement. Cette loi permet de suivre le débit pour les petites ouvertures tout en étant applicable à des cas plus complexes (angle différent de 0° par exemple). La **figure 2** présente les résultats des simulations et la courbe théorique obtenus pour $C = 0.862$, $\alpha = 0.502$ et $\beta = 0.049$. Les constantes d'ajustement sont du même ordre que celle trouvées par Benyamine et al [3] et on voit que

les simulations sont en bon accord avec la théorie, avec une erreur très faible excepté lorsque $D \leq 5d$. Ce dernier cas s'explique par le fait que des arches se forment pour les faibles ouvertures, ce qui engendre un débit fortement intermittent et rend difficile une mesure précise. De ce fait, l'étude s'est concentrée sur des ouvertures entre 5 et 20 diamètres de particule.

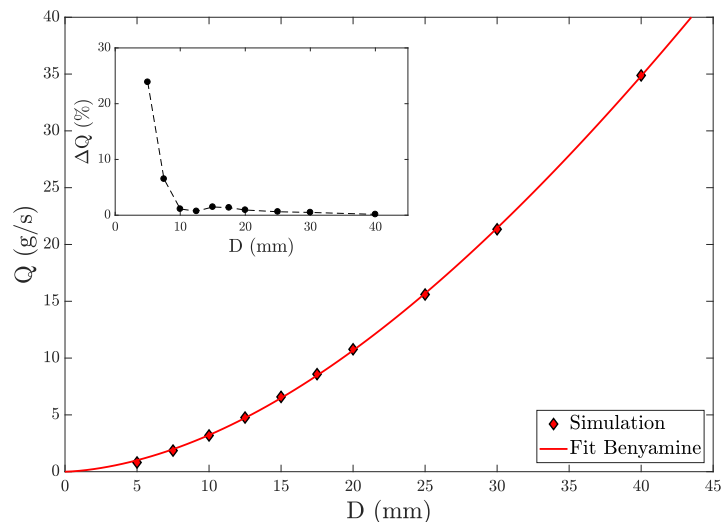


FIGURE 2 – Débit en fonction de la taille de l'ouverture. La courbe théorique est calculée à partir de l'équation 2. Graphe inséré : différence entre les simulations et la loi théorique.

3 Résultats

Le débit a été mesuré lorsque l'on applique des vibrations pour quatre tailles d'ouverture. Dans chaque cas, l'amplitude des vibrations a été changée pendant que la fréquence était maintenue constante. Les simulations ont été répétées pour cinq fréquences entre 15 et 75 Hz. Les gammes d'amplitude pour chacune de ces fréquences sont données dans la **table 2.a**, ainsi que les gammes d'accélération adimensionnelle Γ correspondantes, donnée par :

$$\Gamma = \frac{A\omega^2}{g} = \frac{A(2\pi f)^2}{g} \quad (4)$$

TABLE 2 – Gammes d'amplitude et d'accélération adimensionnelle pour chaque fréquence testée.

f (Hz)	A (μm)	Γ
15	0 – 16000	0 – 14.49
30	0 – 8000	0 – 28.98
45	0 – 3500	0 – 28.52
60	0 – 2000	0 – 28.98
75	0 – 1300	0 – 29.43

Les résultats sont présentés sur la **figure 3**. On peut tirer plusieurs conclusions à partir de ceux-ci :

- La tendance générale est la même pour toutes les courbes, qu'importe la fréquence et la taille de l'ouverture.
- Il existe deux régimes : un premier pour lequel le débit diminue avec l'amplitude et un second pour lequel le débit augmente avec l'amplitude.
- Ces deux régimes dépendent de la fréquence et de la taille de l'ouverture : les valeurs extrêmes changent et les courbes évoluent plus ou moins rapidement en fonction de ces deux paramètres.

Considérant ces points, il semble possible de trouver une loi reliant le débit aux différents paramètres de simulation. Pour isoler les effets des vibrations, il est intéressant de moduler le débit par sa valeur sans vibration Q_0 . Les paramètres à prendre en compte pour caractériser les effets des vibrations sont évidemment l'amplitude A et la fréquence f , mais aussi la taille de l'ouverture D , le diamètre des particules d et la pesanteur g . Étant donné qu'il existe deux effets différents dus aux vibrations, nous proposons d'écrire la loi contrôlant le débit sous la forme suivante :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1(A, f, D, d, g) + \mathcal{F}_2(A, f, D, d, g) \quad (5)$$

Avec \mathcal{F}_1 la fonction décrivant la décroissance du débit (premier régime) et \mathcal{F}_2 la fonction décrivant la hausse du débit (second régime).

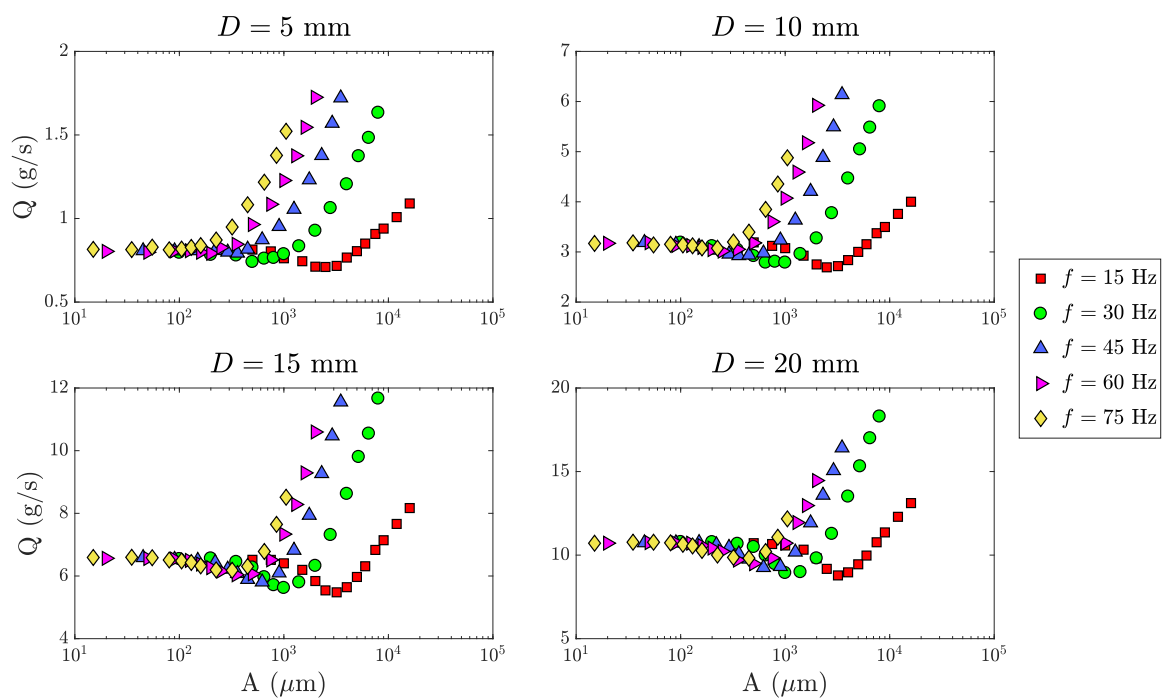


FIGURE 3 – Débit du silo en fonction de l'amplitude des vibrations pour différentes fréquences et tailles d'ouverture.

3.1 Étude du premier régime

L'analyse des données pour chaque ouverture à une fréquence donnée et inversement, pour chaque fréquence à une ouverture donnée, nous donne pour le premier régime :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1 \left(Af^{4/3} D^{-1/2} \right) \quad (6)$$

De plus, en injectant les deux derniers paramètres, g et d , et en utilisant l'analyse dimensionnelle, on trouve :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1 \left(Af^{4/3} D^{-1/2} d^{1/6} g^{-2/3} \right) \quad (7)$$

Cette équation peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1 \left(\frac{\Gamma(\tau_v/\tau_g)^{2/3}}{\sqrt{D/d}} \right) \quad (8)$$

Avec :

- Γ l'accélération adimensionnelle (voir **équation 4**). Cette grandeur est souvent utilisée pour caractériser les effets des vibrations [11, 12] et compare l'accélération engendrée par les vibrations à la pesanteur.
- Le ratio entre la période des vibrations, τ_v , et le temps typique pour qu'une particule se déplace de son diamètre sous l'effet de la gravité, τ_g (voir **équation 9**). Cette grandeur indique si les particules ont le temps de se réorganiser sous l'effet de la gravité pendant une période de vibration.

$$\frac{\tau_v}{\tau_g} = \frac{1/f}{\sqrt{2d/g}} \quad (9)$$

- Le ratio entre la taille de l'ouverture et le diamètre des particules D/d . Cette grandeur contrôle les effets de taille à l'ouverture.

Le débit adimensionnel, Q/Q_0 , doit tendre vers 1 lorsque l'on réduit les vibrations et il ne peut pas descendre en dessous de 0. En tenant compte de ces limites et sur la base de la fonction de dilatation G trouvée par Benyammine et al [3], nous proposons la loi suivante pour le premier régime :

$$\mathcal{F}_1 = 1 - a_1 \exp(-b_1/\Psi_1) \quad \text{Avec :} \quad \Psi_1 = \frac{\Gamma(\tau_v/\tau_g)^{2/3}}{\sqrt{D/d}} \quad (10)$$

Avec a_1 et b_1 des constantes d'ajustement et Ψ_1 le paramètre contrôlant le premier régime des vibrations. La **figure 4.a** montre l'évolution du débit adimensionnel en fonction de ce paramètre Ψ_1 ainsi que la courbe obtenue par ajustement de l'équation. Celle-ci suit bien la décroissance du débit pour les faibles vibrations en prenant $a_1 = 0.614$ et $b_1 = 2.06$. Les résultats commencent néanmoins à diverger (**figure 4.b**), plus ou moins rapidement selon le cas, lorsque l'on augmente l'intensité des vibrations. Cela indique que le second régime ne dépend pas simplement du paramètre Ψ_1 .

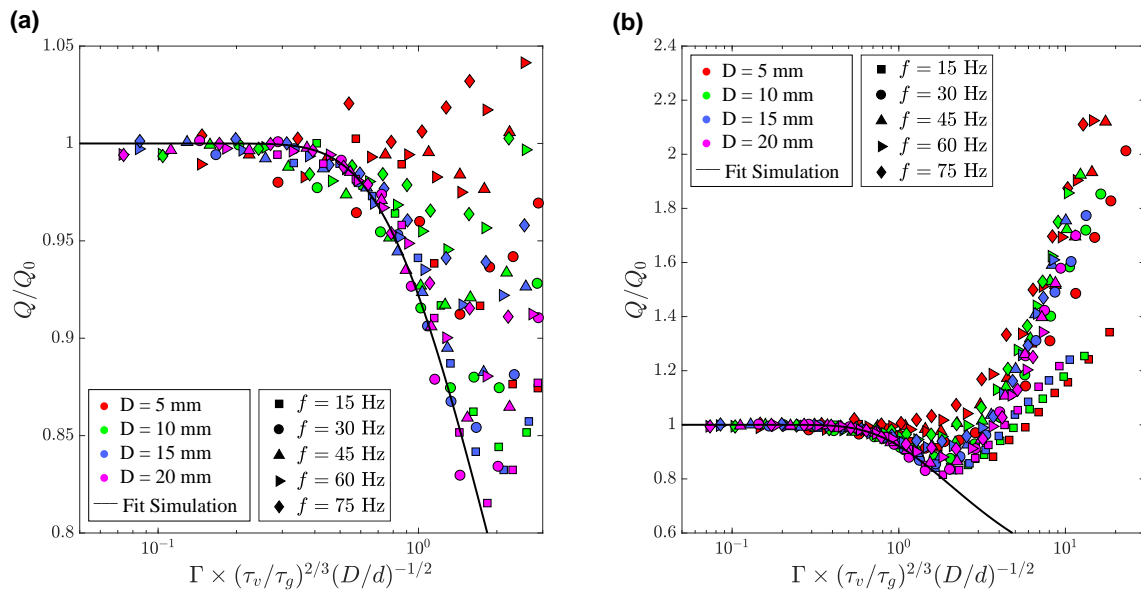


FIGURE 4 – Débit adimensionnel en fonction du paramètre Ψ_1 dans les différents cas pour (a) une gamme réduite et (b) la gamme entière. L'équation 10 est utilisée pour modéliser les résultats.

3.2 Étude du second régime

Connaissant la fonction décrivant le premier régime, on peut alors écrire :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1(\Psi_1) + \mathcal{F}_2(\Psi_2) \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{Q_0} - \mathcal{F}_1(\Psi_1) = \mathcal{F}_2(\Psi_2) \quad (11)$$

Avec Ψ_2 le paramètre contrôlant le second régime et \mathcal{F}_1 la fonction décrivant le premier régime, donnée par :

$$\mathcal{F}_1(\Psi_1) = 1 - a_1 \exp(-b_1/\Psi_1) = 1 - a_1 \exp\left(\frac{-b_1 \sqrt{D/d}}{\Gamma(\tau_v/\tau_g)^{2/3}}\right) \quad (12)$$

La **figure 5.a** présente l'évolution de $Q/Q_0 - \mathcal{F}_1$ en fonction de l'amplitude pour les différentes fréquences et tailles d'ouverture. On retrouve bien dans chaque cas une tendance similaire, présentant une augmentation du débit passé une valeur critique qui dépend de l'ouverture et la fréquence, de manière similaire à un phénomène d'activation. On peut voir que pour une fréquence donnée, les courbes sont simplement "décalées" en fonction de la taille de l'ouverture. On peut prendre en compte ce décalage en introduisant l'amplitude corrigée A^* , que l'on obtient à partir des points d'activation des courbes (début de la hausse du débit) pour chaque ouverture et fréquence. Cette amplitude évolue de la manière suivante à une fréquence donnée :

$$A^* = A \exp\left[-\delta \left(\frac{D}{d}\right)^{1/2} \left(\frac{\tau_v}{\tau_g}\right)^{-2/3}\right] \quad (13)$$

Avec $\delta = 0.49$ une constante d'ajustement et D/d et τ_v/τ_g les ratios introduits pour caractériser le premier régime. La **figure 5.b** présente l'évolution de $Q/Q_0 - \mathcal{F}_1$ en fonction de l'amplitude corrigée. Les courbes pour les différentes ouvertures sont alors confondues pour chaque fréquence, ce qui indique que l'effet de l'ouverture est entièrement contrôlé par le terme de correction introduit. La différence entre les courbes ne dépend donc plus que de la fréquence des vibrations.

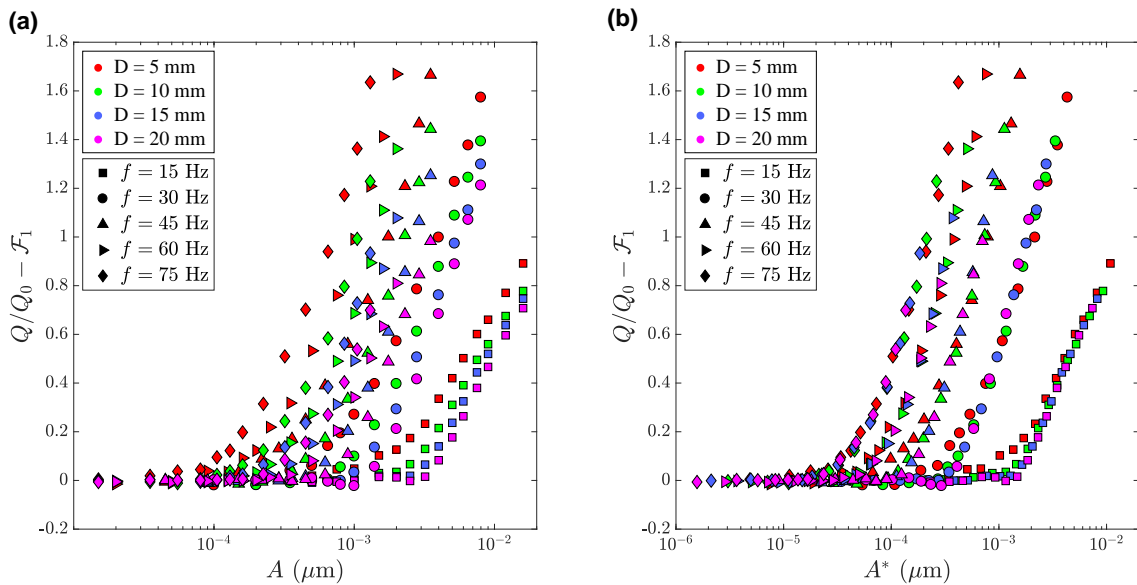


FIGURE 5 – Évolution du débit adimensionnel lors du second régime en fonction de (a) l'amplitude et de (b) l'amplitude corrigée pour les différentes fréquences et tailles d'ouverture.

En comparant les résultats précédents pour chaque fréquence, on trouve :

$$\frac{Q}{Q_0} - \mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2 \left(A^* f^{7/3} \right) \quad (14)$$

En introduisant les autres paramètres du problème et en utilisant l'analyse dimensionnelle, on obtient :

$$\frac{Q}{Q_0} - \mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2 \left(\Gamma^* (\tau_v / \tau_g)^{-1/3} \right) \quad \text{Avec : } \Gamma^* = \frac{A^* \omega^2}{g} \quad (15)$$

La fonction \mathcal{F}_2 qui décrit le second régime doit tendre vers 0 pour les faibles vibrations et semble tendre vers une limite pour les fortes vibrations, due probablement à un effet de saturation. En se basant sur la loi du premier régime, nous proposons :

$$\mathcal{F}_2(\Psi_2) = a_2 \exp \left(\frac{-b_2}{\Psi_2 + c_2} \right) \quad \text{Avec : } \Psi_2 = \Gamma^* \left(\frac{\tau_v}{\tau_g} \right)^{-1/3} \quad (16)$$

Avec a_2 , b_2 et c_2 des constantes d'ajustement. Le **figure 6** présente l'évolution de \mathcal{F}_2 en fonction de Ψ_2 pour les différents cas. L'**équation 16** suit très bien les résultats pour $a_2 = 2.45$, $b_2 = 5.05$ et $c_2 = 0.581$. On peut noter une légère divergence des résultats pour les faibles fréquences (en particulier pour $f = 15$ Hz) lorsque l'amplitude augmente. Cela provient certainement d'un effet de saturation induit par la fluidisation de l'empilement due aux amplitudes extrêmement grandes (plus de 5000 μm).

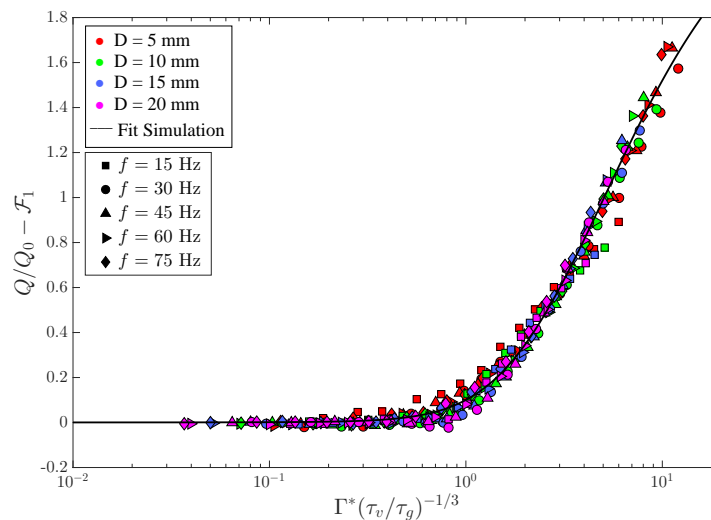


FIGURE 6 – Évolution du débit adimensionnel lors du second régime en fonction de Ψ_2 pour les différentes fréquences et tailles d'ouverture. L'équation 16 est utilisée pour modéliser les données.

4 Conclusion

En utilisant des simulations numériques par DEM, nous avons étudié le débit de poudres modèles dans un silo quasi-2D soumis à des vibrations extérieures. A partir des résultats, nous avons déterminé l'évolution de ce débit en fonction de la taille d'ouverture du silo et des paramètres des vibrations. Cette évolution se fait selon deux régimes différents : un régime à faible vibrations, lors duquel le débit diminue avec l'amplitude des vibrations, et un régime à fortes vibrations, lors duquel le débit augmente avec l'amplitude des vibrations. Ces régimes dépendent chacun d'effets différents et suivent donc deux lois distinctes, \mathcal{F}_1 et \mathcal{F}_2 , données comme suit :

$$\frac{Q}{Q_0} = \mathcal{F}_1(\Psi_1) + \mathcal{F}_2(\Psi_2) \quad (17)$$

Avec :

$$\mathcal{F}_1(\Psi_1) = 1 - a_1 \exp(-b_1/\Psi_1) \quad \text{et} : \quad \Psi_1 = \frac{\Gamma(\tau_v/\tau_g)^{2/3}}{\sqrt{D/d}} \quad (18)$$

$$\mathcal{F}_2(\Psi_2) = a_2 \exp\left(\frac{-b_2}{\Psi_2 + c_2}\right) \quad \text{et} : \quad \Psi_2 = \Gamma^* \left(\frac{\tau_v}{\tau_g}\right)^{-1/3} \quad (19)$$

Nous réalisons actuellement des mesures sur un dispositif expérimental identique au modèle numérique pour valider ces résultats. Une fois cette étape franchie, nous tenterons de relier ces lois empiriques à la rhéologie locale de l'écoulement. En effet, d'après les résultats de Benyamine et al. [3], le débit est en partie contrôlé par la fraction volumique à l'ouverture. Il serait donc intéressant d'étudier son évolution en fonction des vibrations pour voir si les effets des vibrations sont contenus eux aussi dans cette grandeur.

Références

- [1] W. A. Beverloo, H. A. Leniger, and J. Van de Velde, “The flow of granular solids through orifices,” *Chemical engineering science*, vol. 15, no. 3-4, pp. 260–269, 1961.
- [2] D. Gella, D. Maza, and I. Zuriguel, “Influence of particle size in silo discharge,” in *EPJ Web of Conferences*, vol. 140, p. 03021, EDP Sciences, 2017.
- [3] M. Benyamine, P. Aussillous, and B. Dalloz-Dubrujeaud, “Discharge flow of a granular media from a silo : effect of the packing fraction and of the hopper angle,” in *EPJ Web of Conferences*, vol. 140, p. 03043, EDP Sciences, 2017.
- [4] D. Hund, D. Weis, R. Hesse, and S. Antonyuk, “Simulation study of the discharge characteristics of silos with cohesive particles,” in *EPJ Web of Conferences*, vol. 140, p. 08015, EDP Sciences, 2017.
- [5] K. To, P.-Y. Lai, and H. Pak, “Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper,” *Physical review letters*, vol. 86, no. 1, p. 71, 2001.
- [6] P. A. Cundall and O. D. Strack, “A discrete numerical model for granular assemblies,” *geotechnique*, vol. 29, no. 1, pp. 47–65, 1979.
- [7] C. Goniva, C. Kloss, A. Hager, and S. Pirker, “An open source cfd-dem perspective,” in *Proceedings of OpenFOAM Workshop, Göteborg*, pp. 1–10, 2010.
- [8] C. Kloss, C. Goniva, A. Hager, S. Amberger, and S. Pirker, “Models, algorithms and validation for opensource dem and cfd-dem,” *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, vol. 12, no. 2-3, pp. 140–152, 2012.
- [9] C. Mankoc, A. Janda, R. Arevalo, J. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín, and D. Maza, “The flow rate of granular materials through an orifice,” *Granular Matter*, vol. 9, no. 6, pp. 407–414, 2007.
- [10] A. Janda, I. Zuriguel, and D. Maza, “Flow rate of particles through apertures obtained from self-similar density and velocity profiles,” *Physical review letters*, vol. 108, no. 24, p. 248001, 2012.
- [11] A. Janda, D. Maza, A. Garcimartín, E. Kolb, J. Lanuza, and E. Clément, “Unjamming a granular hopper by vibration,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 87, no. 2, p. 24002, 2009.
- [12] I. Zuriguel, Á. Janda, R. Arévalo, D. Maza, and Á. Garcimartín, “Clogging and unclogging of many-particle systems passing through a bottleneck,” in *EPJ Web of Conferences*, vol. 140, p. 01002, EDP Sciences, 2017.