

Mécanique de la rupture fragile en milieux hétérogène : trajectoire, ténacité effective et rugosité de surface

M. Lebihain^{a,b}, J.B. Leblond^a, M. Bornert^b, L. Ponson^a

a. Institut Jean le Rond d'Alembert (SU/CNRS) - mail : lebihain@dalembert.upmc.fr

b. Laboratoire Navier (ENPC/IFSTTAR/CNRS)

Résumé :

Une description fine des mécanismes de fissuration constitue le fondement sur lequel repose la prédiction de la résistance des structures à la fissuration et le développement de méta-matériaux aux propriétés à rupture innovantes. L'objet de ce travail est de comprendre l'influence d'hétérogénéités de ténacité sur la trajectoire d'une fissure et les propriétés effectives à rupture de ce matériau. Une approche perturbative fondée sur la mécanique de la rupture linéaire a été développée pour décrire l'interaction d'une fissure avec des défauts plus tenaces à travers le critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé. Deux mécanismes de fissuration ont été mis en lumière : un premier de traversée des défauts où la fissure pénètre l'inclusion, et un second de contournement où la fissure sort du plan et se propage le long de l'interface entre la matrice et l'inclusion. Implémenté numériquement, ce modèle présente des performances inédites puisqu'il permet de décrire l'interaction d'une fissure avec un grand nombre de défaut ($\sim 1M$ d'inclusions) en peu de temps ($\sim 1h$ en mono-cœur). Ces performances numériques donnent lieu à une description quantitative de l'influence d'hétérogénéités sur la ténacité effective de tel matériaux. Ces propriétés peuvent être ensuite reliées aux propriétés microstructurales via une analyse post-mortem des propriétés d'échelles des surfaces de rupture.

Abstract :

A good understanding of a material failure behavior is a prerequisite to make reliable predictions on the resistance and lifetime of structures or to design meta-materials with increased fracture properties. This work aims at understanding the effect of toughness heterogeneities on both crack trajectory and material toughness in brittle solids. A three-dimensional perturbative model has been designed to describe the interaction between a semi-infinite crack with tougher defects through a generalized maximum energy release rate criterion (GMERR). Two mechanisms are thus modeled : a crossing one, where the crack goes through inclusion, and a by-pass one, where the crack goes out-of-plane and propagates along the matrix/inclusion interface. This model display is computationally very efficient since crack interaction with a very large defect distribution ($\sim 1M$ inclusions) can be simulated in a very short computational time (~ 1 hour). These performances allow us to describe quantitatively the effect of heterogeneities on the effective properties of such materials and to link them with microstructural features through the investigation of fracture surface roughness.

Mots clefs : rupture fragile, matériaux hétérogènes, ténacité effective, rugosité de surface, fractographie quantitative

1 Introduction

Une description détaillée des mécanismes de fissuration est essentielle pour la formulation de prédictions fines de la résistance des structures à la fissuration. Cependant les formalismes classiques comme celui de la mécanique linéaire de la rupture ne parviennent pas à l'heure actuelle à décrire l'influence de défauts micro-structuraux sur la réponse macroscopique à rupture des solides hétérogènes. Avec l'essor récent de nouvelles techniques de fabrication (fabrication additive), et l'émergence de préoccupations environnementales (recyclage de PET ou introduction d'agrégats bio-sourcés dans les matériaux du génie civil), l'utilisation de matériaux micro-architecturés va considérablement augmenter au cours des prochaines décennies, concentrant une attention toute particulière sur la question de la fissuration des matériaux hétérogènes.

Divers mécanismes, comme le piégeage [1], la déviation hors-plan [2], et le pontage de fissures [3], ont été mis en lumière à la fin des années 80 et au début des années 90 dans des travaux motivés par la fabrication de composites céramiques fragiles aux propriétés à rupture accrues. On note aujourd'hui un regain d'intérêt sur les questions d'homogénéisation des propriétés à rupture. Ces travaux ont pour objet de décrire quantitativement l'influence de propriétés microstructurales à petite échelle sur la rupture macroscopique des matériaux hétérogènes. Deux approches sont privilégiées : la première avec des méthodes semi-analytiques fondées sur une approche perturbative de la mécanique de la rupture linéaire et une deuxième qui repose sur des simulations aux éléments finis.

Les méthodes semi-analytiques sont développées à partir de l'approche perturbative de la rupture au premier ordre fondée sur les fonctions de poids de Bueckner-Rice [4] pour le cas coplanaire et étendues au cas hors-plan par Movchan, Gao and Willis [5]. Ces méthodes démontrent des performances numériques excellentes, en raison de la forme que prennent les noyaux d'interaction dans l'espace de Fourier. Elles permettent ainsi de décrire l'interaction d'une fissure avec un grand nombre d'inclusions et son incidence sur les propriétés à rupture effectives de ces composites [1, 3, 6]. Toutefois ces approches se cantonnent à la propagation coplanaire d'une fissure. Elles omettent ainsi l'effet d'excursions hors-plan sur la ténacité effective des matériaux. Les travaux qui autorisent cette sortie du plan de la fissure sont, eux, fondés sur l'introduction d'un bruit stochastique sur K_{II} dans les équations perturbatives de la mécanique de la rupture linéaire [7, 8]. En conséquence, ils ne permettent pas de relier les propriétés microstructurales (propriétés mécaniques des défauts et de leur interface avec la matrice, densité et géométrie des défauts) aux propriétés effectives des matériaux. Les simulations de la fissuration fondées sur la méthode des éléments finis (à travers les modèles XFEM, de zones cohésives ou de champ de phase par exemple) décrivent précisément l'interaction d'une fissure avec des défauts à géométrie et propriétés mécaniques données. Cette finesse dans la description de la microstructure s'accompagne d'un coût numérique important, restreignant ainsi souvent les simulations au cas bidimensionnel (invariant dans la direction du front). Elles ne peuvent donc pas prendre en compte les effets de couplage des déformations du front dans le plan de propagation et leurs composantes hors-plan.

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'influence d'hétérogénéités de ténacité sur la propagation tridimensionnelle d'une fissure dans le but de décrire qualitativement son lien avec les propriétés statistiques de la surface de rupture et les propriétés à rupture effectives résultantes. Le couplage tridimensionnel des modes de déformation plan et hors-plan d'une fissure peut être rigoureusement établi dans le cadre de la mécanique de la rupture linéaire à un coût numérique faible. Pour ce faire, nous introduisons une description fine de la microstructure prenant en compte les propriétés de ténacité de l'inclusion et de son interface avec la matrice et sa géométrie. L'interaction d'une fissure semi-infinie

avec cette microstructure est décrite en combinant une approche perturbative du calcul des FIC locaux [4, 5] et le critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé [9, 10]. Ce formalisme permet de décrire deux mécanismes élémentaires d'interaction : le piégeage du front par des inclusions plus tenaces et les excursions hors-plan de la fissure par contournement des défauts plus tenaces, observées sur des matériaux géologiques comme l'argilite (Fig. 1). Dans un premier temps, nous montrons pour des arrangements périodiques de défauts que le mécanisme de contournement nuit au renforcement du matériau par des inclusions dans la mesure où il empêche le piégeage de la fissure par les défauts les plus tenaces. La géométrie des inclusions joue alors un facteur clé pouvant empêcher ou favoriser ce contournement et donc influence de façon significative les propriétés effectives de tels matériaux. Dans un second temps, nous considérons des systèmes désordonnés de grande taille comprenant des millions d'inclusions. Le désordre microstructural va alors venir accroître les propriétés à rupture effectives du composite. Ce renforcement peut être décrit à travers la formulation de défauts coplanaires équivalents et l'utilisation des méthodes d'homogénéisation coplanaire. Enfin l'étude des propriétés d'échelles des surfaces de rupture générées par simulation permet d'extraire des informations sur la microstructure sous-jacente.

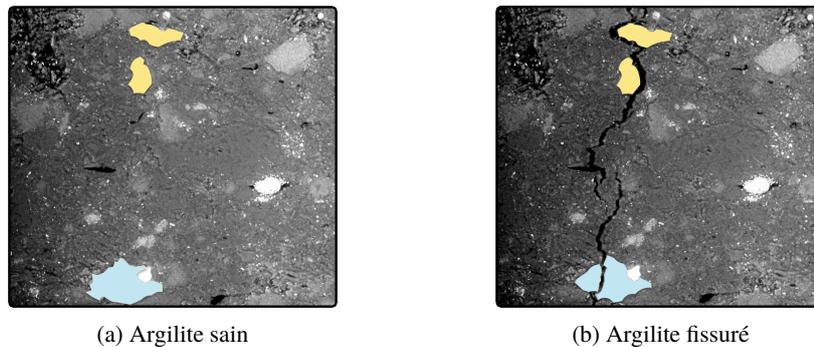


FIGURE 1 – Essai de fissuration 2D d'un argilite avec la présence d'inclusions contournées (en beige) et traversée (en bleu ciel) (source M. Bornert)

2 Modélisation théorique et méthode numérique

2.1 Approche perturbative de la mécanique de la rupture linéaire dans un milieu présentant des discontinuités de ténacité

En mécanique de la rupture linéaire, le critère de Griffith stipule que la fissure minimise son énergie globale de lors de la propagation, imposant alors l'égalité entre le taux de restitution d'énergie G et la ténacité locale du matériau G_c . Afin de décrire la propagation d'une fissure dans un milieu hétérogène, nous avons alors besoin de deux ingrédients et d'un critère pour les lier :

1. une microstructure, qui nous donne le champ de ténacité local G_c en tout point de notre matériau ;
2. le taux de restitution d'énergie local G le long du front ;
3. un critère de propagation qui va relier G_c et G afin de prédire la façon dont la fissure va se propager.

2.1.1 Microstructure

On considère une fissure semi-infinie qui se propage dans un milieu infini périodique de période L_z . On note x , la direction de propagation, y , la direction orthogonale au plan de fissuration, z , la direction parallèle au front Γ .

Cette fissure se propage dans un matériau hétérogène constitué d'une matrice homogène peuplée d'inclusions sphériques. Ces inclusions de coordonnées (x_s, y_s, z_s) sont réparties de façon isotrope et leur diamètre suit une distribution mono-disperse ou poly-disperse caractérisée par son diamètre moyen d et sa déviation standard σ_d .

On suppose que l'ensemble des processus anélastiques (plasticité, microfissuration, décohésion matrice/inclusion, etc) sont localisés dans une zone de process ℓ_{PZ} dont la taille est très inférieure à d . La matrice et les inclusions suivent une loi de comportement élastique linéaire isotrope et partagent les mêmes propriétés élastiques (E, ν) . Leur comportement en fissuration est fragile et ces deux phases ne diffèrent que par leurs propriétés de ténacité : la ténacité des inclusions G_c^{inc} est supérieure à celle de la matrice G_c^{mat} et l'interface qui les sépare peut disposer d'une ténacité plus faible G_c^{int} . Ces propriétés à rupture peuvent varier d'inclusion à inclusion et sont illustrées en Fig. 3.

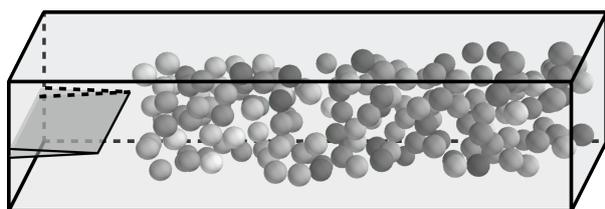


FIGURE 2 – Fissure semi-infinie se propageant dans une matrice peuplée d'inclusions sphériques de même diamètre mais à ténacité variable (donnée en niveau de gris)

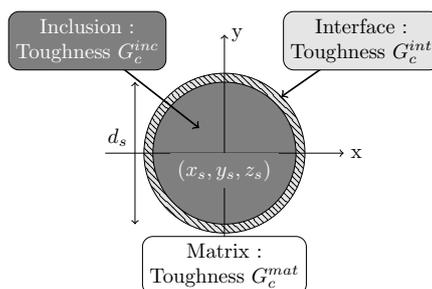


FIGURE 3 – Une inclusion sphérique et ses propriétés à rupture

2.1.2 Approche perturbative pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte locaux

Chargement macroscopique

La fissure est chargée macroscopiquement en traction (Mode I). Dans la mesure où on souhaite étudier l'effet des conditions de chargement avec aussi peu de paramètres que possible, on suit le formalisme développé dans le cadre de la propagation coplanaire [11]. On peut alors écrire au premier ordre du paramètre de chargement :

$$G^\infty(t) = G_0 \left(1 + \frac{v_m t - x(t)}{\mathcal{L}} \right) \quad (1)$$

where G_0 est le taux de restitution d'énergie initial, \mathcal{L} , une longueur structurale liée à la géométrie de l'échantillon, v_m , la vitesse moyenne de propagation de la fissure liée au chargement et à la géométrie de l'échantillon, t le temps et $x(t)$, la position moyenne de la fissure (Fig. 4).

Calcul des facteurs d'intensité de contraintes locaux

Lorsque le front de fissure va interagir avec des inclusions, il va se déformer à la fois dans le plan (par piégeage) et hors-plan (par contournement). On note f_x et f_y les déformations respectivement dans le plan et hors-plan du front de fissure par rapport à sa configuration initiale plate (Fig. 4). Grâce aux travaux de Gao and Rice pour le problème coplanaire [12] et Movchan, Gao and Willis pour le cas hors-plan [5], il est possible de relier les perturbations géométriques du front f_x et f_y aux perturbations de facteurs d'intensité de contraintes (FIC) $(\delta K_i)_{i \in \{I, II, III\}}$. Sous des hypothèses classiques [11] :

$$\begin{cases} \frac{\delta K_I(z, t)}{K_I^\infty(t)} = -\frac{1}{2\mathcal{L}} f_x(z, t) - \frac{1}{2\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_x(z, t) - f_x(z', t)}{(z - z')^2} dz' \\ \frac{\delta K_{II}(z, t)}{K_I^\infty(t)} = \frac{1}{2} \frac{\partial f_y}{\partial x}(z, t) + \frac{2 - 3\nu}{2 - \nu} \frac{1}{2\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_y(z, t) - f_y(z', t)}{(z - z')^2} dz' \\ \frac{\delta K_{III}(z, t)}{K_I^\infty(t)} = -\frac{2(1 - \nu)^2}{2 - \nu} \frac{\partial f_y}{\partial z}(z, t) \end{cases} \quad (2)$$

où (PV) désigne la valeur principale de Cauchy et $K_I^\infty = \sqrt{\frac{E}{1 - \nu^2}} G^\infty$.

Ces formules perturbatives nous donnent naturellement accès aux facteurs d'intensité de contraintes locaux :

$$\begin{cases} K_I(z, t) = K_I^\infty(t) + \delta K_I(z, t) \\ K_{II}(z, t) = \delta K_{II}(z, t) \\ K_{III}(z, t) = \delta K_{III}(z, t) \end{cases} \quad (3)$$

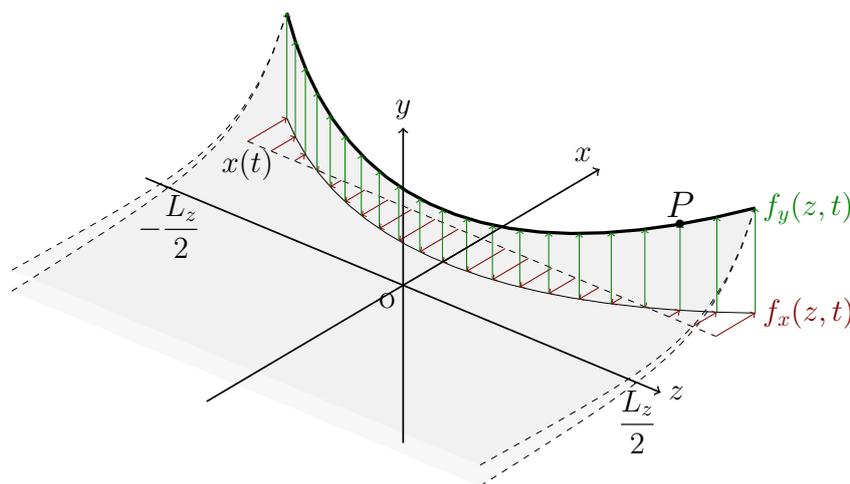


FIGURE 4 – Fissure semi-infinie perturbée avec $f_x(z, t)$, composantes dans le plan des perturbations et $f_y(z, t)$, composantes hors-plan, par rapport à sa configuration plane de référence située en $x(t)$

2.1.3 Critère de propagation en milieux hétérogènes

La donnée de la microstructure nous donne un champ local de ténacité G_c . L'approche perturbative détaillée précédemment nous donne accès aux facteurs d'intensité locaux le long du front à tout instant. Il nous faut à présent un critère de propagation qui soit en mesure de prédire dans quelle direction la fissure va se propager (critère directionnel) et à quelle vitesse cette propagation va s'opérer (loi d'avance).

Critère directionnel

Les critères directionnels traditionnellement admis en mécanique de la rupture linéaire homogène sont le critère de contrainte tangentielle maximale [13], le critère de taux de restitution d'énergie maximal [14] et le principe de symétrie locale [15]. Ce dernier reposant sur des considérations d'isotropie matérielle, il est mis à défaut lorsqu'une fissure arrive sur une hétérogénéité de ténacité (Fig. 5) puisque la distribution de G_c dépend alors de la direction de propagation θ (Fig. 6.a). Le critère de taux de restitution d'énergie maximal ne prend pas en compte une anisotropie de G_c mais peut être naturellement étendu au cas hétérogène [9, 10] :

$$\text{Propagation dans la direction } \theta \text{ such as } (G - G_c)(\theta) \text{ est maximal} \quad (4)$$

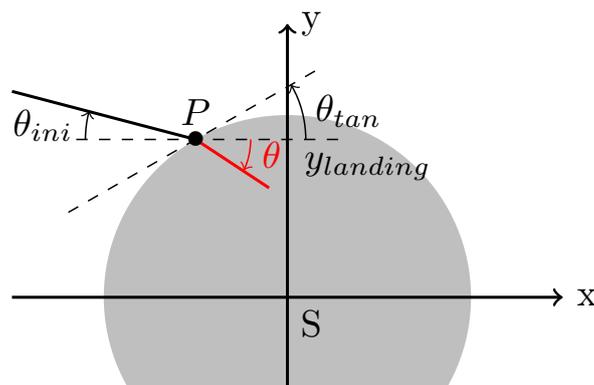


FIGURE 5 – Fissure arrivant sur une inclusion avec un angle θ_{ini} à une hauteur $y_{landing}$ correspondant à un angle tangent θ_{tan}

Ce critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé (GMERR) a été vérifié par des expériences récentes sur la propagation d'une fissure dans des plaques faiblement et fortement anisotropes [16, 17]. Il suppose de connaître la distribution angulaire de G_c , ici donnée par notre microstructure (Fig. 6.a), mais aussi la distribution de G , qui peut être déterminée grâce aux formules d'Amestoy-Leblond [18]. Ces formules relient les FIC locaux pré-branchement aux FIC locaux post-branchement en fonction de la direction de propagation :

$$\begin{cases} K_I(\theta) = F_{I,I}(\theta - \theta_{ini}) K_I + F_{I,II}(\theta - \theta_{ini}) K_{II} \\ K_{II}(\theta) = F_{II,I}(\theta - \theta_{ini}) K_I + F_{II,II}(\theta - \theta_{ini}) K_{II} \\ K_{III}(\theta) = F_{III,III}(\theta - \theta_{ini}) K_{III} \end{cases} \quad (5)$$

où K_I, K_{II}, K_{III} sont les facteurs d'intensité de contraintes locaux.

En combinant Eq. (3) et Eq. (5) avec la formule d'Irwin, il est possible d'en déduire la distribution angulaire de G :

$$G(\theta) = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2(\theta) + K_{II}^2(\theta)) \quad (6)$$

où la contribution du mode III est éliminée puisqu'elle est découplée de la contribution en mode I macroscopique et relève donc du second ordre.

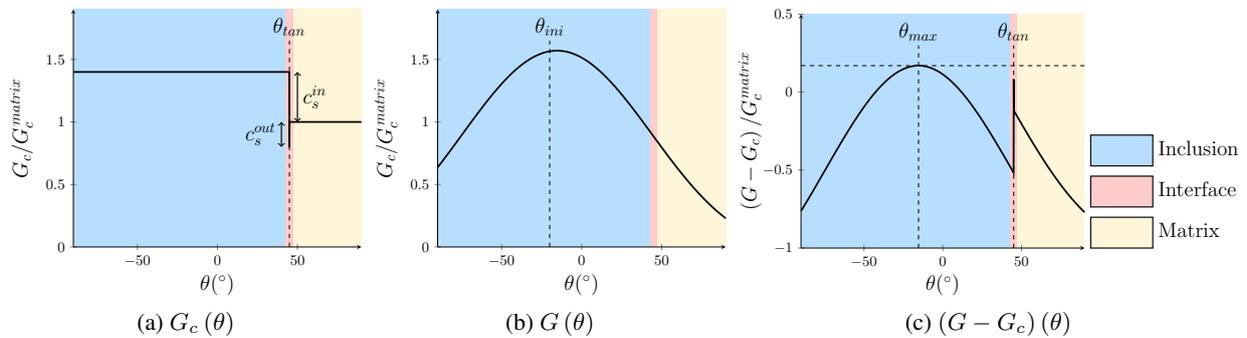


FIGURE 6 – Distribution angulaire de G_c , G et $(G - G_c)$ pour le jeu de paramètres suivant $\theta_{tan} = 45^\circ$, $c_{inc}^s = 0.4$, $c_{int}^s = 0.2$, $\theta_{ini} = -20^\circ$, $K_I = 1.25K_{I,c}^{mat}$ et $K_{II} = -0.05K_{I,c}^{mat}$

Ce critère de propagation permet de gérer l'arrivée d'une fissure sur une inclusion ainsi que sa propagation le long de l'inclusion. Lorsque la fissure se propage dans un milieu homogène (dans la matrice ou dans l'inclusion), ce critère se réduit au critère de taux de restitution d'énergie maximal.

Loi d'avance

La direction de propagation θ étant choisie, il nous reste à déterminer la vitesse de propagation en tout point du front. Pour cela, nous faisons l'hypothèse classique que la vitesse de propagation d'une fissure est proportionnelle à l'excès d'énergie $(G - G_c)$, qui revient à linéariser la formule de Griffith autour de la vitesse moyenne du front v_m [1, 11].

$$G = G_c(v) = G_c(v_m) \left(1 + \frac{v - v_m}{v_0} \right) \Leftrightarrow v = \left[v_m + v_0 \left(\frac{G - G_c(v_m)}{G_c(v_m)} \right) \right]^+ \quad (7)$$

où v_0 est une vitesse caractéristique du matériau.

Nous supposons finalement que cette avancée se fait dans la direction (Ox) plutôt qu'orthogonalement à la tangente locale au front, ces corrections relevant du second ordre.

2.2 Implémentation numérique

Le modèle théorique présenté ci-dessus est ensuite implémenté numériquement en langage C.

Les distributions aléatoires d'inclusions disjointes sont générées par un algorithme d'addition séquentielle [19] pour des distributions des densités allant jusqu'à 25% en mono-disperse ou pour de fort niveaux de dispersion du diamètre. Pour les hautes densités (jusqu'à 50%) ou de faibles niveaux de dispersion, nous utilisons la méthode développée par Delarue et Jeulin [20], qui part d'une configuration dense ordonnée comme le CFC et ajoute du désordre en translatant les inclusions et/ou en éliminant certaines. Ces méthodes efficaces permettent de générer des milieux hétérogènes comprenant plusieurs millions d'inclusions en peu de temps. Des exemples de microstructures sont données en Fig. 7.

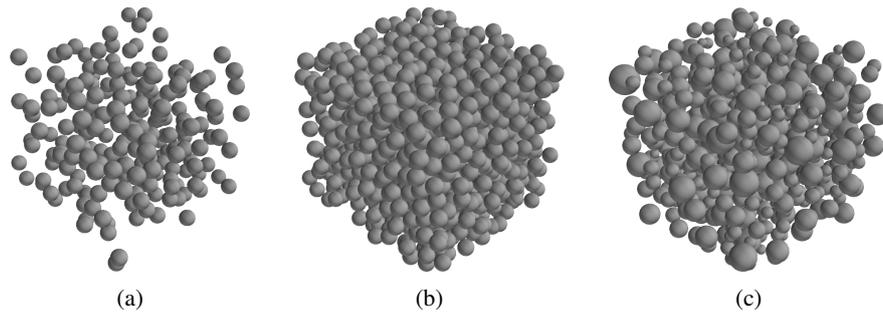


FIGURE 7 – Différentes microstructures considérées dans notre modèle - mono-disperse à 20% de densité (a), mono-disperse à 50% de densité (b) and poly-disperse à 30% de densité (c)

Le front est discrétisé en N points équidistants $(P_i)_{i \in [1, N]}$, séparés d'une distance $\Delta z = \frac{L_z}{N}$ Fig. 8.

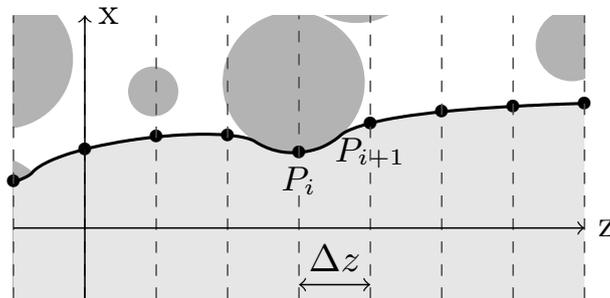


FIGURE 8 – Discrétisation du front avec un pas spatial Δz

À chaque pas de temps, nous calculons les facteurs d'intensité de contraintes locaux à partir de la configuration géométrique du front. Les perturbations des FIC font intervenir des intégrales non-locales le long du front Eq. (2). La complexité d'un tel calcul est traditionnellement en $O(N^2)$, ce qui induit des coûts de calcul important pour des simulations de grande taille ou à faible discrétisation. Toutefois ces noyaux d'interaction prennent une forme simple dans l'espace de Fourier :

$$\mathcal{L}f(z, t) = \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(z, t) - f(z', t)}{(z - z')^2} dz' \Leftrightarrow \widehat{\mathcal{L}f}(k, t) = |k| \pi \hat{f}(k, t) \quad (8)$$

où $\hat{\cdot}$ est la transformée de Fourier dans la direction z . Cette propriété des noyaux permet de calculer les perturbations non-locales du front par une transformée de Fourier rapide directe et inverse, réduisant la complexité à $O(N \log(N))$.

Les facteurs d'intensité locaux calculés, nous avons accès au vecteur vitesse complet (direction et norme) grâce au critère de propagation énoncé plus haut. Le pas de temps est estimé à partir d'un critère de convergence dérivé de la condition de Courant–Friedrichs–Lewy et une procédure d'accélération fondée sur la physique du *depinning* est mise au point. La configuration géométrique du front est réactualisée et cette procédure explicite est répétée jusqu'à rupture totale du matériau. La procédure numérique est résumée en Fig. 9

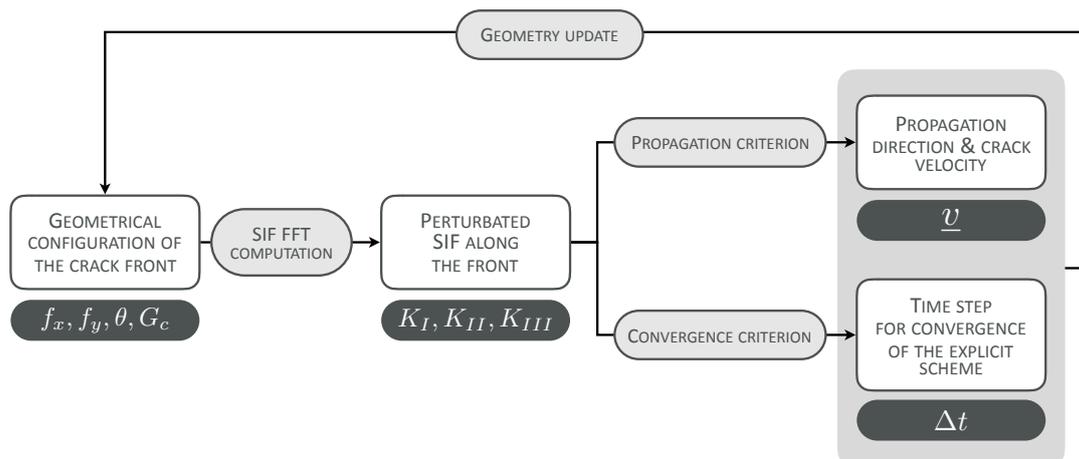


FIGURE 9 – Résumé du schéma numérique explicite implémenté

3 Trajectoire de fissure en présence de discontinuités de ténacité

3.1 Simulation dans des milieux hétérogènes de grande taille

Un des avantages de notre méthode semi-analytique est qu'elle permet de simuler la propagation d'une fissure dans des milieux de grandes tailles comportant plusieurs millions d'inclusions en l'espace de quelques heures sur un ordinateur de bureau pour une simulation mono-cœur. De tels exemples sont donnés en Fig. 10 and 11. Nous pouvons voir que certaines inclusions sont contournées quand d'autres sont traversées et souhaitons pouvoir relier ce comportement aux propriétés microstructurales et de chargement.

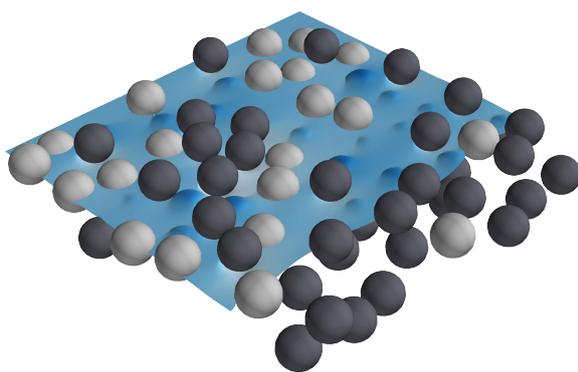
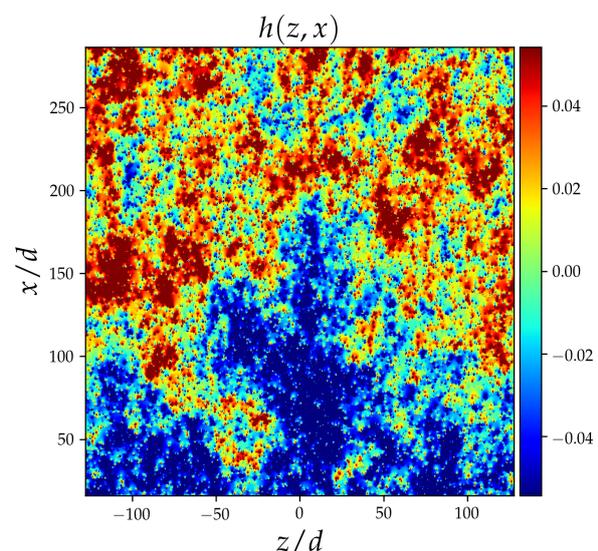


FIGURE 10 – Propagation de fissure dans un milieu hétérogène tridimensionnel avec des inclusions contournées (en gris foncé) et traversées (en gris clair)

FIGURE 11 – Surface de rupture issue de l'interaction d'une fissure avec $\sim 1M$ inclusions

3.2 Description de la transition traversée/contournement

Le décision du contournement ou de la traversée d'une inclusion correspond au choix d'une direction de propagation et constitue donc le résultat du critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé. Ce critère énergétique met en lien des facteurs d'intensité de contraintes locaux avec les propriétés géométriques et mécaniques de la microstructure. La traversée est pénalisante d'un point de vue de G_c dans la mesure où elle impose de pénétrer dans une phase plus tenace mais elle est bénéfique du point de vue de G dans la mesure où elle permet le plus souvent de se propager dans la direction où G est maximal. Inversement, le contournement est pénalisant d'un point de vue de G dans la mesure où il requiert un branchement qui induit souvent une diminution de G , mais il est bénéfique du point de vue de G_c puisqu'il permet de se propager le long de l'interface qui est au plus aussi tenace que la matrice. Un tel choix peut être traité rigoureusement dans un cas bi-dimensionnel (invariant le long du front), où les interactions non-locales du front sont nulles. Considérons une fissure plane qui arrive sur un défaut à une hauteur $y_{landing}$ correspondant à un angle tangent θ_{tan} (Fig. 12). Alors la transition entre contournement et traversée suit la loi :

$$\frac{G_c^{inc}}{G_c^{int}} = \frac{1}{F_{I,I}(\theta_{tan})^2 + F_{II,I}(\theta_{tan})^2} \quad (9)$$

Cette transition est représentée en Fig. 12 pour une interface de ténacité égale à celle de la matrice $G_c^{int} = G_c^{mat}$. On note l'existence d'une ténacité critique $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 3.854 G_c^{mat}$ à partir de laquelle l'ensemble des défauts sont contournés, peu importe la hauteur d'attaque (i.e. l'angle tangent). Cette propriété va avoir des répercussions importantes sur le renforcement d'un matériau composite par des hétérogénéités plus tenaces.

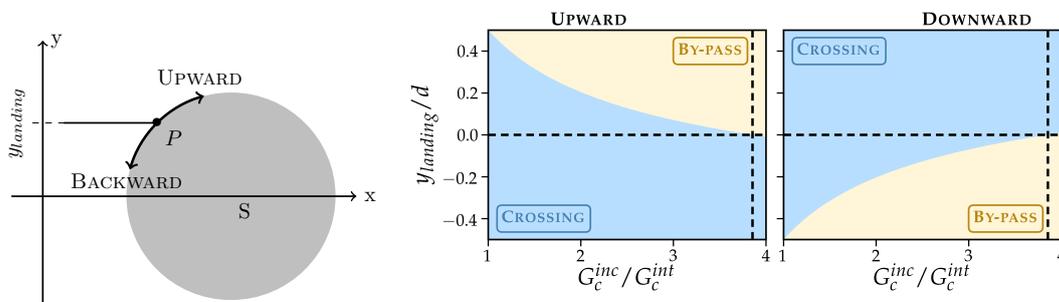


FIGURE 12 – Diagramme de transition entre le contournement et la traversée d'un défaut en fonction de la hauteur d'attaque $y_{landing}$ et du rapport de ténacité entre l'inclusion et la matrice G_c^{inc}/G_c^{mat}

On peut alors comparer ces prédictions théoriques bidimensionnelles avec des simulations numériques tridimensionnelles. Pour cela nous effectuons 1200 simulations d'une fissure arrivant sur une inclusion unique avec un angle d'attaque nul pour différentes valeurs d'hauteur d'attaque $y_{landing} \in [0., 0.5[$ ($] -0.5, 0[$ étant couvert par symétrie) et de ténacité $G_c^{inc} \in [1, 4]$ pour un milieu de période $L_z = 4d$ et une discrétisation spatiale très fine $\Delta z = d/64$, autorisée par les performances numériques de notre modèle. Un contournement est défini numériquement par le contournement du point central (où la tangente est la plus pentue S où le contournement est consécutivement le plus difficile). Les résultats sont présentés en (Fig. 13). On constate une très bonne cohérence entre ce diagramme de transition numérique tri-dimensionnel et le diagramme théorique bidimensionnel dans le cas de la sphère. Toutefois, nous verrons par la suite que la géométrie du défaut peut modifier significativement ces diagrammes.

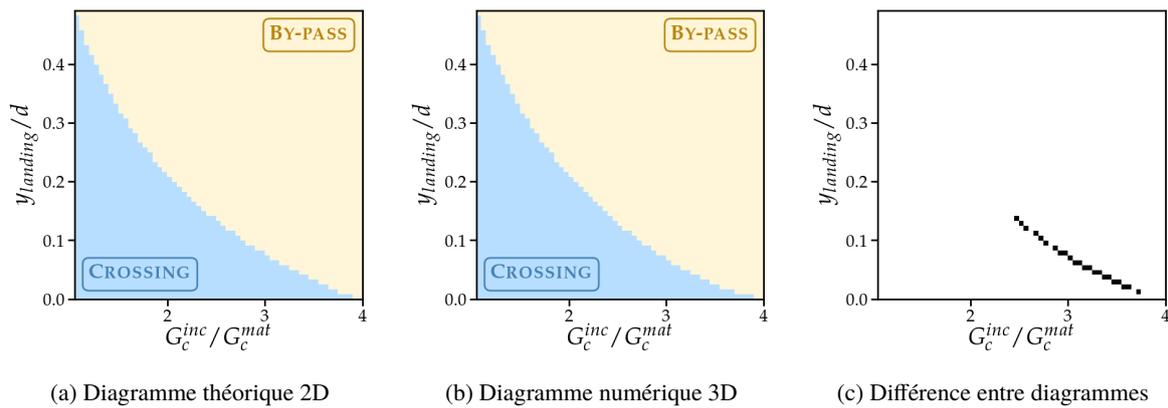


FIGURE 13 – Diagramme théorique 2D (a) and numérique 3D (b) (avec en bleu la traversée et en beige le contournement) and leur différence (en noir) pour une inclusion sphérique

4 Ténacité effective des milieux hétérogènes

4.1 Définition de la ténacité effective

La présence d'hétérogénéités influence la trajectoire de la fissure en la faisant sortir du plan. Cette sortie du plan a inévitablement un impact sur la ténacité effective de tel matériau. Pour étudier l'effet de ce mécanisme, nous définissons la ténacité effective comme le chargement macroscopique maximal ou chargement apparent, nécessaire pour faire propager la fissure dans tout l'échantillon. Ainsi :

$$G_c^{app} = \max_{x \in [0, L_x]} G^\infty(x) \quad (10)$$

4.2 Cas des milieux périodiques

4.2.1 Le contournement, une limitation au renforcement

Nous nous intéressons dans un premier temps au cas des milieux périodiques pour comparer les résultats de nos simulations tridimensionnelles aux prédictions numériques et résultats théoriques établis sur la propagation bidimensionnelle coplanaire dans des arrangements périodiques de défauts plus tenaces.

La déviation hors-plan d'une fissure a longtemps été vue comme un mécanisme de renforcement d'un matériau [2], bien que moins efficace que les mécanismes de piégeage ou de pontage de fissures [3]. Nous voulons souligner ici qu'en présence de défauts plus tenaces, la sortie du plan peut s'avérer nocive au renforcement d'un matériau puisqu'elle limite le piégeage du front par l'inclusion.

Pour illustrer cet effet, on calcule la ténacité effective de notre milieu périodique ($L_z/d = 4$), constitué d'une inclusion que l'on attaque à $y_{landing}/d = 0.1$, pour différentes valeurs de ténacité G_c^{inc} sous l'hypothèse que l'interface partage les propriétés de la matrice ($G_c^{int} = G_c^{mat}$). Ces résultats sont illustrés en Fig. 14.

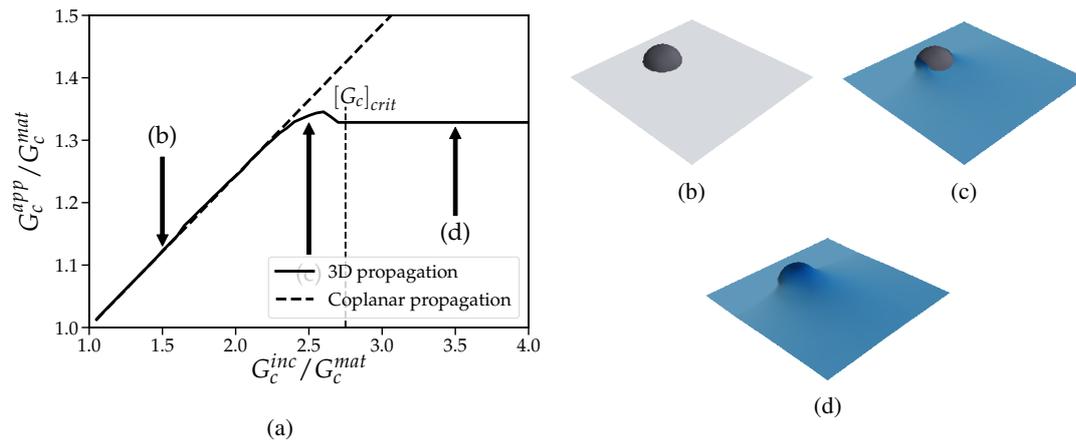


FIGURE 14 – G_c^{app} pour différentes ténacités d’une inclusion attaquée à $y_{landing}/d = 0.1$ dont la ténacité de transition traversée/contournement vaut $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 2.75 G_c^{mat}$

On peut remarquer trois phases distinctes :

1. à faible contraste, l’inclusion est traversée et donc sa ténacité effective correspond à celle du cas coplanaire (Fig. 14.b), moyenne du chargement :

$$G_c^{app} = G_c^{mat} + \frac{d}{L_z} (G_c^{inc} - G_c^{mat}) \quad (11)$$

2. un peu en dessous de la ténacité critique correspondant à la transition traversée/contournement pour $y_{landing}/d = 0.1$ soit $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 2.75 G_c^{mat}$ (Eq. (9)), il existe un cas intermédiaire où les points du front près du centre traversent l’inclusion quand ceux du bord (qui voient un angle tangent plus faible) la contournent. Cet état correspond à l’observation expérimentale faite par Takei and al. [17], où la propagation d’une fissure résulte d’une minimisation énergétique locale plutôt que globale, la fissure pouvant prendre des chemins plus coûteux énergétiquement ;
3. au dessus de la ténacité critique $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 2.75 G_c^{mat}$, l’inclusion est entièrement contournée. Il ne sert à rien d’augmenter la ténacité du défaut au dessus de cette valeur, la ténacité effective est plafonnée par le mécanisme de contournement (Fig. 14.d) ;

Le mécanisme de contournement est donc nocif au renforcement. Pire encore, il peut empêcher des mécanismes de renforcement très efficaces comme le pontage de fissure de se mettre en place, lorsque ce dernier est causé par un piégeage trop important par le défaut. À notre connaissance, cette étude est la première à mettre en évidence la perte de renforcement induite par une sortie du plan de la fissure dans les milieux fragiles.

4.2.2 Effet de la géométrie des inclusions sur la ténacité effective

Cette perte de renforcement peut s'avérer encore plus dramatique lorsqu'on change la géométrie des inclusions. En effet, le couplage des mécanismes de déformation dans le plan et hors-plan, mis en évidence pour la première fois dans cette étude, peut jouer un rôle décisif sur la ténacité effective des matériaux hétérogènes.

Pour illustrer cette idée, nous considérons des inclusions non plus sphériques mais ellipsoïdales d'axe de révolution z et de rapport d'aspect $a_z = d$, $a_x = a_y = d/2$ pour la première (Fig. 15.c) et $a_z = 2d$, $a_x = a_y = d/2$ pour la seconde (Fig. 15.d). Comme dans le cas précédent, nous considérons un milieu de taille $L_z = 8a_z$ dans lequel se propage une fissure semi-infinie qui arrive sur une inclusion à la hauteur $y_{landing} = 0.1a_y$, de façon à ce que le point central voit le même angle tangent.

On trace en Fig. 15.a la ténacité effective du composite pour différente valeur de ténacité de l'inclusion. On note alors une transition de la traversée au contournement à partir de $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 2.3 G_c^{mat}$ pour $a_z = 2a_x = 2a_y$ et encore plus faible $[G_c^{inc}]_{crit} \sim 2.05 G_c^{mat}$ pour $a_z = 4a_x = 4a_y$ au lieu de la valeur théorique bidimensionnel $2.75 G_c^{mat}$, qui prédit correctement le cas sphérique $a_z = a_x = a_y$ pour $y_{landing} = 0.1a_y$. Cette valeur critique de ténacité G_c^{inc} pour la transition traversée/contournement impacte logiquement la valeur plafond de la ténacité effective, rendant encore plus inefficace le renforcement d'un matériau par un défaut plus tenace.

Ce décalage de la ténacité critique s'explique par le couplage des modes de déformation dans le plan et hors-plan du front de fissure, qui avait été négligé jusqu'alors[7, 8, 11]. En effet, dans le cas d'une ellipsoïde prolata, les points du front sur le côté, qui voient un angle tangent plus faible, sont les premiers à se débloquent quand ce sont les points centraux qui se propagent en premier dans le cas sphérique. Voyant un angle tangent plus faible, ces points latéraux sont davantage susceptibles de contourner le défaut et d'entraîner dans leur propagation les points centraux dans un contournement collectif grâce aux termes non-locaux du facteur d'intensité de contrainte en mode II. L'impact de ce mécanisme fin est illustré en Fig. 16 sur la modification du diagramme de transition pour une ellipsoïde telle que $a_z = 4a_x = 4a_y$.

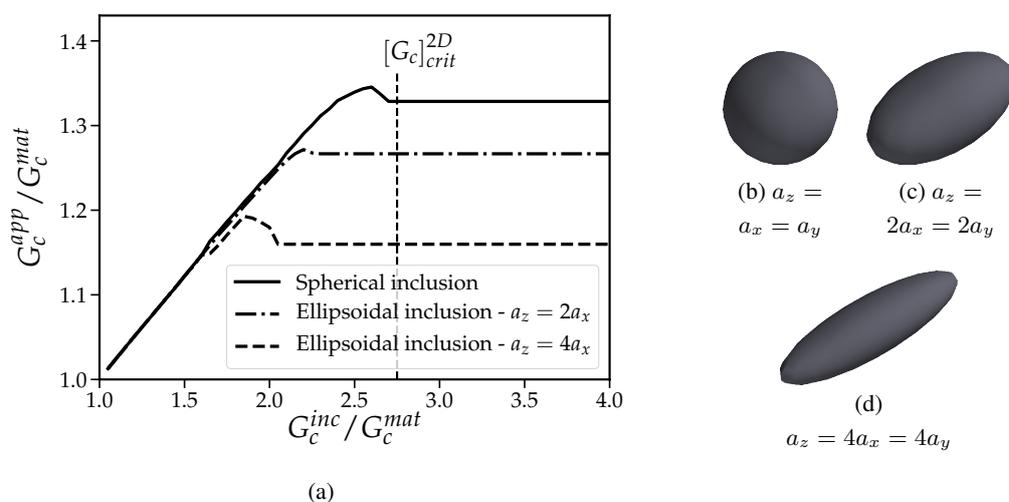


FIGURE 15 – G_c^{app} pour diverses ténacités d'inclusion pour une inclusion sphérique (b - $a_z = a_x = a_y$), et des inclusions ellipsoïdales (b - prolata - $a_z = 2a_x = 2a_y$ et c - prolata - $a_z = 4a_x = 4a_y$) attaquées à une hauteur $y_{landing}/a_y = 0.1$

La géométrie des inclusions a donc un impact décisif sur la ténacité effective des milieux hétérogènes tridimensionnels. Les techniques de fabrication additive offrent la possibilité à l'heure d'aujourd'hui de réaliser des matériaux micro-architecturés. Un travail de fond sur la géométrie à donner à ces défauts est donc essentiel si on souhaite concevoir des matériaux aux propriétés à rupture les plus performantes possibles. La suppression du contournement des hétérogénéités, qui peut se faire de façon simple en considérant des fibres très allongées pour revenir au cas de piégeage coplanaire, est un axe à privilégier au vu de ses implications sur la ténacité effective des matériaux composites.

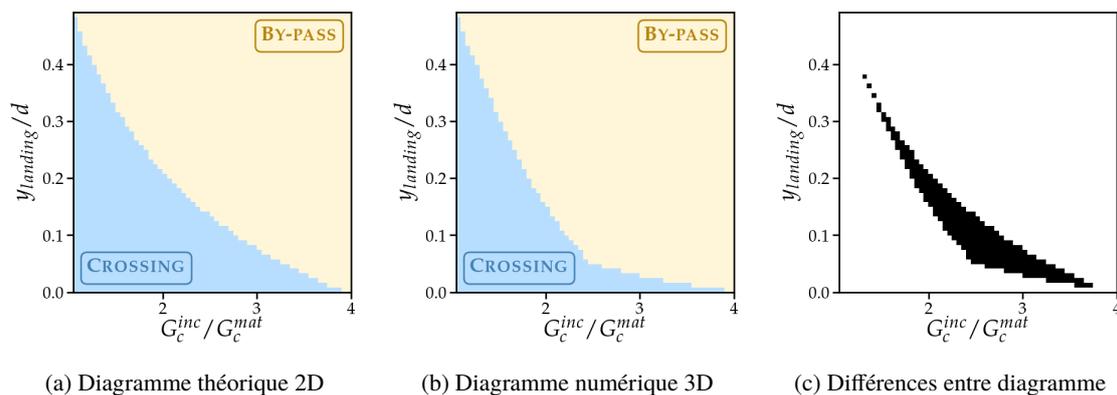


FIGURE 16 – Diagramme théorique 2D (a) and numérique 3D (b) (avec en bleu la traversée et en beige le contournement) and leur différence (en noir) pour une inclusion ellipsoïdale telle que $a_z = 4a_x = 4a_y$

4.3 Cas des milieux désordonnés

Nous pouvons maintenant considérer des milieux désordonnés de grande taille. Dans cette étude, nous considérons des milieux de taille $L_z = L_x = L_y = 256d$ avec une discrétisation de $\Delta z = d/16$ (16 points par diamètre d d'inclusion) pour différentes valeurs de ténacité G_c^{inc} , que partageront ici l'ensemble des inclusions d'un même milieu, et différentes densités d'inclusions ρ_{inc} . Ces résultats sont moyennés sur 5 réalisations différentes de microstructures afin d'évaluer la dispersion des propriétés à rupture homogénéisées.

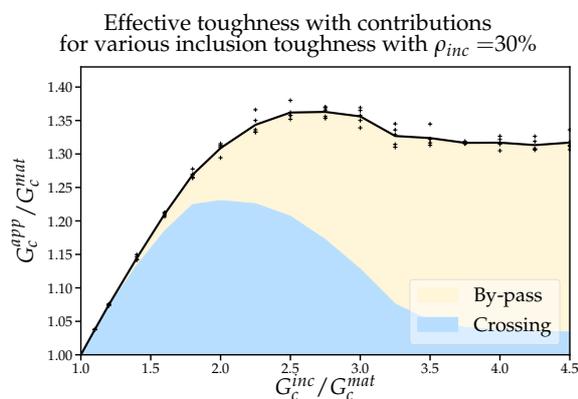


FIGURE 17 – Ténacité effective d'un milieu désordonné en fonction de la ténacité des inclusions pour une densité d'inclusions de 30% et contributions des différents mécanismes

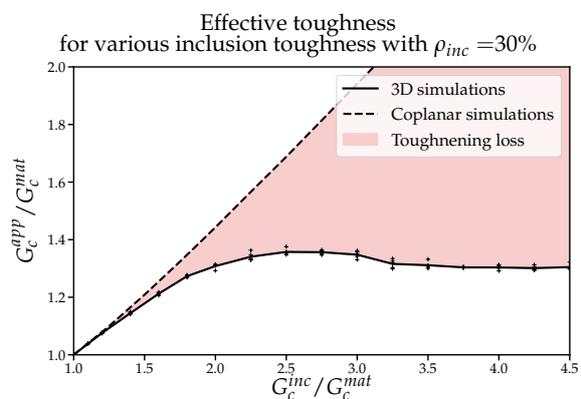


FIGURE 18 – Ténacité effective d'un milieu désordonné en fonction de la ténacité des inclusions pour une densité d'inclusions de 30% et comparaison avec les valeurs coplanaires

En Fig. 17, on peut observer trois phases dans le renforcement de la matrice par des inclusions plus tenaces :

- une phase de renforcement à faible contraste ($G_c^{inc} \leq 2 G_c^{mat}$) où l'ajout d'inclusions plus tenaces contribue fortement à l'augmentation de la ténacité globale du composite. Les inclusions sont majoritairement traversées et les inclusions contournées sont celles que la fissure attaque loin de leur plan central et dont la section efficace est faible. La perte de renforcement par contournement est minimale et le mécanisme de traversée, plus efficace, contribue pleinement au renforcement de la matrice. L'écart au cas coplanaire est alors faible (Fig. 18) ;
- une phase intermédiaire ($2 G_c^{mat} \leq G_c^{inc} \leq 3 G_c^{mat}$) où la ténacité effective passe par un maximum. Cette phase est caractérisée par une forte chute du taux de renforcement puisque les inclusions sont de plus en plus contournées et pour des sections efficaces importantes. Le mécanisme de contournement s'avère encore plus néfaste dans le cas désordonné où la forme du défaut et la déviation standard de ténacité entrent en jeu [6]. En extrayant de nos simulations une carte locale de ténacité effective pour un défaut traversé et contourné (Fig. 19), on observe que si une inclusion traversée a bien une section efficace de la forme d'un disque de ténacité égale à celle de l'inclusion, le défaut contourné a une forme effective bien plus proche d'un croissant évanescant dans la direction x de propagation. En plus de limiter le renforcement par traversée de notre composite, le mécanisme de contournement a, à ténacité d'inclusion égale, une contribution plus faible à la ténacité effective de notre matériau. Le taux de renforcement va donc chuter au fur et à mesure que les inclusions deviennent plus tenaces et sont contournées. L'écart au cas coplanaire est alors important (Fig. 18) ;
- une phase finale ($G_c^{inc} \geq 3 G_c^{mat}$) où la ténacité effective est plafonnée. La quasi-totalité des inclusions sont alors contournées, mis à part quelques rares cas où les interactions non-locales le long du front forcent la traversée des inclusions. Le désordre de ténacité chute et atteint une valeur asymptotique.

On note que la ténacité effective de notre composite passe par un maximum $G_c^{app} \geq 1.35 G_c^{mat}$ par rapport à la valeur asymptotique $G_c^{app} \geq 1.28 G_c^{mat}$ à très haute contraste de ténacité. Cette propriété ouvre à nouveau la voie à l'optimisation à rupture à partir des propriétés à rupture en plus de l'optimisation géométrique évoquée plus tôt.

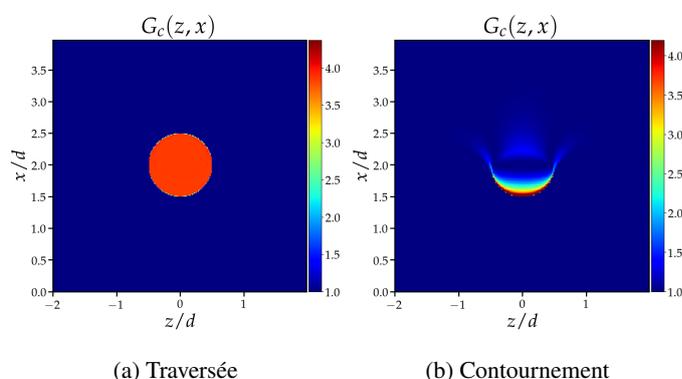


FIGURE 19 – Cartes de ténacité coplanaire équivalente pour un défaut traversé (a) et un défaut contourné (b)

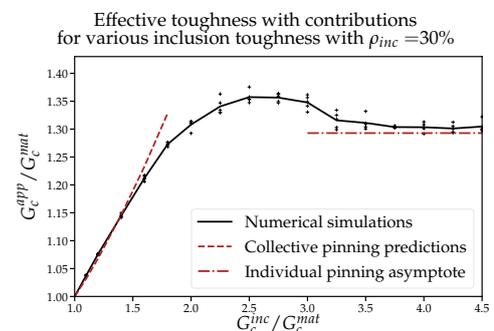


FIGURE 20 – Ténacité effective d'un milieu désordonné et prédictions analytiques

La question de l'homogénéisation des propriétés à rupture a été abordée dans le cas d'une propagation coplanaire [6], reliant les propriétés à rupture d'un matériau composite à sa ténacité effective pour différents régimes :

$$\begin{cases} G_c^{app} = \langle G_c \rangle + \sigma_{G_c} \frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z}, & \text{si } \frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z} \ll 1 \\ G_c^{app} \geq \langle G_c \rangle + \sigma_{G_c}, & \text{si } \frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z} \gg 1 \end{cases} \quad (12)$$

où $\langle G_c \rangle$ est la moyenne de G_c , σ_{G_c} sa déviation standard, et ξ_z (resp. ξ_x) la taille des inclusions dans la direction z (resp. dans la direction x).

Partant de l'observation numérique que la propagation hors-plan d'une fissure dans un milieu comprenant des inclusions sphériques n'est que peu collective (Fig. 21), la traversée ou le contournement d'une inclusion peut être considérée comme décrite par l'équation Eq. (9). Il est alors possible de remplacer le défaut traversé ou contourné par un défaut coplanaire équivalent, dont les propriétés géométriques et à rupture sont extraites de simulations périodiques. Les jeux de paramètres sur lesquels tournent nos simulations tombent dans le régime $\frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z} \sim 1$, où les prédictions analytiques sont mises à défaut

Eq. (12). Il est toutefois possible de tracer des tendances à faible contraste ($\frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z} \ll 1$) et à haut contraste ($\frac{\sigma_{G_c}}{\langle G_c \rangle} \frac{\xi_x}{\xi_z} \gg 1$) et d'observer une bonne cohérence entre simulations numériques et formules analytiques (Fig. 20). Ces prédictions s'avèrent en outre prédire correctement l'effet de la densité d'inclusions (Fig. 22). On note toutefois un écart pour les cas à haute densité (50% d'inclusions), où la collectivité locale inter-défauts ne peut plus être négligée.

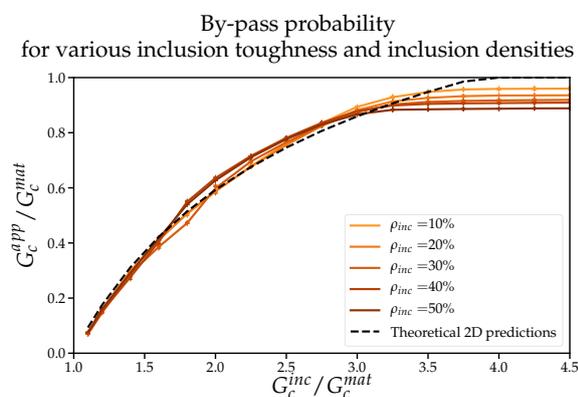


FIGURE 21 – Pourcentage moyen d'inclusions contournées en fonction de la ténacité des inclusions pour différentes densités d'inclusions et comparaison avec les valeurs théoriques 2D

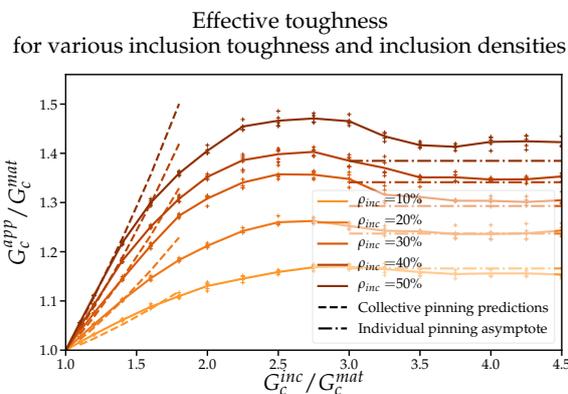


FIGURE 22 – Ténacité effective d'un milieu désordonné en fonction de la ténacité des inclusions pour différentes densités d'inclusions et comparaison avec les prédictions théoriques issues d'un milieu coplanaire équivalent

Il est aussi possible d'étudier l'influence d'un désordre de ténacité des inclusions (Fig. 23) ou de faiblesse de l'interface matrice/inclusion sur la ténacité effective des matériaux (Fig. 24), que l'on décrit ici qualitativement :

- contrairement au cas coplanaire [6], le désordre de ténacité s'avère ici nocif au renforcement d'une matrice par des inclusions : les inclusions à la ténacité plus faible que la ténacité moyenne contribuent peu à la ténacité effective et les inclusions à la ténacité plus forte voient leur efficacité réduite par le mécanisme de contournement ;

- la faiblesse de l'interface matrice/inclusion favorise le mécanisme de contournement (Eq. (9)), ce qui limite d'autant plus le renforcement par traversée d'inclusions. De plus, lorsque la fissure contourne le défaut, elle dissipe de l'énergie proportionnellement à la ténacité de l'interface. Ainsi plus cette grandeur diminue, moins la fissure dissipe d'énergie par contournement, rendant le défaut coplanaire équivalent encore moins tenace. Ce double effet induit une baisse de la ténacité effective du matériau composite au fur et à mesure que la ténacité de l'interface augmente. On note toutefois un comportement très différent à faible ténacité d'interface ($G_c^{int} \leq 0.5G_c^{mat}$) où la quasi-totalité des inclusions est contournée, même à ténacité d'inclusion égale à celle de la matrice ($G_c^{inc} \leq 0.5G_c^{mat}$). Le mécanisme de contournement est alors un mécanisme de renforcement en soi comme considéré dans la littérature [2].

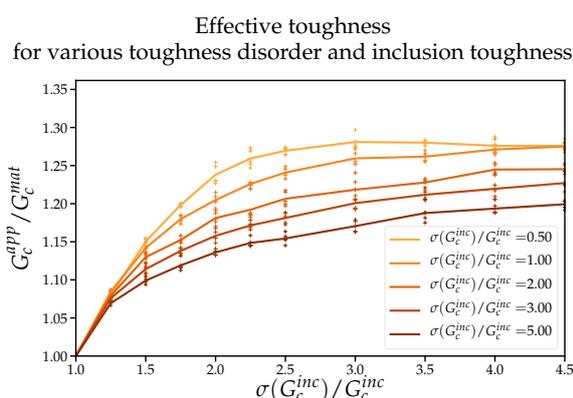


FIGURE 23 – Ténacité effective d'un milieu désordonné en fonction de la ténacité des inclusions pour différents niveaux de désordre de contraste (tirés de distributions log-normales)

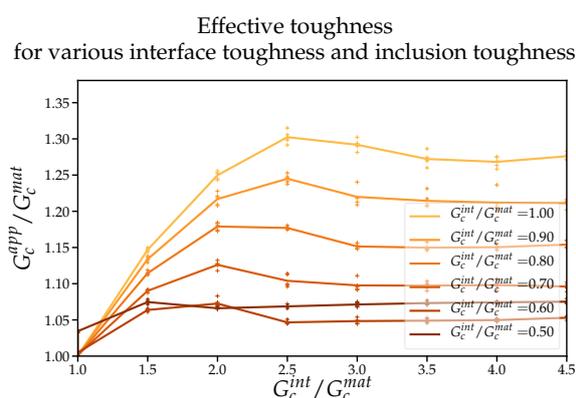


FIGURE 24 – Ténacité effective d'un milieu désordonné en fonction de la ténacité des inclusions pour différentes ténacité d'interface matrice/inclusion

5 Rugosité des surfaces de rupture

Les surfaces de rupture constituent la signature persistante des phénomènes de fissuration. En ce sens, elles contiennent des informations tant sur la façon dont les matériaux se sont rompus que sur le matériau lui-même et ses propriétés à fissuration. D'autre part, elles démontrent des propriétés d'échelles tout à fait remarquable, qu'il est possible d'exploiter afin d'extraire les informations gravées dans les surfaces de rupture [11].

5.1 Prédiction théorique de la rugosité des surfaces de rupture

Sous l'hypothèse de petites perturbations coplanaires, vérifiée numériquement, il est possible à partir du principe de symétrie locale d'écrire l'équation de la trajectoire d'une fissure dans un milieu désordonné sous la forme [11] :

$$\frac{\partial h}{\partial x}(z, x) = -\frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h(z, x) - h(z', x)}{(z - z')^2} dz' + \eta(z, x) \quad (13)$$

où h désigne la carte hauteur des surfaces de rupture par rapport au plan moyen, de telle sorte que $\langle h \rangle_{z,x} = 0$, $A(\nu) = \frac{2-3\nu}{2-\nu}$ est un coefficient qui dépend du coefficient de Poisson du matériau et η est une variable aléatoire de bruit angulaire. Ce bruit correspond à la différence angulaire entre la direction

effectivement suivie par la fissure et la direction prédite par le principe de symétrie locale. Dans nos simulations, ce terme est directement relié au mécanisme de contournement responsable des excursions hors-plan du front de fissure.

On émet l'hypothèse que ce bruit est de moyenne nulle $\langle \eta \rangle_{z,x} = 0$ et que ses corrélations spatiales s'écrivent :

$$\langle \eta(z_1, x_1) \eta(z_2, x_2) \rangle_{z,x} = D_\eta \delta(x_2 - x_1) \delta(z_2 - z_1) \quad (14)$$

où D_η correspond à la variance du bruit. La nullité de sa moyenne est justifiée par le fait que les contournements d'inclusions se font de façon équiprobable par le haut ou par le bas d'une inclusion.

On définit la rugosité Δh comme :

$$\Delta h^2(\Delta z, \Delta x) = \left\langle (h(z + \Delta z, x + \Delta x) - h(z, x))^2 \right\rangle_{z,x} \quad (15)$$

En suivant la démarche présentée dans Favier et al. [21], il est possible d'établir analytiquement que :

$$\Delta h^2(\Delta z, \Delta x) = \Delta h_d^2 + \frac{D_\eta}{2\pi A(\nu)} d^2 \log \left(\left(\frac{\Delta z}{d} \right)^2 + A(\nu)^2 \left(\frac{\Delta x}{d} \right)^2 \right) \quad (16)$$

Ces résultats sont en accord direct avec les simulations numériques réalisées à partir de bruits stochastiques isotropes et corrélés à courte portée de Barés et al. [8].

5.2 Rugosité des surfaces de rupture générées numériquement

En observant nos surfaces de rupture (Fig. 25), on note la présence de zones de sortie du plan à une échelle bien supérieure de celle d'un défaut, témoignant de la nature collective de la propagation d'une fissure dans un milieu hétérogène tridimensionnel induite par les termes d'interaction non-locaux. On définit alors la rugosité dans la direction du front et dans la direction de propagation par :

$$\begin{cases} \Delta_z h^2(\Delta z) = \left\langle (h(z + \Delta z, x) - h(z, x))^2 \right\rangle_{z,x} \\ \Delta_x h^2(\Delta x) = \left\langle (h(z, x + \Delta x) - h(z, x))^2 \right\rangle_{z,x} \end{cases} \quad (17)$$

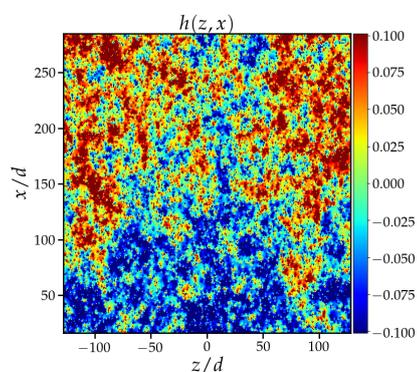


FIGURE 25 – Surface de rupture issue de nos simulations pour une densité d'inclusions de 20% et une ténacité d'inclusions de $G_c^{inc} = 2 G_c^{mat}$

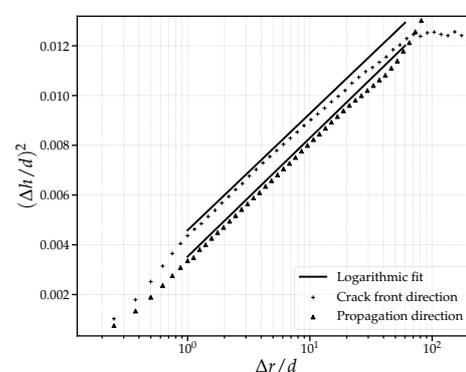


FIGURE 26 – Rugosité de surface logarithmique associée dans la direction du front et dans la direction de propagation

En traçant ces rugosités en (Fig. 26) au dessus de la taille de nos grains, on trouve bien que ces rugosités sont logarithmiques comme prédit théoriquement et observé expérimentalement sur des verres démixés [22]. Cette rugosité logarithmique est typique des lignes élastiques plongées dans une température : la ligne reçoit des impulsions aléatoires mais l'élasticité la ramène dans le plan très rapidement. Ce régime logarithmique dénote alors la faible collectivité dans les franchissements d'inclusions, caractéristique du régime élastique. On note enfin que la rugosité dans la direction de propagation est plus faible que dans la direction du front, en raison de l'effet de Poisson qui apparaît dans Eq. (16). Cette anisotropie dans la rugosité offre alors la possibilité de déterminer la direction de propagation en analyse post-mortem.

De plus, en écrivant :

$$\begin{cases} \Delta_z h^2(\Delta z) = \Delta_z h_d^2 + 2\Delta_z h_0^2 \log(\Delta z/d), \text{ pour } \Delta z > d \\ \Delta_x h^2(\Delta z) = \Delta_x h_d^2 + 2\Delta_x h_0^2 \log(\Delta x/d), \text{ pour } \Delta x > d \end{cases} \quad (18)$$

où Δh_0 est l'intensité de la rugosité.

On peut alors inverser l'équation Eq. (13), déterminer une carte de bruit η issue de nos simulations, dont un exemple est donné en Fig. 27, et enfin tracer l'intensité de notre rugosité en fonction de la variance du bruit D_η Fig. 28.

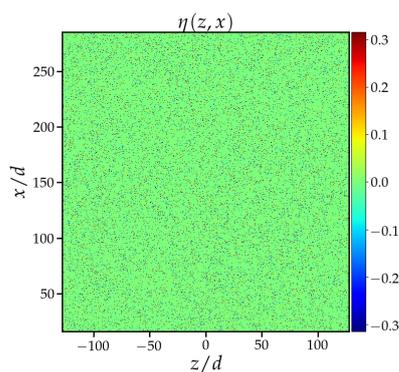


FIGURE 27 – Carte de bruit issue de nos simulations pour une densité d'inclusions de 20% et une ténacité d'inclusions de $G_c^{inc} = 2 G_c^{mat}$

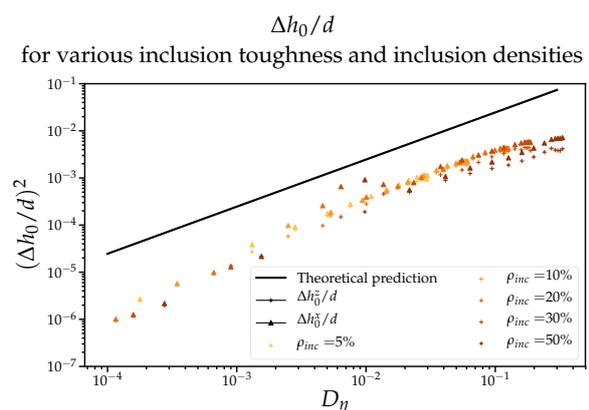


FIGURE 28 – Relation entre la variance du bruit et l'intensité de la rugosité pour différentes valeurs de ténacité et de densité d'inclusions

On observe alors que $\Delta^2 h_0 \propto D$ toutefois la pente de cette fonction affine est bien inférieure à la prédiction théorique $\frac{d^2}{2\pi A(\nu)}$. Cela s'explique par le fait que, à la manière de G_c , le bruit induit par un contournement dépend de la géométrie de l'inclusion et n'est pas isotrope dans le cas de la sphère. En effet, lors du début d'un contournement, lorsque la fissure progresse sur l'inclusions, elle doit suivre la géométrie de l'inclusion, ce qui induit un désordre η . Mais assez rapidement après avoir passé le sommet de l'inclusion, la fissure se relaxe et se propage dans la matrice, créant une asymétrie dans le bruit et ajoute un préfacteur devant la partie en d^2 .

5.3 Extraction des propriétés microstructurales à partir des surfaces de rupture

Il reste maintenant à exploiter ces surfaces de rupture pour en déduire des paramètres microstructuraux à travers des outils de fractographie quantitative. Si ces techniques démontrent d'excellents résultats dans

le cas des matériaux ductiles et quasi-fragiles [23], leur application aux matériaux fragiles apparaît plus complexe. En effet, nous venons de voir que la rugosité des surfaces de rupture provient de la différence entre la direction où la fissure aimerait se propager (en vertu du principe de symétrie locale ou du critère de taux de restitution d'énergie maximal) et la direction imposée par la microstructure. Ainsi, dès que la fissure est dans une phase isotrope (matrice ou inclusion), les processus de fissuration ne laisseront pas de traces sur la surface de rupture. Le mécanisme de traversée sera donc invisible aux techniques de fractographie quantitative des milieux fragiles et seuls les processus de contournement pourront être mis en lumière. Ce mécanisme joue pourtant un rôle essentiel sur la ténacité effective.

Pour mettre en lumière ces phénomènes de contournement, nous traçons l'histogramme du bruit η décrit ci-dessus en Fig. 29. Le bruit présente alors une distribution de probabilité bi-modale entre un mode de valeur nulle et une loi gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type σ_{eta} . Le mode de valeur nulle correspond aux phases de propagation où la fissure est dans la matrice ou traverse des inclusions. La partie gaussienne correspond quant à elle aux épisodes de contournement qui se font à différents angles. En étudiant les propriétés de cette gaussienne, on remarque que sa moyenne est nulle, ce qui est justifié par le fait que les sphères sont équitablement contournées par le haut ou par le bas, et que son écart-type σ_η varie avec les propriétés microstructurales. On peut alors considérer que la quasi-totalité du bruit angulaire η est compris dans un intervalle $[-2\sigma_\eta, 2\sigma_\eta]$ du fait de la distribution gaussienne. On relie alors cette grandeur à l'angle critique de contournement mis en évidence en Eq. (9) pour des propriétés microstructurales données (G_c^{inc} et G_c^{int}). On observe en Fig. 30 une bonne cohérence entre l'angle critique théorique et l'angle critique mesuré, autorisant une mesure in-situ du rapport $\frac{G_c^{inc}}{G_c^{int}}$ auquel l'angle critique est relié.

Sous l'hypothèse d'interface parfaite $G_c^{int} = G_c^{mat}$, il est ainsi possible d'avoir une estimation de la ténacité des défauts et d'intégrer cette mesure dans les prédictions analytiques de G_c établies précédemment. De manière analogue, une connaissance de la ténacité des défauts G_c^{inc} permet d'obtenir une estimation de la ténacité d'interface G_c^{int} et *in fine* des variations de ténacité effective du matériau en fonction de la densité d'inclusions. Relier les propriétés effectives à rupture aux propriétés d'échelle des surfaces de rupture ne peut donc se faire qu'au prix d'hypothèses fortes sur les propriétés à rupture des inclusions.

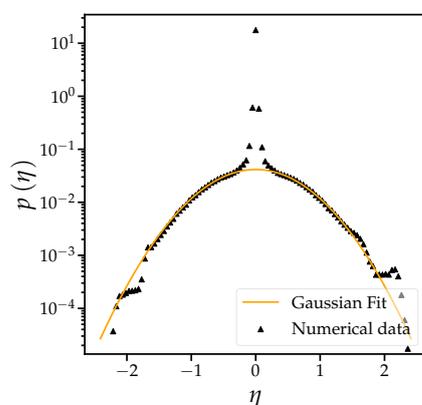


FIGURE 29 – Histogramme de bruit issu de nos simulations pour une densité d'inclusions de 20% et une ténacité d'inclusions de $G_c^{inc} = 2 G_c^{mat}$

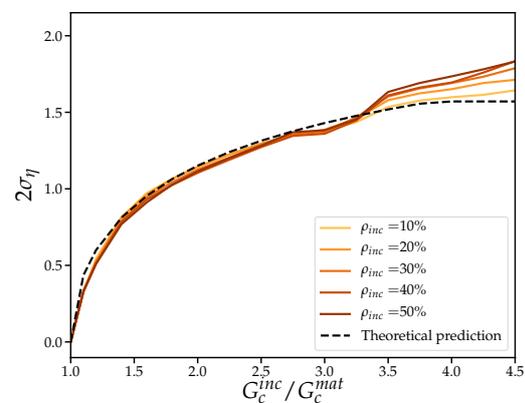


FIGURE 30 – Tracé des angles de déviation maximaux pour différentes valeurs de ténacité et de densité d'inclusions et sa comparaison avec l'angle critique de contournement

6 Conclusion

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'influence d'hétérogénéités de ténacité sur la propagation tridimensionnelle d'une fissure et son impact sur la ténacité effective des matériaux hétérogènes. Deux mécanismes de traversée et de contournement ont été modélisés dans le cadre de la mécanique de la rupture linéaire pour prendre en compte le couplage tridimensionnel des modes de déformation plan et hors-plan d'une fissure. Pour ce faire, nous introduisons une description fine de la microstructure prenant en compte les propriétés de ténacité de l'inclusion et de son interface avec la matrice et sa géométrie. L'interaction d'une fissure semi-infinie avec cette microstructure par les mécanismes de traversée ou de contournement est alors décrite en combinant une approche perturbative du calcul des facteurs d'intensité de contrainte locaux [4, 5] et le critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé [9, 10]. Ce modèle présente des performances numériques inégalées par les méthodes type éléments finis puisqu'il permet de simuler numériquement l'interaction d'une fissure avec des millions d'inclusions en quelques heures. Ces performances numériques permettent alors de traiter les questions de la ténacité effective des matériaux hétérogènes et de rugosité des surfaces de rupture.

Dans un premier temps, nous avons considéré des arrangements périodiques de défauts sphériques. Nous avons montré que le mécanisme de contournement va permettre à la fissure d'éviter la traversée des défauts les plus tenaces. Cela va avoir pour effet de limiter le piégeage de la fissure et donc de réduire le renforcement de matériaux composites par des inclusions de plus forte ténacité. De plus, augmenter la ténacité d'une inclusion au delà de quatre fois celle de la matrice n'aura plus d'effet sur la ténacité effective du matériau composite, qui atteint alors un plafond.

En considérant des défauts ellipsoïdaux prolates dans la direction parallèle au front de fissure, nous avons montré que cette ténacité critique de renforcement pouvait être modifiée et encore abaissée en changeant la géométrie de l'inclusion. Ce phénomène émerge du comportement collectif dans la propagation tridimensionnelle d'une fissure et ouvre la voie à un réel travail d'optimisation de la forme des défauts afin d'obtenir des matériaux aux propriétés à rupture accrue.

Ensuite, nous avons considéré des arrangements désordonnés d'inclusions en faisant varier différents paramètres microstructuraux comme la ténacité des inclusions. Nous observons, comme dans le cas périodique, un seuil au delà duquel renforcer la ténacité des inclusions n'entraîne plus de renforcement du matériau composite. Il est toutefois possible d'optimiser la ténacité des inclusions afin de maximiser le renforcement de la matrice par des inclusions pour une certaine géométrie et densité d'inclusions. D'autres paramètres comme la densité d'inclusions, la variabilité de la ténacité des inclusions ou encore la ténacité de l'interface qui sépare les inclusions de la matrices ont été étudiés. Il est possible de formuler des estimations analytiques de ces renforts en remplaçant nos défauts tridimensionnels par des défauts coplanaires équivalents issus de simulations périodiques et en les combinant avec les outils d'homogénéisation des propriétés à rupture mis au point pour les milieux coplanaires [6]. Les gammes actuelles de validité de ces outils sont toutefois inappropriées pour travailler avec des valeurs réalistes de propriétés microstructurales et des efforts dans l'amélioration de ces outils sont à réaliser.

Enfin, nous avons étudié les propriétés de rugosité des surfaces de rupture issues de nos simulations. Elles présentent un profil logarithmique comme prédit théoriquement par la mécanique de la rupture linéaire fragile et observés expérimentalement sur des verres démixés [22]. Ces propriétés d'échelles peuvent être ensuite exploitées pour obtenir des informations, notamment sur l'angle maximal de contournement, qui peut ensuite être relié à des propriétés microstructurales. Il faut toutefois garder en tête que seul le mécanisme de contournement voit son expression traduite sur les surfaces de rupture et que le

mécanisme de traversée de défauts plus tenaces ne laisse aucune trace sur les surfaces de rupture. En conséquence, contrairement aux outils développés pour les matériaux quasi-fragiles ou ductiles [23], les outils de fractographie quantitative pour les matériaux fragiles ne permettent pas *a priori* de formuler des prédictions quantitatives sur la ténacité effective des matériaux hétérogènes sans formuler des hypothèses fortes sur les propriétés microstructurales.

Références

- [1] H. Gao and J.R. Rice. A first-order perturbation analysis of crack trapping by arrays of obstacles. 56(4) :828–836, 1989.
- [2] K.T. Faber and A. G. Evans. Crack deflection processes - i. theory. 31(4) :565–576, 1983.
- [3] A. F. Bower and M. Ortiz. A three-dimensional analysis of crack trapping and bridging by tough particles. 39(6) :815–858, 1991.
- [4] J.R. Rice. First-order variation in elastic fields due to variation in location of a planar crack front. 52(3) :571–579, 1985.
- [5] A.B. Movchan, H. Gao, and J.R. Willis. On perturbations of plane cracks. 35(26) :3419–3453, 1998.
- [6] V. Démery, A. Rosso, and L. Ponson. From microstructural features to effective toughness in disordered brittle solids. 105(3) :34003, 2014.
- [7] S. Ramanathan, D. Ertaş, and D.S. Fisher. Quasistatic crack propagation in heterogeneous media. 79(5) :873–876, 1997.
- [8] J. Bares, M. Barlet, C.L. Rountree, L. Barbier, and D. Bonamy. Nominally brittle cracks in inhomogeneous solids : from microstructural disorder to continuum-level scale. 2, 2014.
- [9] V. Hakim and A. Karma. Crack path prediction in anisotropic brittle materials. 95(23) :235501, 2005.
- [10] A. Chambolle, G.A. Francfort, and J.J. Marigo. When and how do cracks propagate ? 57(9) :1614–1622, 2009.
- [11] L. Ponson. Statistical aspects in crack growth phenomena : how the fluctuations reveal the failure mechanisms. 201(1) :11–27, 2016.
- [12] H. Gao and J.R. Rice. Shear stress intensity factors for a planar crack with slightly curved front. 53(4) :774–778, 1986.
- [13] M A. Hussain, S.L. Pu, and J. Underwood. Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II. 1974.
- [14] F. Erdogan and G. C. Sih. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. 85(4) :519–525, 1963.
- [15] R. V. Gol'dstein and R. L. Salganik. Brittle fracture of solids with arbitrary cracks. 10(4) :507–523, 1974.
- [16] A. Ibarra, B. Roman, and F. Melo. The tearing path in a thin anisotropic sheet from two pulling points : Wulff's view. 12(27) :5979–5985, 2016.
- [17] A. Takei, B. Roman, J. Bico, E. Hamm, and F. Melo. Forbidden directions for the fracture of thin anisotropic sheets : An analogy with the wulff plot. 110(14) :144301, 2013.

- [18] J.B. Leblond. Crack paths in three-dimensional elastic solids. i : two-term expansion of the stress intensity factors : application to crack path stability in hydraulic fracturing. 36(1) :79–103, 1999.
- [19] B. Widom. Random sequential addition of hard spheres to a volume. 44(10) :3888–3894, 1966.
- [20] A. Delarue and D. Jeulin. Multi-scale simulations of spherical aggregates. 20(3) :181–186, 2011.
- [21] E. Favier, V. Lazarus, and J.B. Leblond. Statistics of the deformation of the front of a tunnel-crack propagating in some inhomogeneous medium. 54(7) :1449–1478, 2006.
- [22] D. Dalmas, E. Barthel, and D. Vandembroucq. Crack front pinning by design in planar heterogeneous interfaces. 57(3) :446–457, 2009.
- [23] S. Vernède, L. Ponson, and J.P. Bouchaud. Turbulent fracture surfaces : A footprint of damage percolation ? 114(21) :215501, 2015.