

# Dynamique d'ellipsoïdes en canal turbulent : étude de l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques par simulation numérique directe

A. Michel<sup>a,b</sup>, B. Arcen<sup>a,b,c</sup>, A. Tanière<sup>a,b</sup>

a. LEMTA, UMR 7563, Université de Lorraine, Vandoeuvre-lès-Nancy F-54500, France

b. LEMTA, UMR 7563, CNRS, Vandoeuvre-lès-Nancy F-54500, France

c. boris.arcen@univ-lorraine.fr

## Résumé :

*L'objectif de la présente étude est d'examiner l'influence de la modélisation des efforts hydrodynamiques (forces + couple) sur la dynamique de particules ellipsoïdales immergées dans un écoulement turbulent de canal. L'approche choisie pour décrire ce système est du type Euler-Lagrange : l'écoulement de fluide est simulé par DNS (point de vue eulérien) et les particules sont suivies individuellement (point de vue lagrangien) et assimilées à des points matériels. Pour réaliser le suivi de ces particules non-sphériques, il est donc nécessaire de modéliser les efforts hydrodynamiques appliqués par le fluide sur chaque particule. Pour la présente étude nous nous intéresserons à deux modèles de ces efforts. Le premier est employé dans la plupart des études, il est basé sur des formules théoriques valides en régime de Stokes (valeur faible du nombre de Reynolds particulaire,  $Re_p \ll 1$ ) et pour des particules faiblement inertielles. Le second modèle utilise des corrélations développées récemment au sein de notre équipe grâce à des simulations réalisées à l'échelle de la particule (valide pour  $Re_p < 100$ ). Les résultats présentés montrent que ces deux types de modélisation induisent des différences notables pour ce qui est de la dynamique de rotation de particules, alors que peu d'effets sont notés pour la translation.*

## Abstract :

*The main objective of this study is to examine the influence of the model used to predict the force and torque on the dynamics of prolate ellipsoidal particles immersed in a turbulent flow. The numerical approach is based on an Euler-Lagrange description : the flow is predicted by means of DNS (Euler description) while the particles are individually tracked (Lagrangian description) under the point-force approximation. To track non-spherical particles, the hydrodynamical force and torque induced by the fluid flow on each particle have to be properly estimated. Two different models are studied. The first one is used in the majority of the studies, it is based on theoretical formulae which are valid for low Reynolds numbers (low particle Reynolds number,  $Re_p \ll 1$ ) and low particle inertia. The second one is based on correlations developed in our group from numerical simulations conducted at the particle scale (valid for  $Re_p < 100$ ). The results show significant differences for the rotational particle dynamics, while the translational dynamics is weakly affected.*

**Mots clefs : turbulence, DNS, phase dispersée, suivi lagrangien, ellipsoïdes, modélisation**

# 1 Introduction

La dynamique de particules dispersées dans un écoulement turbulent trouve de nombreuses applications, dans des domaines tels que l'industrie (lits fluidisés, cyclones...) ou les sciences de la Terre (cendres volcaniques, sédiments...). Les particules rencontrées dans ce type de problèmes ont des formes multiples et irrégulières : copeaux, cendres, flocons... La simplification couramment appliquée traite les particules comme si elles étaient sphériques. Afin d'ouvrir de nouvelles perspectives nous souhaitons modéliser de façon plus fidèle des particules avec des géométries plus complexes. Une grande variété de particules possédant des formes allongées, notre choix s'est porté sur des ellipsoïdes de révolution (particules oblongues).

La principale difficulté rencontrée réside dans le modèle utilisé pour calculer les efforts (force et couple) appliqués par le fluide sur la particule, qui dépendent de la géométrie et du régime d'écoulement. Dans un grand nombre d'études numériques [Zhang et al., 2001, Mortensen et al., 2008, Marchioli et al., 2010, Zhao and van Wachem, 2013, Challabotla et al., 2016, Yuan et al., 2018], le calcul de ces efforts est réalisé par les formules de Happel and Brenner [1965] et Jeffery [1922], valides pour des particules faiblement inertielles et dans l'hypothèse d'un écoulement rampant. Afin d'offrir de plus grandes possibilités d'applications, notre équipe s'est lancée dans le développement de corrélations comme celles de Ouchene et al. [2016] permettant de caractériser les efforts appliqués par le fluide sur les particules avec des hypothèses moins restrictive. Finalement, les résultats obtenus par Arcen et al. [2017] en faisant usage de ces corrélations montrent des différences significatives avec les résultats obtenus par les formules de Happel and Brenner [1965] et Jeffery [1922].

L'objet de cette communication est donc de présenter les différences liées à la méthodes de calcul des efforts. Pour ce faire, l'écoulement dans un canal est simulé par DNS dans lequel des particules sont suivies d'après le point de vue de Lagrange. Deux modèles sont utilisés pour le calcul des efforts hydrodynamiques : les formules classiques, issue de la résolution analytique des équations de Stokes (Happel and Brenner [1965] et Jeffery [1922]) et des corrélations issues de simulations réalisées à l'échelle d'une particule.

## 2 Méthode utilisée

### 2.1 Phase fluide

L'écoulement d'un fluide incompressible, newtonien et isotherme est prédit en résolvant les équations de continuité et de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (2)$$

Où les  $u_i$  sont les composantes du champ de vitesse dans les directions  $x_i$  du repère cartésien de référence ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ),  $p$  la pression,  $\rho_f$  la masse volumique du fluide et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Afin d'obtenir des informations précises sur le champ fluide, nécessaires au suivi lagrangien de particules, la résolution de ces équations est effectuée par simulation numérique directe (DNS) suivant la stratégie décrite par Orlandi [2000]. L'approximation des opérateurs spatiaux est effectuée par des schémas aux différences finies d'ordre 2, et le couplage vitesse pression assurant la condition d'incompressibilité est assuré en résolvant une équation de Poisson dans l'espace de Fourier. Pour l'avancement

temporel, un schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 à bas cout de stockage est utilisé.

## 2.2 Suivi Lagrangien

### 2.2.1 Géométrie des particules

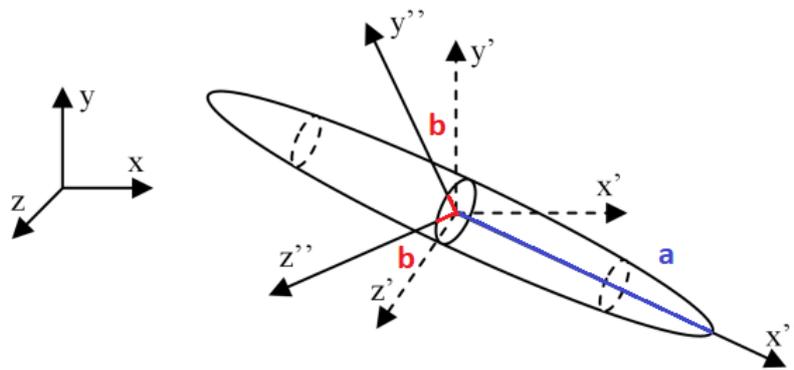


FIGURE 1 – Géométrie d'un ellipsoïde de révolution allongé et définition des repères.

Les particules sont modélisées par des ellipsoïdes de révolution allongés, décrits par leur rapport d'aspect  $\lambda = a/b > 1$ . Les particules sont supposées ponctuelles (hypothèse de particule point). En pratique cette hypothèse doit être vérifiée en s'assurant que l'échelle de longueur d'une particule est plus faible que l'échelle de longueur de Kolmogorov  $\eta_k = (\nu^3/\epsilon)^{(1/4)}$ , où  $\epsilon$  est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulent. Différents repères (Fig. 1) sont définis. La résolution des équations régissant la dynamique de la phase fluide et la translation des particules est réalisée dans le repère eulérien  $x, y, z$ . Les équations décrivant l'orientation des particules sont résolues dans  $x'', y'', z''$  dont les axes sont alignés avec ceux des particules à chaque instant. Le repère mobile  $x', y', z'$  sert à retrouver l'orientation d'une particule dans le repère eulérien.

### 2.2.2 Mouvement de translation

La position et la vitesse instantanées d'une particule sont obtenues en résolvant le système d'équations suivant :

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p, \quad (3)$$

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{F}, \quad (4)$$

où  $\mathbf{x}_p$  est la position de la particule,  $\mathbf{v}_p$  sa vitesse,  $m_p = \rho_p(4/3)\pi ab^2$  sa masse et  $\mathbf{F}$  l'ensemble des forces extérieures s'appliquant sur elle. Connaissant la vitesse de la particule et sa dimension, un nombre de Reynolds est défini par :

$$Re_p = \frac{d_{eq} \|\mathbf{v}_r\|}{\nu}, \quad (5)$$

basé sur le diamètre de la sphère de volume équivalent  $d_{eq} = 2b\sqrt{\lambda}$  et la vitesse relative de la particule à celle du fluide  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_p - \tilde{\mathbf{u}}$ , où  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_f(\mathbf{x}_p, t)$  est la vitesse du fluide à la position de la particule.

La valeur de ce nombre décrit le régime d'écoulement à l'échelle de la particule et conditionne la méthode utilisée pour calculer les forces hydrodynamiques. Pour des nombres de Reynolds faibles Happel and Brenner [1965] donnent une expression analytique des forces de trainée et de portance liées à la géométrie de la particule. Pour des nombres de Reynolds plus élevés, les forces (trainée et portance) doivent être calculées à partir de corrélations, comme celles de Richter and Nikrityuk [2012], Ouchene et al. [2016], etc.

D'après Happel and Brenner [1965], en régime de Stokes ( $Re_p \ll 1$ ) la force subie par une particule plongée dans un écoulement uniforme se calcule par :

$$\mathbf{F} = -\nu\rho_f(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{A})\mathbf{v}_r, \quad (6)$$

où  $\mathbf{K}$  est le tenseur de translation. Ce tenseur est diagonal dans  $x''$  et décrit l'influence du rapport d'aspect de la particule sur son mouvement de translation. Ses composantes ont pour expression :

$$K_{x''x''} = \frac{8\pi b(\lambda^2 - 1)}{\ln(\lambda + (\lambda^2 - 1)^{1/2}) \left( \frac{2\lambda^2 - 1}{(\lambda^2 - 1)^{1/2}} \right) - \lambda}, \quad (7)$$

$$K_{y''y''} = \frac{16\pi b(\lambda^2 - 1)}{\ln(\lambda + (\lambda^2 - 1)^{1/2}) \left( \frac{2\lambda^2 - 3}{(\lambda^2 - 1)^{1/2}} \right) + \lambda}, \quad (8)$$

$$K_{z''z''} = K_{y''y''}. \quad (9)$$

La matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice permettant le passage des coordonnées de  $x''$  vers  $x'$  comme décrit par Zhang et al. [2001]. Un problème lié à ce tenseur est la difficulté de définition d'un temps de relaxation unique. Différentes méthodes donnent un temps de relaxation moyen comme résumé par Siewert et al. [2014]. Nous utilisons ici la formule de Shapiro and Goldenberg [1993] :

$$\tau_p = \frac{2\rho_p b^2 \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1})}{9\rho_f \sqrt{\lambda^2 - 1}}. \quad (10)$$

$\tau_p$  est le temps caractéristique mis par une particule pour répondre à un changement des caractéristiques du fluide à sa position et caractérise l'inertie de la particule.

Lorsque le nombre Reynolds particulaire est plus élevé, il n'est plus possible d'utiliser ces formules théoriques. Les forces de trainée et de portance sont alors calculées par des corrélations développées au sein de notre équipe, suivant la démarche proposée par Ouchene et al. [2016]. Le coefficient de trainée a pour expression :

$$C_D = \frac{\|\mathbf{F}_D\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{v}_r\|^2 \frac{\pi d_p^2}{4}} = C_{D0} + (C_{D90} - C_{D0}) \sin^2(\alpha), \quad (11)$$

où  $\alpha$  est l'angle d'incidence (angle entre  $\mathbf{v}_r$  et le grand axe de la particule),  $C_{D0}$  et  $C_{D90}$  sont les valeurs des coefficients de trainée pour  $\alpha = 0$  et  $90$  respectivement. L'expression de ces extrema en fonction de

$Re_p$  et  $\lambda$  est :

$$C_{D0} = \frac{24}{Re_p} \left[ K_{xx} + 0.15\lambda^{-0.44} Re_p^{0.687} + \frac{\lambda^{-1.69}(\lambda - 1)^{2.23}}{24} Re_p^{0.49} \right], \quad (12)$$

$$C_{D90} = \frac{24}{Re_p} \left[ K_{yy} + 0.15 Re_p^{0.687} + \frac{\lambda^{0.12}(\lambda - 1)^{0.77}}{24} Re_p^{0.72} \right]. \quad (13)$$

Hors du régime de Stokes, la force de portance est décrite par la corrélation :

$$C_L = \frac{\|\mathbf{F}_L\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{v}_r\|^2 \frac{\pi d_{eq}^2}{4}} = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} \right)^{1+F} C_{L45} \cos(\alpha) \sin^F(\alpha), \quad (14)$$

avec,

$$F = 1 + 0.0129(Re_p \lambda)^{0.5}, \quad (15)$$

$$C_{L45} = C_{L45}^S \left[ 1 + b_1 \lambda^{b_2} Re_p^{b_3} + Re_p e^{(-b_4 \lambda^{b_5} Re_p^{b_6})} \right], \quad (16)$$

où  $C_{L45}^S$  est le coefficient de portance à  $45^\circ$  d'incidence en régime de Stokes et les coefficients  $b_n$  sont résultat d'un fitting effectué à partir des données de simulation (Tab. 1).

TABLE 1 – Coefficients pour le calcul de  $C_{L45}$

$b_1 = 0.14064$	$b_2 = -0.34973$	$b_3 = 1.0778$
$b_4 = 1.4300$	$b_5 = -0.8860$	$b_6 = 0.23938$

Nous disposons de deux méthodes pour calculer les forces s'appliquant sur une particule : une formulation analytique valide en régime de Stokes, Happel and Brenner [1965] (Eq. 6) et une formulation empirique (corrélations, Eqs. 11 et 14) basée sur des résultats de simulation, valide pour  $1 < \lambda < 10$  et  $Re_p < 100$ . A noter que cette corrélation tend vers la formule de Happel and Brenner [1965] lorsque  $Re_p \rightarrow 0$ .

### 2.2.3 Mouvement de rotation

L'orientation et la vitesse de rotation instantanées d'une particule sont obtenues en résolvant dans  $x''$  (Fig. 1) les équations du mouvement de rotation :

$$\mathbf{I}_I \frac{d\boldsymbol{\omega}_p''}{dt} + \boldsymbol{\omega}_p'' \times (\mathbf{I}_I \boldsymbol{\omega}_p'') = \mathbf{T}'', \quad (17)$$

$$\frac{d\mathbf{q}_p}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{q}_p \boldsymbol{\omega}_p'', \quad (18)$$

où  $\mathbf{q}_p$  est un quaternion unitaire décrivant l'orientation instantanée d'une particule [Zhang et al., 2001]. L'utilisation des quaternions permet d'éviter la singularité induite par les angles d'Euler (blocage de cardan).  $\mathbf{I}_I$  est le tenseur d'inertie de la particule,  $\boldsymbol{\omega}_p''$  le vecteur rotation de la particule et  $\mathbf{T}''$  modélise le couple subi par la particule. Ceux-ci doivent être calculés dans le repère lié aux axes de la particule  $x''$  (Fig. 1).

En régime de Stokes le couple exercé sur chacun des axes d'une particule ellipsoïdale non inertielle est

calculé par la formule de Jeffery [1922] :

$$\mathbf{T}'' = \frac{16\pi\mu ab^2}{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{2\beta_0} [2b^2(\Omega''_{zy} - \omega''_{p,x})] \\ \frac{1}{\beta_0 + \lambda^2\alpha_0} [(1 - \lambda^2)S''_{xz} + (1 + \lambda^2)(\Omega''_{xz} - \omega''_{p,y})] \\ \frac{1}{\lambda^2\alpha_0 + \beta_0} [(\lambda^2 - 1)S''_{yx} + (\lambda^2 + 1)(\Omega''_{yx} - \omega''_{p,z})] \end{pmatrix}, \quad (19)$$

avec  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide,  $\omega''_{p,i}$  la vitesse de rotation de la particule selon son axe  $i$ . Les  $S''_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \tilde{u}''_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}''_j}{\partial x_i})$  sont les composantes du tenseur des déformations et les  $\Omega''_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \tilde{u}''_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}''_j}{\partial x_i})$  celles du tenseur des rotations. Les coefficients  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  sont définis par Oberbeck [1876] et leur expression est calculée par Gallily and Cohen [1979].

Hors du régime de Stokes, la formule de Jeffery [1922] n'est plus valide. Une estimation du couple est toutefois possible par des corrélations. Le moment de tangage, induit par l'inertie du fluide et la forme de la particule peut être décrit par l'expression suivante [Ouchene et al., 2016] :

$$C_T = \frac{\|\mathbf{T}_T\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{v}_r\|^2 \frac{\pi d_{eq}^3}{8}} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{1+F} C_{T45} \cos(\alpha) \sin^F(\alpha), \quad (20)$$

où,

$$F = 1 + 5.136 \times 10^{-8} (Re_p \lambda)^{2.141}, \quad (21)$$

$$C_{T45} = \lambda^{c_1} \ln(\lambda) \frac{c_2 + c_3 Re_p^{c_4} \lambda}{c_5 + Re_p \lambda} + c_6 \ln(\lambda)^{c_7} Re_p^{c_8}, \quad (22)$$

avec les coefficients  $c_n$  donnés dans le tableau 2.

TABLE 2 – Coefficients pour le calcul de  $C_{T45}$ .

$c_1 = 1.218$	$c_2 = 3.114$	$c_3 = 0.05427$	$c_4 = 0.2344$
$c_5 = 11.28$	$c_6 = 0.8311$	$c_7 = 0.9235$	$c_8 = -0.09705$

De plus, lorsque la vitesse de rotation de la particule est différente de celle du fluide un second couple est généré. Sachant qu'il n'existe pas de corrélation décrivant ce couple pour des ellipsoïdes, celui-ci est calculé en première approximation par la formule de Dennis et al. [1980].

$$C_T = \frac{\|\mathbf{T}_R\|}{\frac{1}{2}\rho_f \left(\frac{d_{eq}}{2}\right)^5 \|\boldsymbol{\omega}_r\|^2} = \frac{b_1}{\sqrt{Re_{p,\omega}}} + \frac{b_2}{Re_{p,\omega}}. \quad (23)$$

Où  $Re_{p,\omega} = \frac{\|\boldsymbol{\omega}_r\| d_{eq}^2}{\nu}$  est le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de rotation relative de la particule à celle du fluide,  $\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_p - \boldsymbol{\Omega}_f(\mathbf{x}_p, t)$  et les coefficients  $b_1$  et  $b_2$  dépendent de  $Re_{p,\omega}$  comme décrit dans le tableau 3.

TABLE 3 – Coefficients de la corrélation de Dennis et al. [1980].

$Re_{p,\omega}$	1 – 10	10 – 20	20 – 50	50 – 1000
$b_1$	0	5.32	6.44	6.45
$b_2$	$16\pi$	37.2	32.2	32.1

Tout comme pour les forces, nous disposons de deux méthodes pour calculer le couple s'appliquant sur

une particule. La première utilise la formule de Jeffery [1922] valide en régime de Stokes. Pour la seconde, le moment de tangage est calculé à partir de l'équation 20 et le moment induit par une valeur de  $\omega_r$  non nulle par la corrélation de Dennis et al. [1980] (Eq. 23).

Afin de comparer les effets de la méthode de calcul des efforts sur la dynamique des particules, des simulations sont réalisées et les efforts sur les particules sont calculées par deux méthodes différentes. La première fait appel aux formules analytiques de Happel and Brenner [1965] (Eq. 6) et Jeffery [1922] (Eq. 19) quel que soit  $Re_p$ . La seconde utilise les corrélations, Eqs. 11 et 14 pour le calcul des forces et les corrélations, Eqs. 20 et 23, pour le calcul du couple.

### 3 Configuration des simulations

L'écoulement dans un canal de dimension  $2.5\pi\delta \times 2\delta \times 1.5\pi\delta$ , où  $\delta$  est la demi-hauteur du canal, est simulé par DNS. L'écoulement moyen est unidirectionnel et dirigé selon  $x$ . Des conditions périodiques sont appliquées dans les directions  $x$  et  $z$  (directions homogènes) et une condition d'adhérence/non pénétration est appliquée en  $y \pm \delta$ . L'espace est discrétisé en  $192 \times 128 \times 160$  cellules espacées régulièrement dans les directions homogènes. Dans la direction normale à la paroi, un maillage plus fin en proche paroi permet de capturer le fort gradient de vitesse présent dans cette zone. Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne débitante et la demi-hauteur du canal,  $Re_b$ , vaut 2800 et  $Re_\tau$  basé sur la vitesse de frottement à la paroi  $u_\tau$  (calculé à posteriori) vaut 176.5. Les pas d'espaces calculés en unités de paroi (adimensionnées par  $u_\tau$  et  $\nu$ , dénotées par un exposant +) sont  $\Delta x^+ = 7.36$ ,  $\Delta y^+ = 2.81$  en moyenne,  $\Delta z^+ = 5.3$  et l'incrément temporel  $\Delta t^+ \approx 0.114$ . Une étude préalable de l'écoulement a montré une bonne correspondance des statistiques obtenues avec celles de Vreman and Kuerten [2014].

### 4 Résultats et discussion

Afin de comparer l'effet de la méthode de modélisation, des simulations sont réalisées pour des rapports d'aspect  $\lambda = 1, 3$  et  $10$  afin d'observer l'effet de ce paramètre. Le temps de relaxation est fixé à  $\tau_p^+ = 30$ . Cette valeur de l'inertie des particules est choisie pour obtenir des vitesses relatives de particules assez importantes pour mettre en avant les différences liées à la méthode de modélisation. Les particules sont définies en fixant leur grand axe  $a^+ = 0.81$  et en ajustant leur petit axe et leur masse volumique pour obtenir le temps de relaxation souhaité. Les caractéristiques des particules sont décrites dans le tableau 4. Pour chaque type de particule, deux méthodes sont utilisées pour calculer les actions hydrodynamiques : la première fait appel aux formules de Happel and Brenner [1965] et de Jeffery [1922] uniquement. Il s'agit de l'approche classique dans la littérature : Mortensen et al. [2008], Marchioli et al. [2010], Zhao and van Wachem [2013], Yuan et al. [2018]. La seconde méthode fait appel aux corrélations décrites plus haut et est valable en dehors du régime de Stokes.

TABLE 4 – Caractéristiques des particules à  $\tau_p^+ = 30$ .

$\lambda$	$a^+$	$b^+$	$\rho_p/\rho_f$
1	0.81	0.81	158.5
3	0.81	0.27	763.3
10	0.81	0.081	5261

Initialement 300.000 particules sont introduites dans l'écoulement turbulent avec une orientation aléatoire, et leur vitesses  $\mathbf{v}_p$  et  $\omega_p$  sont égales à celle du fluide à leur position. Après un temps  $t^+ = 5400$ ,

les statistiques sont calculées sur 5400 unités de temps visqueuses.

## 4.1 Statistiques de translation

La comparaison de la vitesse moyenne longitudinale des particules (Fig. 2) montre la même tendance avec les deux méthodes de modélisation : la vitesse des particules est inférieure à celle du fluide et ceci est plus marqué si le rapport d'aspect est faible. Les résultats obtenus par les formules de Happel and Brenner [1965] et Jeffery [1922] donnent toutefois une vitesse moyenne des particules un plus proche de celle du fluide que les corrélations. La méthode de modélisation a ici un impact faible. Par ailleurs, les statistiques de la vitesse moyenne du fluide vu (non présentées ici) n'ont pas mis en évidence de différence entre les deux méthodes.

Pour ce qui est des fluctuations de la vitesse, celles-ci sont plus importantes que celles du fluide dans la

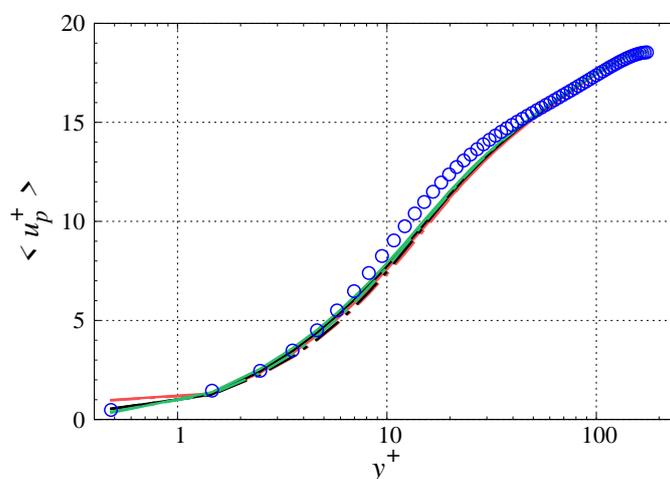


FIGURE 2 – Vitesse moyenne longitudinale des particules. — formulation bas Reynolds, - - - corrélations.  $\circ$  fluide. Rouge :  $\lambda = 1$ . Noir :  $\lambda = 3$ . Vert :  $\lambda = 10$ .

direction de l'écoulement moyen (Fig. 3) et maximales autour de  $y^+ \approx 12$ . L'intensité des fluctuations est plus grande lorsque la formule de Happel and Brenner [1965] est utilisée et augmente avec le rapport d'aspect jusqu'à  $y^+ \approx 10$ . Dans la zone  $11 < y^+ < 20$ , nous remarquons deux tendances, dépendant du rapport d'aspect. Les fluctuations des particules de rapport d'aspect 1 et 3 sont plus faibles lorsque le calcul est effectué par la formule de Happel and Brenner [1965] que par les corrélations, alors que l'effet inverse se produit pour des particules de rapport d'aspect 10. Au centre du canal par contre, la méthode de modélisation n'a pas d'impact sur ces statistiques.

Dans les autres directions (Fig. 4), les résultats obtenus avec les formules de Happel and Brenner [1965] sont très proches de ceux obtenus avec les corrélations. Dans la direction  $y$ , l'utilisation des corrélations engendre des fluctuations de vitesse plus faibles jusqu'à  $y^+ \approx 20$ , et cette tendance s'inverse au delà. Dans la direction  $z$ , des fluctuations de vitesse plus importantes pour les faibles rapports d'aspects sont visibles pour  $y^+ > 12$  lors de l'utilisation des corrélations. Finalement, les statistiques de translation ne sont pas très sensibles à la méthode de modélisation, et les résultats remarquables résultant de l'utilisation des corrélations sont la réduction des fluctuations de la vitesse longitudinale des particules en proche paroi, et l'augmentation des fluctuations de la vitesse transversale au centre du canal.

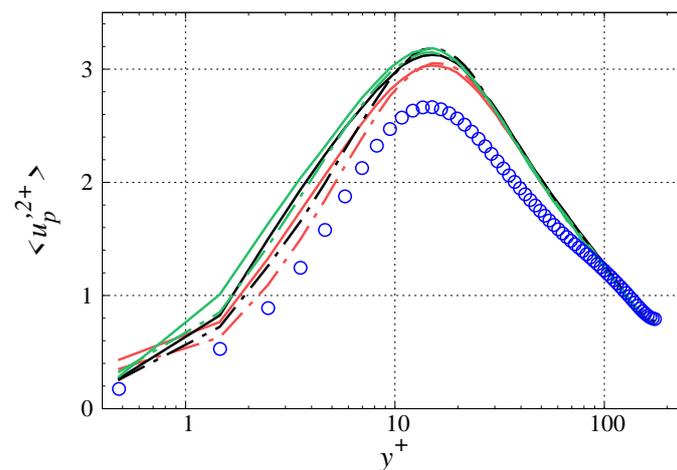


FIGURE 3 – Fluctuations des vitesses des particules, composante longitudinale. Légende comme Fig. 2.

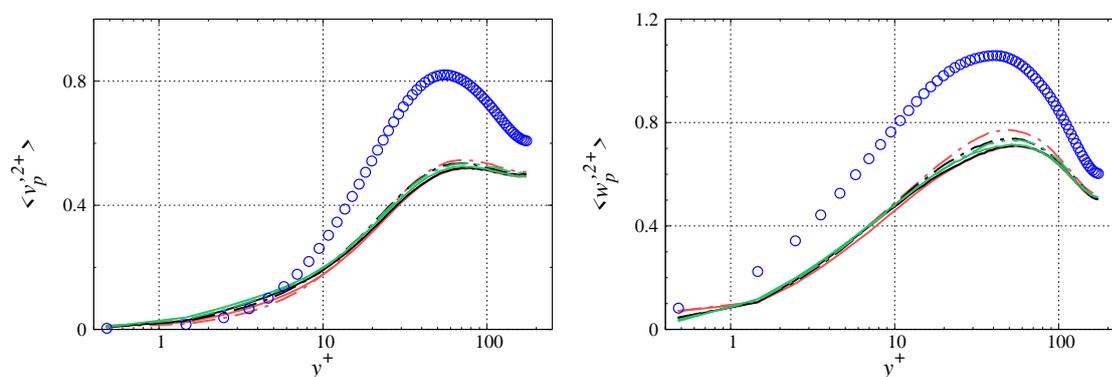


FIGURE 4 – Fluctuations des vitesses des particules, composante wall-normal (gauche) et transversale (droite). Légende comme Fig. 2.

## 4.2 Orientation préférentielle

L'orientation des particules joue un rôle important dans leur dynamique et sera caractérisée par la moyenne des cosinus directeurs (Fig. 6). Ceux-ci ont une valeur proche de 1 si les particules sont alignées dans une direction donnée, et proche de 0.5 si leur orientation est uniforme dans l'espace. Dans le cas d'une orientation uniforme dans un plan, la valeur moyenne des cosinus directeurs non nuls vaut  $2/\pi (\approx 0.636)$ . Dans la sous couche visqueuse ( $y^+ < 5$ ), la modélisation du couple par la méthode de Jeffery [1922] donne des résultats caractéristiques : les particules sont en rotation dans le plan  $(x, y)$ . Ceci se remarque en observant la faible valeur des  $\cos(\theta_z)$  et les valeurs de  $\cos(\theta_x)$ ,  $\cos(\theta_y)$  valant  $2/\pi$ . Ce résultat se retrouve avec les corrélations. Le fort gradient de vitesse dans cette zone est responsable de ce comportement caractéristique. A mesure que  $y^+$  augmente, les résultats obtenus par les corrélations ont une diminution plus rapide vers une valeur de 0.5 et cela est plus marqué pour des rapports d'aspect élevés. Ceci correspond à une uniformisation des orientations des particules, conséquence des fluctuations de l'écoulement turbulent.

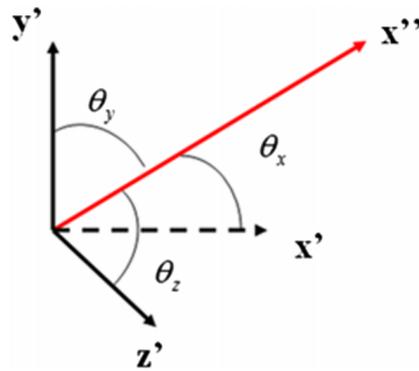
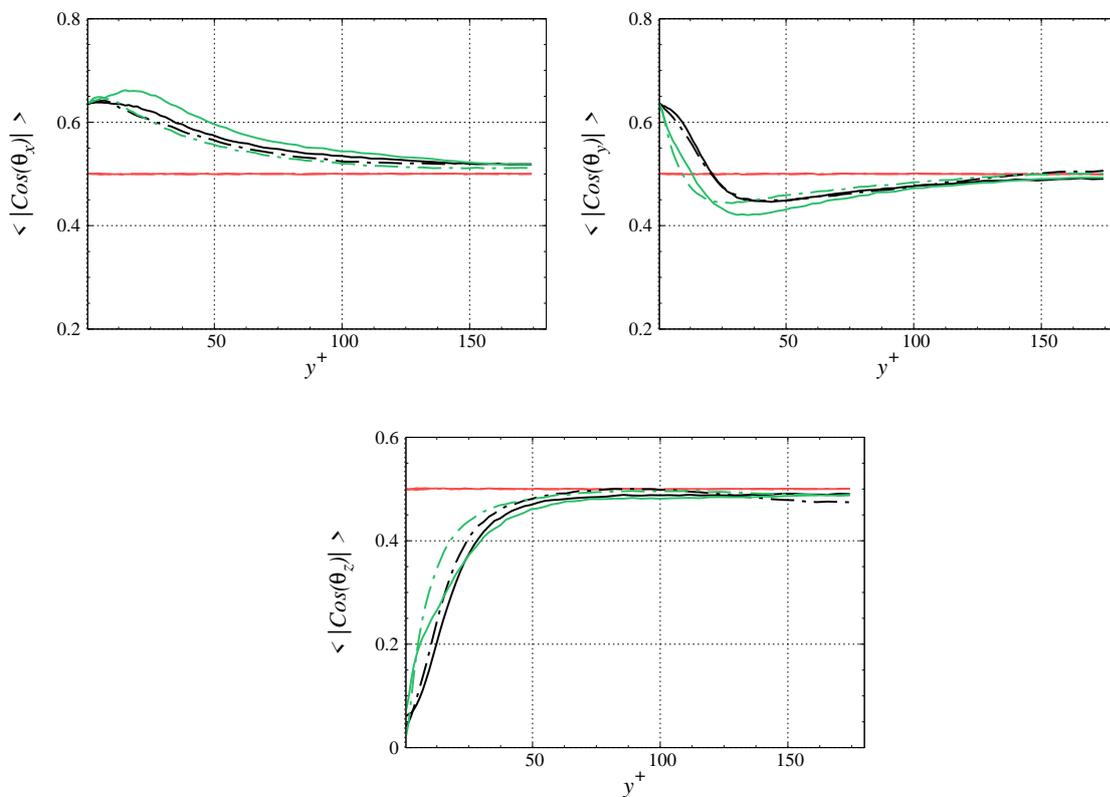


FIGURE 5 – Définition des cosinus directeurs.

FIGURE 6 – Moyenne des valeurs absolues des cosinus directeurs. — formulation bas Reynolds, - - - corrélations. ○ fluide. Rouge :  $\lambda = 1$ . Noir :  $\lambda = 3$ . Vert :  $\lambda = 10$ .

## 5 Statistiques de rotation

La vitesse moyenne de rotation du fluide et des particules est présentée sur la figure 7. Les corrélations induisent une vitesse de rotation moyenne plus faible que celle obtenue avec la formulation bas nombre de Reynolds pour des rapports d'aspect 3 et 10. Pour les sphères, l'effet est inverse. Il est également remarquable que pour les rapports d'aspect 1 et 3 la rotation moyenne des particules soit supérieure à celle du fluide dans la zone  $15 < y^+ < 80$  lorsque le couple est calculé par la formule de Jeffery [1922]. Avec les corrélations, ceci n'est visible que pour des particules sphériques. A partir de  $y^+ \approx 80$ , les effets de la méthode de modélisation et du rapport d'aspect ne sont plus significatifs. Les fluctuations de

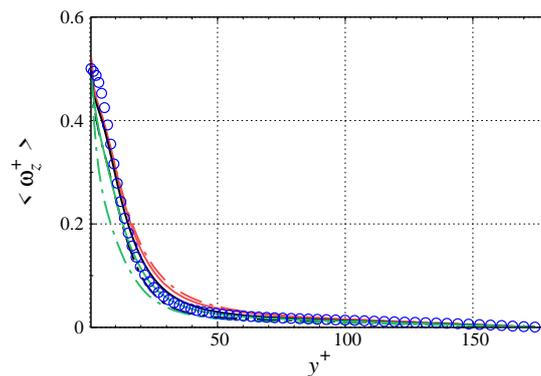


FIGURE 7 – Vitesse de rotation transversale moyenne. — formulation bas Reynolds, - - - corrélations.  $\circ$  fluide. Rouge :  $\lambda = 1$ . Noir :  $\lambda = 3$ . Vert :  $\lambda = 10$ .

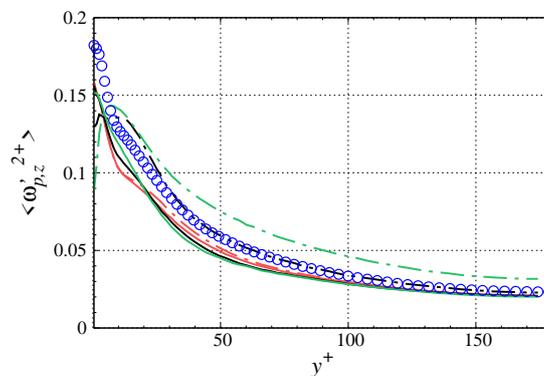


FIGURE 8 – Fluctuations des vitesses de rotation des particules. Composante  $z$ . Légende comme Fig. 7.

la vitesse de rotation montrent des caractéristiques très différentes pour les ellipsoïdes selon la méthode de modélisation lorsque les particules ne sont pas sphériques. La composante transversale (Fig. 8) des fluctuations décroît avec la distance à la paroi et elle est toujours toujours inférieure à celles du fluide lorsque la formulation bas Reynolds est utilisée. Avec les corrélations, les fluctuations sont croissantes jusqu'à  $y^+ \approx 10$  ou elles deviennent plus importantes que celles du fluide. Les fluctuations décroissent ensuite jusqu'au centre du canal, et sont de plus grande intensité si le rapport d'aspect des particules est grand.

Les fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse de rotation (Fig. 9) sont plus importantes lorsque le rapport d'aspect est grand dans la zone  $0 < y^+ < 70$  lorsque la formule de Jeffery [1922] est utilisée. Il est également remarquable que pour des particules de rapport d'aspect 10, les fluctuations sont plus importantes que celles du fluide entre  $5 < y^+ < 20$ . A partir de  $y^+ \approx 70$ , l'effet du rapport d'aspect n'est plus visible avec cette formulation. Avec les corrélations, les fluctuations des particules sont plus grandes pour des rapports d'aspect importants. Si les résultats ne sont pas significativement différents pour les sphères, les fluctuations sont plus importantes à partir de  $y^+ = 20$  pour des particules de rapport d'aspect 3 et de  $y^+ = 5$  pour des rapports d'aspect 10. Pour ces dernières, les fluctuations de vitesse sont également supérieures à celles du fluide.

Dans la direction normale aux parois, l'effet de la méthode de modélisation est d'autant plus visible que le rapport d'aspect est grand. Les particules de rapport d'aspect 3 montrent des fluctuations signifi-

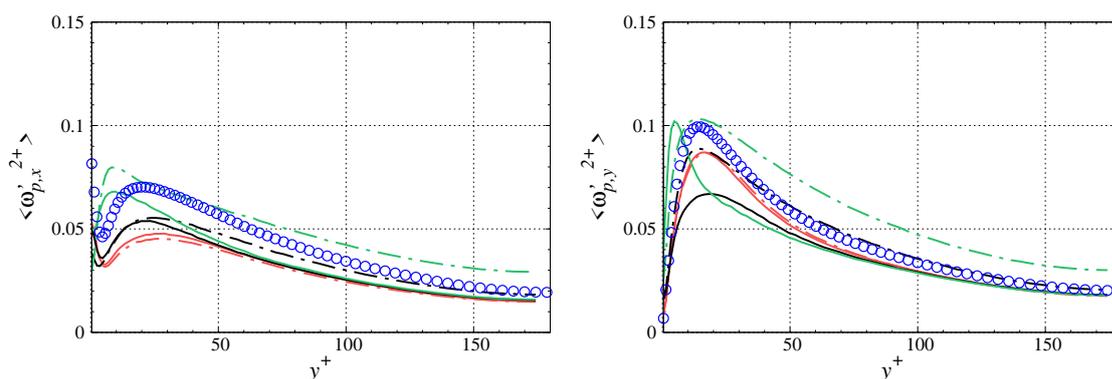


FIGURE 9 – Fluctuations des vitesses de rotation des particules. Composantes  $x$  et  $y$ . Légende comme Fig. 7.

ficativement plus importantes lorsque le couple est calculé par les corrélations, et celles-ci dépassent celles du fluide à partir de  $y^+ = 40$ . Pour les particules de rapport d'aspect 10, le maximum est atteint à  $y^+ = 5$ , alors qu'il se trouve à  $y^+ \approx 15$  avec les corrélations. Pour ce rapport d'aspect, les fluctuations sont également toujours supérieures à celles du fluide.

Pour conclure sur les effets remarquables de la méthode de modélisation sur les statistiques de translation sont résumés. La formulation bas Reynolds donne des vitesses de rotation dépendant faiblement du rapport d'aspect, alors que des différences marquées dans la zone  $0 < y^+ < 50$  sont visibles lorsque les corrélations sont utilisées. Les fluctuations de la vitesse de rotation sont fortement modifiées par la méthode choisie. Avec la formule de Jeffery [1922] l'effet du rapport d'aspect se remarque essentiellement dans la zone  $5 < y^+ < 50$ . Lorsque les corrélations sont utilisées, les effets du rapport d'aspect sont non seulement visibles dès  $y^+ \approx 5$ , mais le restent jusqu'au centre du canal.

## 6 Conclusion

Deux méthodes de modélisation des efforts s'appliquant sur des particules non sphériques ont été testées et comparées. Pour ce faire des simulations basées sur une approche eulero-lagrangienne ont été réalisées : des particules ellipsoïdales inertielles sont introduites dans un écoulement turbulent en canal simulé par DNS, et suivies d'après le point de vue de Lagrange. Pour les particules choisies, les  $Re_p$  sont en moyenne de l'ordre de  $\approx 0; 5 - 1$ . Pour modéliser les forces et couple appliqués par le fluide sur chaque particule nous avons utilisé deux formulations : l'une analytique [Happel and Brenner, 1965], [Jeffery, 1922] valide pour des nombres de Reynolds particuliers faibles ( $Re_p < 0.1$ ), et l'autre issue de simulations à l'échelle d'une particule, valide jusqu'à  $Re_p = 100$ . Si les statistiques de translation ne sont pas significativement affectées par la méthode de modélisation, les orientations moyennes et les statistiques de rotation montrent une plus grande sensibilité à la forme des particules lorsque les corrélations sont utilisées, particulièrement au centre du canal. L'utilisation des corrélations pour le calcul du couple uniformise l'orientation des particules et induit des fluctuations de la vitesse de rotation plus importantes à mesure que le rapport d'aspect augmente. Les deux formulations conduisent donc à des résultats différents. La question qui se pose désormais est : laquelle est la plus fidèle à la réalité ?

## Références

- B. Arcen, R. Ouchene, M. Khalij, and A. Tanière. Prolate spheroidal particles' behavior in a vertical wall-bounded turbulent flow. *Phys. Fluids*, 29(9) :093301, sep 2017.
- Niranjan Reddy Challabotla, Lihao Zhao, and Helge I. Andersson. On fiber behavior in turbulent vertical channel flow. *Chem. Eng. Sci.*, 153 :75–86, oct 2016.
- S. C. R. Dennis, S. N. Singh, and D. B. Ingham. The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(02) :257, nov 1980.
- Isaiah Gallily and Aaron-Hi Cohen. On the orderly nature of the motion of nonspherical aerosol particles. II. inertial collision between a spherical large droplet and an axially symmetrical elongated particle. *J. of Colloid and Interface Sci.*, 68(2) :338–356, feb 1979.
- J. Happel and H. Brenner. *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1965.
- GB. Jeffery. The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 102 :161–179, 1922.
- C. Marchioli, M. Fantoni, and A. Soldati. Orientation, distribution, and deposition of elongated, inertial fibers in turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 22 :033301, 2010.
- P. H. Mortensen, H. I. Andersson, J. J. J. Gillissen, and B. J. Boersma. Dynamics of prolate ellipsoidal particles in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 20(9) :093302, sep 2008.
- A. Oberbeck. Über stationäre flüssigkeitsbewegungen mit berucksichtigung der inneren reibung. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 81 :62–80, 1876.
- P. Orlandi. *Fluid Flow Phenomena. A numerical toolkit*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- R. Ouchene, M. Khalij, B. Arcen, and A. Tanière. A new set of correlations of drag, lift and torque coefficients for non-spherical particles and large reynolds numbers. *Powder Tech.*, 303 :33–43, dec 2016.
- A Richter and P.A. Nikrityuk. Drag forces and heat transfer coefficients for spherical, cuboidal and ellipsoidal particles in a cross flow at sub-critical reynolds numbers. *Int. J. of Heat and Mass transf.*, 55 :1343–1354, 2012.
- M. Shapiro and M. Goldenberg. Deposition of glass fiber particles from turbulent air flow in a pipe. *J. Aerosol Sci.*, 24 :65–87, 1993.
- C. Siewert, R.P.J. Kunnen, M. Meinke, and W. Schroeder. Orientation statistics and settling velocity of ellipsoids in decaying turbulence. *Atm. Research*, 142 :45–56, 2014.
- A. W. Vreman and J. G. M. Kuerten. Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at  $Re_\tau = 180$ . *Phys. Fluids*, 26(1) :015102, jan 2014.
- W. Yuan, L. Zhao, N.R. Challabotla, H.I. Andersson, and J. Deng. On wall-normal motions of inertial spheroids in vertical turbulent channel flows. *Acta Mech.*, 229(7) :2947–2965, apr 2018.

H. Zhang, G. Ahmadi, F.G. Fan, and J.B. McLaughlin. Ellipsoidal particles transport and deposition in turbulent channel flows. *Int. J. Mult. Flow*, 27 :971–1009, 2001.

F. Zhao and B.G.M. van Wachem. Direct numerical simulation of ellipsoidal particles in turbulent channel flow. *Acta Mech.*, 224 :2331–2358, 2013.