

Modification du Modèle de Dissipation dans le cadre d'une Turbulence Compressible

H. KHLIFI^a, A. BOUREHLA^b

a. Ecole de l'aviation de Borj el Amri, unité: SACES. khelifhachmi@yahoo.fr

b. Ecole de l'aviation de Borj el Amri, unité: SACES. bourehla@gmail.com

Résumé :

Il est bien retenu que les modèles classiques ont été utilisés avec succès non seulement dans le domaine de la turbulence incompressible mais aussi dans des configurations d'écoulements turbulents évoluant en présence d'une faible compressibilité, néanmoins il s'est avéré que ces modèles sont incapables de prédire correctement l'évolution de la turbulence lorsque la compressibilité est relativement significative. C'est dans ce cadre que le présent travail a été conduit en vue de chercher à concevoir et à appliquer des modèles de turbulence susceptibles d'incorporer correctement les effets de la compressibilité dans les méthodes de fermeture. Une modification de l'équation du modèle incompressible du taux de dissipation turbulente est proposée. L'évaluation de cette modification est effectuée par référence à des résultats expérimentaux et de DNS dans deux cas d'écoulements turbulents relatifs à un cisaillement constant et à une couche de mélange.

Abstract :

It is shown that the incompressible models have been used successfully in turbulent flows evolving with low compressibility. However, it has been found that these models are unable to accurately predict the turbulence flow when the compressibility is significant. It is in this context that our work has been carried out to incorporate compressibility effects in closure methods. A modification of the incompressible equation model of the turbulent dissipation rate is proposed. This modification is tested in two cases of compressible turbulent flows: homogeneous shear flow and mixing layer.

Mots clefs : Turbulence, Compressible, Dissipation, Pression-Déformation

1 Introduction

La compressibilité met en jeu des effets qui modifient d'une manière significative la structure des champs moyens et fluctuants des écoulements turbulents. De nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux ont été élaborés essentiellement dans le but de comprendre et de prévoir le comportement des écoulements turbulents soumis aux effets de la compressibilité. Les résultats de ces travaux ont fournis des informations assez importantes pour différentes configurations d'écoulements turbulents d'intérêt évident aussi bien sur un plan fondamental que sur le plan pratique. Dans ce contexte, les résultats de simulation numérique directe(DNS)[4] ont mis en évidence de manière certaine les effets de compressibilité sur l'évolution de la turbulence compressible homogène cisillée. Cette influence se traduit clairement par des changements significatifs dans l'ordre de certaines grandeurs

caractéristiques de la turbulence. Parmi les changements les plus observés dans le cas relatif des écoulements turbulents évoluant en présence d'un cisaillement constant, citons par exemple, la réduction du taux d'accroissement de l'énergie cinétique turbulente, de la production turbulente, des composantes du tenseur de corrélation pression déformation et l'amplification des composantes diagonales du tenseur d'anisotropie lorsque la compressibilité augmente (le nombre de Mach turbulent et le nombre de Mach de gradient augmentent). Les états d'équilibre sont largement influencés par les conditions initiales, particulièrement par les valeurs initiales du nombre de Mach de gradient. Ainsi dans le même esprit, Le développement d'une couche de mélange dépend des valeurs initiales du nombre de Mach convectif conformément aux expériences[6] et aux résultats de DNS indiqués dans la littérature. En fait, ces résultats ont montré que le nombre de Mach convectif a des effets notables sur l'élargissement de la couche de mélange turbulent et à l'évidence, il induit des modifications sur le champ dynamique. D'après ces études, il est donc bien établi que les champs cinématiques compressibles et incompressibles ont des propriétés caractéristiques différentes.

Il est donc souhaitable de concevoir des modèles de turbulence susceptibles d'incorporer correctement les effets de compressibilité dans les méthodes de fermeture. Sur un plan théorique, il apparaît que la modélisation basée sur les modèles incompressibles sans aucune modification, ou sur une extension directe de ces modèles sans aucune réserve de prudence semble être défailante dans la prédiction des effets de la compressibilité sur la turbulence. C'est autour de cet objectif que notre attention est maintenue. A ce propos, il nous semble nécessaire de réviser la modélisation des structures dissipatives via l'équation d'évolution de la dissipation solénoïdale conjointement avec le mécanisme de redistribution de l'énergie par le tenseur de pression déformation. Dans ce travail, une modification de l'équation modèle de la dissipation relative à la turbulence incompressible est proposée. Les coefficients de cette équation sont devenus fonction des paramètres de compressibilité à savoir les nombres de Mach et de Mach de gradient turbulents. Le modèle proposé est testé dans deux cas d'écoulements turbulents compressibles : l'un est relatif à un cisaillement constant et l'autre correspond à une couche de mélange. L'évaluation de ce modèle est effectuée par référence aux résultats de simulation numérique directe (DNS) et expérimentaux disponibles dans la littérature.

2 Simulation d'une turbulence compressible homogène et uniformément cisailée

D'une manière générale, un écoulement turbulent homogène de fluide compressible uniformément cisailé est caractérisé par un tenseur gradient de vitesse moyenne de la forme :

$$\tilde{U}_{i,j} = S\delta_{i1}\delta_{j2} \quad (1)$$

Où S correspond à un taux de cisaillement constant. Il est clair que cette définition de la vitesse moyenne correspond à une dilatation moyenne nulle.

Les tensions de Reynolds sont décrites par les équations de transport suivantes:

$$\bar{\rho} \frac{d}{dt} (R_{ij}) = P_{ij} + \phi_{ij}^* - \frac{2}{3} \bar{\rho} \varepsilon \delta_{ij} + \frac{2}{3} \overline{\bar{p}'d'} \delta_{ij} \quad (2)$$

Dans ces équations, certains termes comme la corrélation pression-dilatation et le taux de dissipation compressible sont paramétrés en fonction du nombre de Mach turbulent, il est donc nécessaire d'écrire une équation d'évolution pour ce paramètre et d'étudier son comportement :

$$\frac{d}{dt} M_t = \frac{M_t}{2\rho K} (1 + 0.5\gamma(\gamma - 1)M_t^2) (\overline{p'd'} - \bar{\rho}\varepsilon) + \frac{M_t}{2K} P \quad (3)$$

Avec $P = -\bar{\rho}R_{ij}\tilde{U}_{i,j}$ définit la production de la turbulence et $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

4 Simulation d'une couche de mélange turbulente Compressible

L'écoulement considéré est décrit par les équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho}\tilde{U}_i = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho}\tilde{U}_i \tilde{U}_j) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_i'' u_j''}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} C_v \tilde{T} \tilde{U}_j) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (C_v \overline{\rho u_j'' T''}) + \varepsilon_s + \varepsilon_c - \overline{p' u_{i,i}'} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_m} (\bar{\rho} \tilde{U}_m R_{ij}) = - (R_{im} \tilde{U}_{j,m} + R_{jm} \tilde{U}_{i,m}) + \frac{\partial}{\partial x_m} (\overline{\rho u_i'' u_j'' u_m''}) + \phi_{ij}^* + \frac{2}{3} \overline{p' u_{i,i}'} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (7)$$

2 Modèles de turbulence

- **Modèle relatif à la corrélation pression- déformation**

Dans ce travail, nous choisissons le modèle compressible proposé par Adumitroaie et al.[2]. Ce modèle s'écrit en fonction de la déformation moyenne et le tenseur d'anisotropie de Reynolds, $b_{ij} = R_{ij} / 2K - \frac{1}{3} \delta_{ij}$ comme suivant:

Reynolds, $b_{ij} = R_{ij} / 2K - \frac{1}{3} \delta_{ij}$ comme suivant:

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^* = & - C_1 \bar{\rho} \varepsilon_s b_{ij} + \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5} d_1 \right) \bar{\rho} K (\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{ll} \delta_{ij}) + 2 \bar{\rho} K (1 - C_3 + 2d_2) [b_{ik} \tilde{S}_{jk} + b_{jk} \tilde{S}_{ik} \\ & - \frac{2}{3} b_{ml} \tilde{S}_{ml} \delta_{ij}] - \bar{\rho} K (1 - C_4 - 2d_2) [b_{ik} \tilde{\Omega}_{jk} + b_{jk} \tilde{\Omega}_{ik} - \frac{4}{3} d_2 \tilde{S}_{kk} b_{ij}] \end{aligned} \quad (8)$$

Avec $\tilde{S}_{ij} = 0.5(\tilde{U}_{i,j} + \tilde{U}_{j,i})$ et $\tilde{\Omega}_{ij} = 0.5(\tilde{U}_{i,j} - \tilde{U}_{j,i})$

Modèle relatif aux termes de dilatation de fluctuations

Les modèles choisis pour exprimer les termes dilatationnels à savoir la corrélation pression dilatation π_d et le taux de dissipation compressible turbulente ε_d se présente sous la forme générale suivante :

$$\varepsilon_d = g(M_t) \varepsilon_s$$

$$\pi_d = \overline{p' u_{i,i}'} = f(M_t, M_g) P + \bar{\rho} \alpha M_t^2 \varepsilon_s$$

2.1 Modèles de la dissipation turbulente

D'un point de vue général, le modèle de turbulence basé sur les équations de transport des tensions de Reynolds appelé modèle au second ordre, suggèrent principalement la résolution d'une équation de transport du taux de dissipation turbulente. De telle équation peut se présenter sous la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho}\varepsilon\tilde{U}_k) = -\bar{\rho}C_{\varepsilon 1}(1 - f(M_t, M_g))\frac{\varepsilon}{K}P - \bar{\rho}C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{K} + C_{\varepsilon 3}\bar{\rho}\frac{\varepsilon}{K}(\pi_d - \varepsilon_d) - \frac{\partial}{\partial x_k}(C_{\varepsilon 4}\bar{\rho}\frac{K}{\varepsilon_s}R_{km}\frac{\partial}{\partial x_m}\varepsilon) \quad (9)$$

Les résultats de DNS [4] ont montré que la compressibilité affecte de manière significative le terme de production turbulent, de ce fait il semble utile de modifier le coefficient $C_{\varepsilon 1}$ et l'exprimer en fonction des nombres de Mach turbulent M_t et M_g à l'aide des modèles exprimant la pression-dilatation, π_d . Pour ceci, nous considérons les deux modèles suivants :

Sarkar et al.[2]

$$f(M_t, M_g) = 0.15\bar{\rho}M_t$$

Khelifi et al.[3]

$$f(M_t, M_g) = \bar{\rho}M_t^2 \left(\frac{b - e^{[-(\alpha M_g - \beta)^2]}}{1 + bM_t^2} \right), \quad \alpha = 0.9, \quad \beta = 0.0, \quad b = 4.2.$$

5 Résultats et discussion

Nous allons présenter maintenant les résultats de simulation numérique utilisant un modèle au second ordre dans le cas d'une turbulence compressible homogène uniformément cisillée et dans le cas relatif à une couche de mélange. Les calculs ont été effectués pour le terme de la dissipation utilisant le modèle incompressible sous sa forme standard et sous sa forme modifiée, la constante $C_{\varepsilon 1}$ est devenue fonction de M_t et M_g , (équation : (9)). Deux corrections sont proposées pour $C_{\varepsilon 1}$, l'une est déduite de [3], appelée modèle1 et l'autre à l'issu[3] appelé modèle2. Le terme de la corrélation pression-déformation est exprimé à l'aide du modèle de Adumitroiaie et al .[2] .

*Turbulence homogène cisillée

Les équations 2, 3 et 9 sont numériquement résolues à l'aide de la méthode classique de Runge-Kutta du quatrième ordre. Les prédictions des modèles 1, 2 et incompressible (modèle standard) de la dissipation seront comparés avec les résultats de DNS de de sarkar[4] dans deux cas d'écoulements désignés par A1($(\varepsilon_s / SK)_0 = 1.8, (M_t)_0 = 0.4, (M_g)_0 = 0.22$) et A4($(\varepsilon_s / SK)_0 = 10.8, (M_t)_0 = 0.4, (M_g)_0 = 1.32$). La figure 1 présente l'évolution temporelle de (ε_s / SK) , le modèle 2 estime de manière correcte la réduction de ce terme lorsque le nombre de Mach de gradient initial augmente.

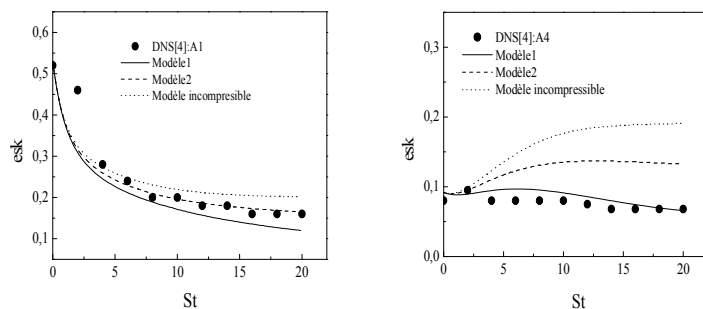


Figure 1 : Evolution temporelle de la dissipation

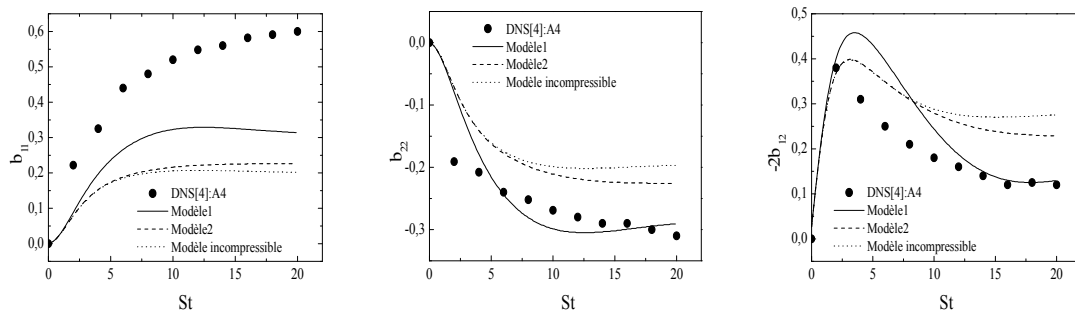
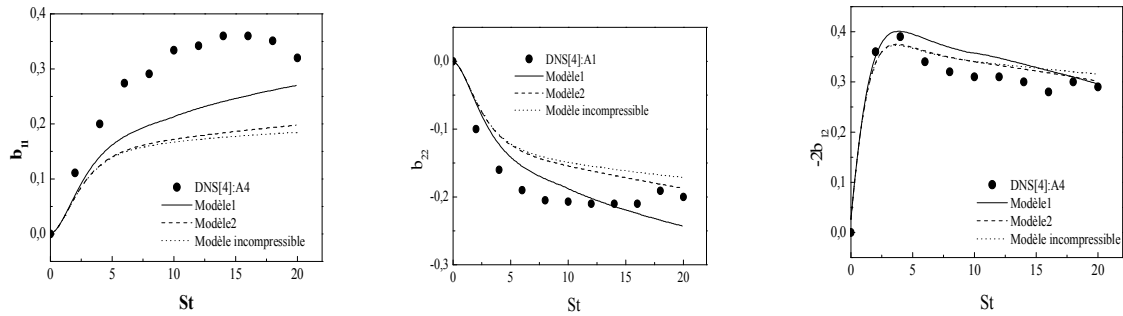


Figure 2 : Evolution temporelle du tenseur d'anisotropie

La figure 2 présente l'évolution temporelle du tenseur d'anisotropie b_{ij} dans les cas de simulation numérique A_1 et A_4 . Les résultats obtenus montrent que les trois modèles sont similaires dans le cas A_1 , par contre dans le cas A_4 , il est visible que les corrections du modèle de la dissipation ont apporté des améliorations dans la prédiction des effets de la compressibilité sur l'évolution de l'anisotropie de la turbulence. Le modèle2 estime l'amplification des composantes diagonales b_{11} et b_{22} et la réduction de la composante tangentielle b_{12} lorsque le nombre de Mach gradient.

***Couche de mélange compressible**

Les flux turbulents sont déterminés à l'aide des modèles suivants :

-The turbulent heat flux[2]:

$$\overline{\rho u''_i T''} = - C_T \frac{K}{\varepsilon} \overline{\rho u''_i u''_m} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_m}$$

-The diffusion term[2]

$$\overline{\rho u''_i u''_j u''_m} = - C_s \frac{K}{\rho \varepsilon} \overline{\rho u''_i u''_m} \frac{\partial \overline{\rho u''_j u''_m}}{\partial x_m}$$

Le profil initial est calculé comme suivant :

$$\varepsilon_s = - C_\mu \bar{\rho} \frac{K^2}{\rho u'' v''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial y} \quad , \quad C_\mu = 0.09$$

$$C_{\varepsilon_1} = 1,4, C_{\varepsilon_2} = 1,8, C_\mu = 0,09, C_\varepsilon = 0,25, C_T = 0,26.$$

Les calculs ont été effectués à l'aide du modèle 2 pour un nombre de Mach convectif $M_c = 0.86$. Les résultats obtenus sont comparés à ceux de l'expérience de Goebel et al.[6]

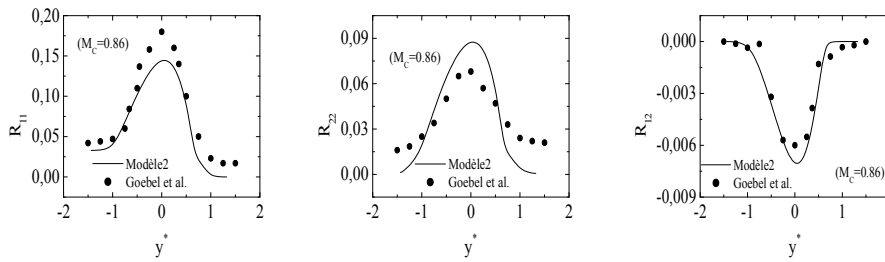


Figure 3 : Evolution spatiale des intensités turbulentes de Reynolds

La figure 3 présente l'évolution des profils des intensités turbulentes, les résultats obtenus sont relativement acceptables.

6 Conclusion

On peut conclure que les comparaisons effectuées entre les résultats de calculs obtenus à l'aide du modèle proposé et ceux de la simulation numérique directe de Sarkar d'une part et les expériences de Goebel et Dutton d'autre part, montrent que la modification proposée pour le modèle standard du taux de dissipation turbulente a une tendance de prédire de manière relativement acceptable les effets de la compressibilité sur la turbulence et elle a donné des résultats relativement encourageants.

Références

- [1] S.Sarkar, G., Erlebacher, M.Y., Hussaini, and H.O. Kress. The analysis and modeling of dilatational terms in compressible turbulence, *Journal of Fluid Mech.*, 1991, Vol. 227, pp.473-493.
- [2] V.Adumitroaie, J. R.Ristorcelli and D.B.Taulbee (1999). Progress in Favre Reynolds stress closures for compressible flows. *Phys. Fluids*. A9, 2696-2719.
- [3] A. Hanafi, Hachmi Khelifi . Evaluation Study of Pressure-Strain Correlation models in Compressible Flow, *JAFM*, 2016.
- [4] S.Sarkar. The stabilizing effects of compressibility in turbulent shear flows, *Journal of Fluid Mech.*, 1995, Vol. 282, pp.163-186.
- [5] B.E. Launder, G.J .Reece, and Rodi. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J.Fluid Mech.*, 1975, Vol.68, pp.537.
- [6] S.G .Goebel, J.C.Dutton, H. Krier, and J.P .Rence. Mean and Turbulent Velocity Measurements of Supersonic Mixing Layers, *Experiments in Fluids*, 1990, (8), pp. 263-272.