

Évaluation du facteur d'intensité de contrainte en mode ouverture à partir du champ de déplacement mesuré par corrélation d'images

L. BENABOU^a, T.A. NGUYEN-VAN^b, Q.B. TAO^b

a. LISV, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines, 78035 Versailles, France
lahouari.benabou@uvsq.fr

b. The University of Danang, University of Science and Technology, Danang, Viet Nam

Résumé :

Les nouveaux alliages de brasure, dopés par des éléments d'addition, présentent des propriétés améliorées par rapport aux alliages conventionnels, notamment au niveau de la résistance au fluage. Leurs performances élevées sont particulièrement recherchées dans les applications de l'électronique de puissance où ils sont utilisés pour réaliser les nombreuses interconnexions électriques entre composants. Les études concernant leur résistance à la fissuration restent encore relativement limitées. Pourtant la connaissance de leur comportement en rupture est cruciale pour la conception d'assemblages électroniques devant être résistants à la fatigue et robustes contre les chocs et les vibrations. Dans ce travail, on étudie la rupture d'éprouvettes entaillées, fabriquées à partir d'un alliage de brasure innovant de dénomination commerciale InnoLot. Les essais sont réalisés à l'aide d'une machine de micro-traction équipée d'un dispositif optique pour la mesure par corrélation d'images numériques (digital image correlation ou DIC en anglais). Les images de la surface de l'échantillon sont enregistrées à différents stades de la déformation et le champ de déplacement est établi dans une zone d'intérêt qui correspond à la zone élastique singulière entourant la zone plastifiée en pointe de fissure. La procédure consiste ensuite à comparer le champ mesuré au champ théorique donné par les séries de Williams. Le facteur d'intensité de contrainte est calculé par ajustement, au sens des moindres carrés, des séries de Williams aux déplacements relevés. Les influences de la taille de la zone de prélèvement des données, de la distribution des points de mesure à l'intérieur de cette zone et du nombre de termes considéré dans les séries de Williams sont investiguées dans l'étude. Une méthode est également proposée pour détecter automatiquement la position de la pointe de fissure.

Abstract :

Newly developed solder alloys, which contain doping elements, have improved properties with respect to the conventional solder alloys, particularly in terms of resistance to creep. Their high performances are specifically desired in applications of power electronics where they are used for the electrical interconnections between the components. Studies on their resistance to rupture remain relatively limited. Yet the comprehension of fracture behaviour is essential for the correct design of the electronic packages which must be robust against fatigue and vibrations loads. In this study, rupture

of notched specimens fabricated from the InnoLot lead-free solder alloy is investigated. The tests are performed with the help of a micro-tensile testing machine equipped with an optical system for full-field measurements with Digital Image Correlation (DIC). The images are taken at successive steps of deformation and the displacement field is measured in a region of interest which is the singularity dominated zone surrounding the plastic zone at the crack tip. The procedure consists then in comparing the measured field with the theoretical field given by the Williams' solution. The stress intensity factor is calculated by fitting the analytical fields to the experimental data. The effects of the size and shape of the zone of data collection, as well as that of the number of terms considered in the Williams's expansion series, are examined in the study. A method is also proposed for the automatic crack tip detection.

Mots clefs : Alliages de brasure, Facteur d'intensité de contrainte, Corrélation d'images numériques, Mesure de champs

1 Introduction

La croissance de fissures est initiée dans les zones de forte concentration de contrainte telles que celles comportant des accidents géométriques ou des défauts inhérents aux matériaux. En mécanique de la rupture linéaire, le facteur d'intensité de contrainte est un paramètre qui permet de quantifier la criticité d'une fissure puisqu'il reflète l'effet du chargement sur l'évolution de cette fissure. De même, les champs de déplacement et de contrainte peuvent être caractérisés par le facteur d'intensité de contrainte. Par conséquent, sa connaissance est importante pour prévenir la rupture fragile pouvant survenir dans le cas de fissures préexistantes. De nombreuses techniques expérimentales conventionnelles, basées sur l'utilisation de jauges de déformation, la photoélasticimétrie ou le moiré interférométrique, permettent à l'expérimentateur de déterminer ce facteur d'intensité de contrainte. Les jauges de déformation ne donnent accès qu'à un nombre très limité de mesures. Les méthodes optiques fournissent, quant à elles, la mesure du champ complet mais elles restent difficiles à mettre en œuvre et ne sont pas adaptées aux matériaux opaques. En comparaison, la corrélation d'images numériques s'avère être une technique plus performante puisqu'elle peut être utilisée avec tous types de matériaux mais aussi aux différentes échelles (de l'échelle de la microstructure à celle de la structure).

Dans ce travail, la corrélation d'images numériques est utilisée pour évaluer les facteurs d'intensité de contrainte dans des éprouvettes entaillées fabriquées à partir d'un alliage de brasure de dénomination commerciale *InnoLot* et constitué d'une base SAC387 (Sn-3.8Ag-0.7Cu) dopée au bismuth (3.0 wt%), antimoine (1.5 wt%) et nickel (0.15 wt%). Il s'agit d'un alliage utilisé pour réaliser les joints de brasure dans les modules de puissance pour véhicules électriques et hybrides, notamment. Les facteurs d'intensité de contrainte sont calculés par ajustement (au sens des moindres carrés) des équations du champ de déplacement (séries de Williams) aux données mesurées. Pour obtenir une solution suffisamment précise avec les éprouvettes de dimensions relativement petites qui sont testées, le nombre de termes utilisé dans les séries est un facteur considéré dans l'étude. Un autre facteur qui conditionne la précision de cette méthode se trouve être la capacité à déterminer correctement la position du fond de fissure. Cette question est par conséquent également traitée dans ce travail en proposant un algorithme de détection automatique du front de fissure à chaque nouveau pas de chargement.

2 Protocole expérimental

2.1 Fabrication des éprouvettes

Les éprouvettes utilisées pour les essais de fissuration ont une configuration de type *Single Edge Notched Tension* (SENT). L'alliage de brasure, reçu sous forme de bobine de fil, est refondu dans un récipient en graphite selon un profil thermique spécifique puis versé dans un moule en inox 304 refroidi dans un bain d'eau froide [1]. Après solidification, plusieurs éprouvettes sont découpées par le procédé d'électroérosion (EDM) dans le bloc obtenu, selon la forme et les dimensions souhaitées (figure 1a). Elles sont ensuite entaillées et pré-fissurées en fatigue, puis soumises à un traitement de stabilisation (2h à 100°C) pour la relaxation des contraintes résiduelles éventuelles.

2.2 Dispositif d'essai

Un banc de micro-traction, développé au laboratoire, est utilisé pour réaliser les essais de fissuration [2]. Le banc est équipé d'un capteur de déplacement LVDT de course ± 6 mm et d'une cellule de charge de capacité ± 2 kN. Le mouvement est produit par un moteur pas-à-pas associé à un contrôleur permettant d'obtenir une rotation angulaire plus fine en mode micro-pas. Une caméra CCD est intégrée au dispositif d'essai pour la prise d'images de la surface de l'échantillon au cours de la déformation (figure 1b). La taille minimale du champ de vision autorisée par la caméra est d'environ $7.8 \text{ mm} \times 5.9 \text{ mm}$ avec une taille de pixel de $5.7 \mu\text{m}/\text{pixel}$; ce qui s'avère adapté à l'utilisation de la méthode de corrélation d'images numériques sur les éprouvettes de petites dimensions [3].

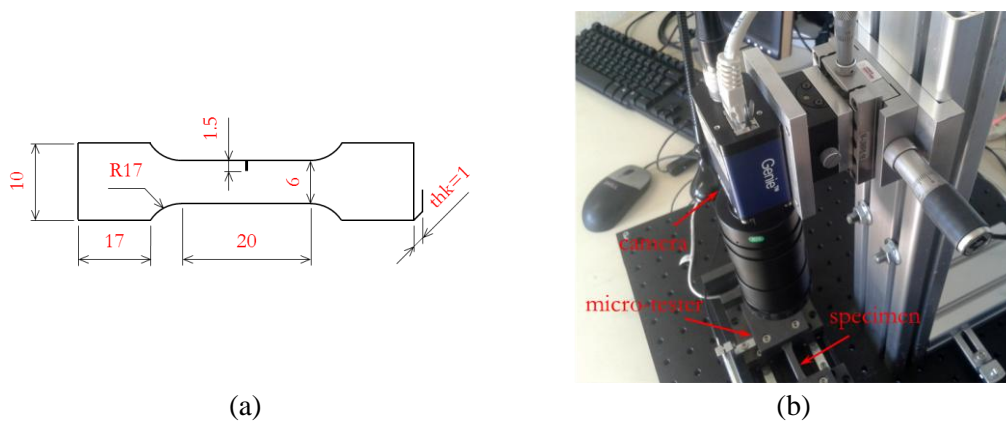


FIG. 1 – (a) Dimensions de l'éprouvette entaillée (SENT), (b) dispositif expérimental pour la micro-traction et la mesure par corrélation d'images numériques.

3 Théorie

3.1 Principe de la CIN

La technique de corrélation d'images numériques (CIN) consiste à comparer les images déformées de la surface de l'échantillon à l'image de référence obtenue avant déformation. L'algorithme de corrélation nécessite que les images de surface soient « texturées », ce qui est obtenu en appliquant sur l'échantillon un mouchetis de peinture à l'aide d'un aérogaphe équipé d'une buse de diamètre 0.2 mm. Ce type de dispositif est adapté pour générer sur des échantillons de petites dimensions une texture suffisamment fine (tâches de peinture de taille submillimétrique).

L'image de référence est subdivisée en sous-ensembles (*subsets* en anglais) dont les positions sont déterminées sur les images déformées. On considère un *subset* centré sur le point $P(x_0, y_0)$ dans l'image de référence (figure 2a). Un point $Q(x_i, y_i)$ dans ce *subset* devient après déformation le point $Q'(x'_i, y'_i)$ dans le *subset* cible par la transformation suivante :

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\ y'_i &= y_i + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \end{aligned} \quad (1)$$

où u et v sont les composantes du déplacement du centre du *subset* de référence $P(x_0, y_0)$, $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$, $\partial v/\partial y$ sont les gradients du déplacement, et $\Delta x = x_i - x_0$, $\Delta y = y_i - y_0$. Pour estimer le degré de similarité entre le *subset* de référence et le *subset* déformé, un coefficient de corrélation est calculé selon un critère spécifique à partir de l'ensemble des points du *subset*. En recherchant la valeur extrême de ce coefficient, le déplacement du point P peut être déterminé.

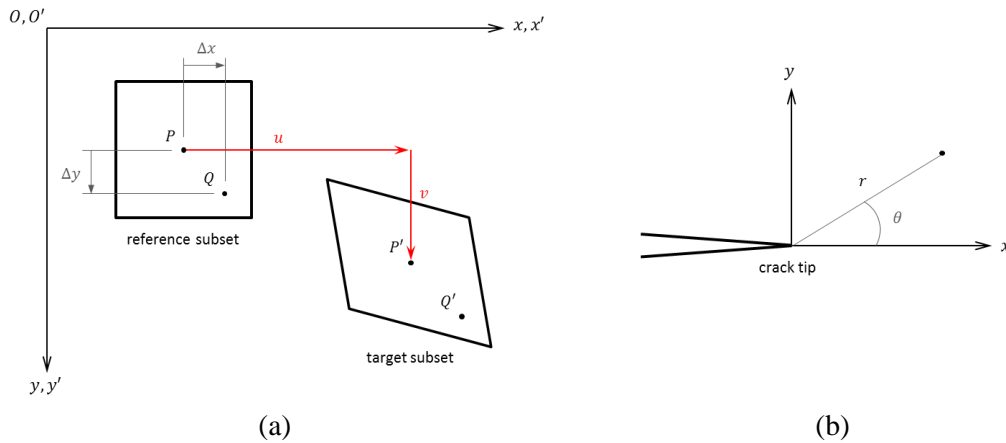


FIG. 2 – (a) Concept de la CIN basé sur le suivi d'une fenêtre de corrélation (*subset*) entre l'image de référence et l'image déformée de la surface, (b) repère polaire associé à la pointe de fissure.

Dans le logiciel utilisé, Ncorr [4], deux critères de corrélation sont appliqués successivement. Le critère $ZNCC$ est d'abord employé pour trouver une solution approchée (une bonne corrélation selon ce critère est proche de 1), puis le critère $ZNSSD$ est employé pour trouver une solution plus précise (une bonne corrélation selon ce critère est proche de 0) [3,5]. Pour un *subset* contenant N points, les expressions de ces deux critères sont données par :

$$\begin{aligned} C_{ZNCC} &= \frac{\sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (g_i - \bar{g})^2}} \\ C_{ZNSSD} &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_i - \bar{f}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2}} - \frac{g_i - \bar{g}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (g_i - \bar{g})^2}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

où les fonctions $f_i = f(x_i, y_i)$ et $g_i = g(x'_i, y'_i)$ représentent les niveaux de gris du point i dans le *subset* de référence et le *subset* déformé, respectivement. Les quantités $\bar{f} = \sum_{i=1}^N f_i / N$ et $\bar{g} = \sum_{i=1}^N g_i / N$ représentent les valeurs moyennes des niveaux de gris des deux *subsets*.

3.2 Champ de déplacement autour du front de fissure

Sous l'hypothèse de la mécanique linéaire élastique de la rupture, Williams [6] a proposé une solution pour les champs de déplacement et de contrainte au voisinage du front de fissure sous la forme de développements en séries. Dans le cas d'un problème plan (figure 2b), le champ de déplacement autour d'une fissure, noyée dans un milieu homogène isotrope et soumise à un chargement lointain en mode I, est donné par :

$$\begin{cases} u \\ v \end{cases} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{n/2}}{2\mu} A_n \begin{cases} \left(\kappa + \frac{n}{2} + (-1)^n \right) \cos \frac{n\theta}{2} - \frac{n}{2} \cos \left(\frac{n}{2} - 2 \right) \theta \\ \left(\kappa - \frac{n}{2} - (-1)^n \right) \sin \frac{n\theta}{2} + \frac{n}{2} \sin \left(\frac{n}{2} - 2 \right) \theta \end{cases} \quad (3)$$

où μ est le module de cisaillement, κ vaut $3-4\nu$ en condition de déformations planes et $(3-\nu)/(1+\nu)$ en condition de contraintes planes, ν est le coefficient de Poisson, r et θ sont les coordonnées polaires d'un point mesurées par rapport à la pointe de fissure. Les coefficients A_n dans les séries de Williams dépendent du paramètre géométrique a/W où a est la longueur de fissure et W la largeur de l'échantillon. En particulier, le premier coefficient est relié au facteur d'intensité de contrainte en mode I, $A_1 = K_I/\sqrt{2\pi}$, et le second coefficient au « *T-stress* », $A_2 = \sigma_{ox}/4$. Les ordres supérieurs traduisent l'influence des conditions aux limites dans le cas d'un milieu non infini. Les déplacements dans l'équation (3) peuvent être réécrits comme $u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n f_{In}(r, \theta)$ et $v = \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_{In}(r, \theta)$ où $f_{In}(r, \theta)$ et $g_{In}(r, \theta)$ sont des fonctions connues dépendant des coordonnées polaires. En considérant un possible mouvement de corps rigide accompagnant la déformation et en tronquant la série à l'ordre N , le champ de déplacement exprimé au point de coordonnées (r_k, θ_k) devient :

$$\begin{aligned} u_k &= \sum_{n=1}^N A_n f_{In}(r_k, \theta_k) + T_x - R y_k \\ v_k &= \sum_{n=1}^N A_n g_{In}(r_k, \theta_k) + T_y + R x_k \end{aligned} \quad (4)$$

où T_x et T_y représentent les composantes de la translation dans les directions x et y , et R la rotation.

4 Détermination des paramètres de rupture

4.1 Ajustement par la méthode des moindres carrés

On mesure grâce à la DIC les déplacements d'un ensemble de points dans une région au voisinage du front de fissure. Les termes des séries de Williams sont ensuite déterminés en effectuant une minimisation au sens des moindres carrés de la différence entre les déplacements mesurés et les solutions analytiques. Ces dernières reposant sur les hypothèses de la mécanique linéaire élastique de la rupture, les points prélevés doivent se trouver dans la zone élastique singulière entourant la zone plastifiée en pointe de fissure. La taille de la zone plastifiée peut être estimée à l'aide de la relation $r_p = \alpha (K_I/\sigma_y)^2$ avec $\alpha = 1/\pi$ pour l'approximation d'Irwin (contraintes planes) et $\alpha = \pi/8$ pour celle de Dugdale. Considérons les mesures de déplacement de M points choisis dans la zone de prélèvement. Un système surdéterminé est obtenu en prenant un nombre d'équations supérieur au nombre d'inconnues, c.-à-d. $2M \geq N+1$ où N est le nombre de coefficients à déterminer dans les

séries de Williams. L'équation (4) peut alors être réécrite pour les M points sous une forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_M \\ v_1 \\ \dots \\ v_M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{I1}(r_1, \theta_1) & \dots & f_{IN}(r_1, \theta_1) & 1 & 0 & -r_1 \sin \theta_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{I1}(r_M, \theta_M) & \dots & f_{IN}(r_M, \theta_M) & 1 & 0 & -r_M \sin \theta_M \\ g_{I1}(r_1, \theta_1) & \dots & g_{IN}(r_1, \theta_1) & 0 & 1 & r_1 \cos \theta_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{I1}(r_M, \theta_M) & \dots & g_{IN}(r_M, \theta_M) & 0 & 1 & r_M \cos \theta_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ \dots \\ A_N \\ T_x \\ T_y \\ R \end{Bmatrix} \quad (5)$$

En examinant le système d'équations (5), c.-à-d. $\{U\} = [B]\{X\}$, on note une dépendance linéaire par rapport aux coefficients $A_1, \dots, A_N, T_x, T_y$ et R car la position de la pointe de fissure est supposée connue. La solution, au sens des moindres carrés, s'écrit dans ce cas :

$$\{X\} = ([B]^T [B])^{-1} [B]^T \{U\} \quad (6)$$

4.2 Implémentation numérique

La procédure d'identification est implémentée dans le logiciel Matlab. Ce dernier utilise pour chaque pas de chargement les données extraites de l'analyse DIC faite avec le logiciel Ncorr, en particulier les coordonnées et les déplacements aux points de la zone de prélèvement. L'influence de la forme de cette zone est étudiée en travaillant avec deux géométries différentes : rectangulaire et annulaire (figure 3). Les valeurs expérimentales des déplacements aux différents points de la grille considérée sont ensuite comparées itérativement avec les valeurs théoriques données par l'équation (5) pour déterminer les coefficients des séries de Williams minimisant le résidu.

Une autre problématique à résoudre dans la mise en œuvre numérique de l'approche concerne la connaissance de la position du front de fissure qui doit être suffisamment précise pour effectuer le bon ajustement des paramètres de la solution analytique. Une méthode de localisation automatique du front de fissure consiste à réaliser la procédure d'identification pour différentes positions supposées du front de fissure, prises au voisinage d'une position initiale grossièrement estimée. La position conduisant à l'erreur minimale dans le calcul de l'écart entre le champ mesuré et le champ analytique sera considérée comme étant la vraie position du front de fissure.

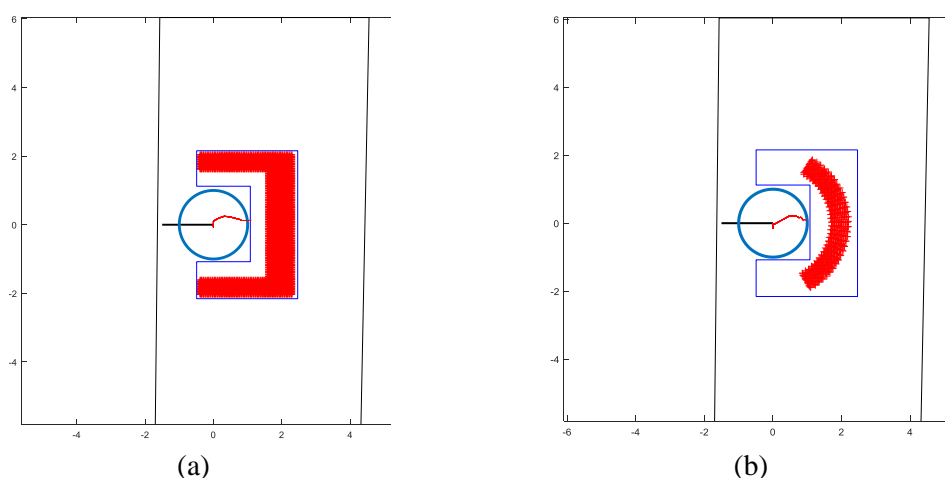


FIG. 3 – Forme de la zone de prélèvement des données de déplacement (contenue dans la région élastique singulière) : (a) cas rectangulaire, (b) cas annulaire.

5 Résultats

La figure 4 montre l'évolution du paramètre A_1 (lié au facteur d'intensité de contrainte K_1) pour une séquence d'images déformées de l'éprouvette de brasure. Une influence de la forme de la zone de prélèvement (rectangulaire vs. annulaire) apparaît dans les résultats, avec une estimation du paramètre A_1 plus élevée dans le cas annulaire. De même, l'ordre de troncature des séries de Williams possède une influence puisqu'un ajustement réalisé à l'ordre 3 donne des valeurs significativement plus faibles que les ordres 5 et 7 qui conduisent à des estimations similaires.

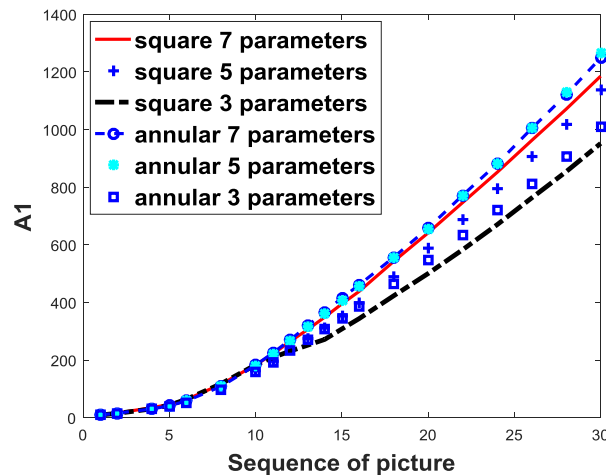


FIG. 4 – Évolution du facteur A_1 au cours du chargement (influences de la forme de la zone de prélèvement et de l'ordre de troncature des séries de Williams).

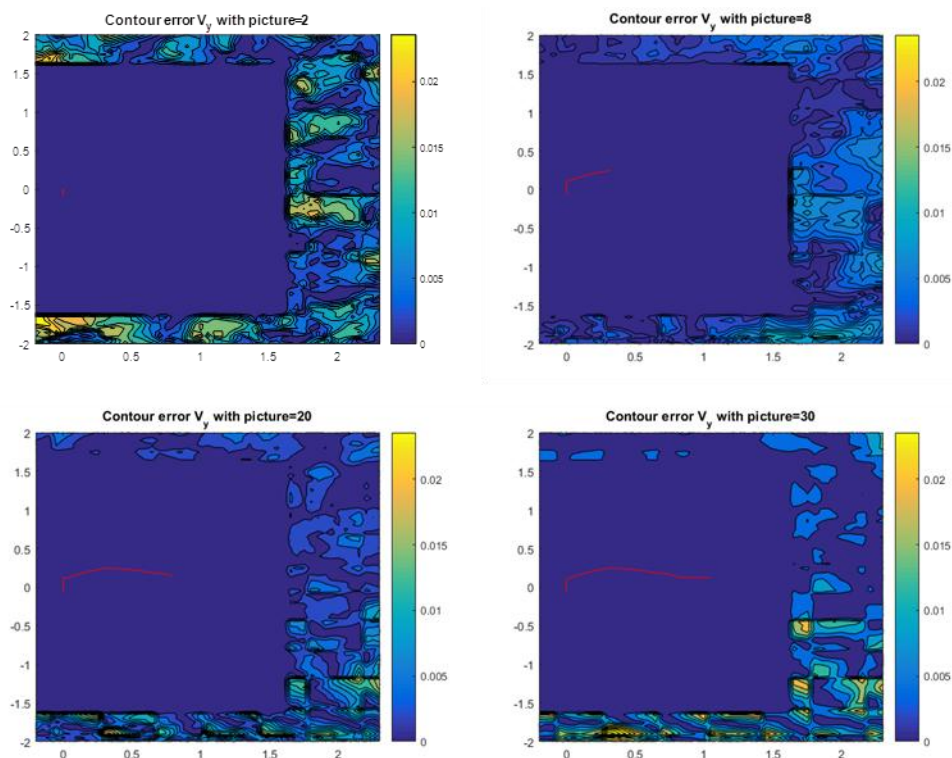


FIG. 5 – Progression de la fissure à différents niveaux de chargement (images 2, 8, 20, 30) et représentation de l'erreur d'ajustement dans la zone de prélèvement.

La figure 5 illustre la progression, à différents niveaux de chargement, de la fissure telle que prédite par la procédure de détection du front de fissure. L'erreur d'ajustement entre la solution théorique et la mesure est représentée dans la zone de prélèvement (cas rectangulaire) à chaque étape. Il en ressort que la précision de la procédure d'ajustement proposée est très satisfaisante avec une erreur restant inférieure à 2.5%.

6 Conclusion

Une procédure d'identification de paramètres de rupture a été appliquée à un alliage d'étain utilisé dans les applications d'électronique de puissance. La méthode s'appuie sur les mesures de déplacement par corrélation d'images numériques. La solution théorique du déplacement, donnée par les séries de Williams, est comparée aux mesures pour identifier les coefficients de ces séries, dont le facteur d'intensité de contrainte. La précision des résultats dépendant fortement de la connaissance de la position du front de fissure, une technique de détection automatique de ce dernier au cours du chargement a été intégrée dans la procédure générale. La technique consiste à retenir la position conduisant à l'erreur d'ajustement minimale entre prédictions et mesures. La forme de la zone de prélèvement des données, incluse dans la région d'élasticité singulière, est étudiée en considérant les cas rectangulaire et annulaire. Une forme du premier type semble conduire à une erreur plus faible. Enfin, une troncature à l'ordre 5 des séries de Williams semble suffisante pour obtenir une estimation correcte du facteur d'intensité de contrainte.

Références

- [1] Q.B. Tao, L. Benabou, V.N. Le, H. Hwang, D.B. Luu, Viscoplastic characterization and post-rupture microanalysis of a novel lead-free solder with small additions of Bi, Sb and Ni, *Journal of Alloys and Compounds* 694 (2017) 892-904
- [2] Q.B. Tao, L. Benabou, L. Vivet, K.L. Tan, J.M. Morelle, V.N. Le, F.B. Ouezdou, A design of a new miniature device for solder joints' mechanical properties evaluation, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 231 (2017) 3818-3830
- [3] L. Benabou, Q.B. Tao, Development and first assessment of a DIC system for a micro-tensile tester used for solder characterization, *Experimental Techniques* 41 (2017) 317-326
- [4] J. Blaber, B. Adair, A. Antoniou, Ncorr: open-source 2D digital image correlation matlab software, *Experimental Mechanics* 55 (2015) 1105-1122
- [5] B. Pan, H. Xie, Z. Wang, Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching, *Applied Optics* 49 (2010) 5501-5509
- [6] M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack, *Journal of Applied Mechanics* 24 (1957) 109-114