

# Caractérisation du comportement viscoélastique d'un composite hybride carbone-lin

V-D. DO<sup>a</sup>, A. BEAKOU<sup>a</sup>, T-P. LE<sup>b</sup>

a. Université Clermont Auvergne, CNRS, SIGMA Clermont, Institut Pascal, F-63000 Clermont  
Ferrand, France, {van\_dong.do, alexis.beakou}@sigma-clermont.fr

b. LMEE, Univ Evry, Université Paris-Saclay, 91020 Evry cedex, France  
thienphu.le@univ-evry.fr

## Résumé :

*Ce papier traite de la caractérisation du comportement viscoélastique d'un nouveau composite hybride carbone-lin. Les propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques sont déterminées par les essais de fluage. Tout d'abord, la méthode d'Inokuchi a été utilisée pour traiter les données d'essais de fluage effectués sur les éprouvettes. L'efficacité de la méthode est vérifiée avec succès en évaluant l'écart entre la courbe expérimentale de fluage et celle issue de l'identification. Puis, afin d'implémenter les propriétés mesurées dans le code de calcul ANSYS, les paramètres de séries de Prony ont été calculés par identification des constantes des équations différentielles de comportement des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt généralisés. Enfin, les facteurs d'amortissement des trois composites fabriqués sont évalués et comparés.*

## Abstract :

*This paper deals with the characterization of the viscoelastic behavior of a new hybrid carbon-lin composite. Inokuchi's method has been used to fit data from the creep tests carried out on test specimens. The effectiveness of the proposed method is verified successfully by evaluating the difference between the experimental curve of creep and that resulting from the identification. Then, in order to implement properties measured in the ANSYS code, the Prony series parameters were calculated by identifying the constants of the differential behavior equations of the generalized Maxwell and Kelvin-Voigt models. Finally, the damping factors of the three composites manufactured are evaluated and compared.*

**Mots clefs : composite hybride, fibre de carbone, fibre de lin, moulage par injection, viscoélasticité, série de Prony**

## 1 Introduction

En usinage, le broutement est une vibration auto-entretenu nuisible car entraînant une mauvaise qualité de surface de la pièce usinée, un bruit excessif, un endommagement de la machine-outil, une consommation excessive d'énergie, une perte de matière et une baisse de la productivité [1].

L'utilisation de matériaux viscoélastiques dans le système mécanique est une des méthodes efficaces pour réduire le broutement grâce à la grande capacité de ces matériaux à dissiper l'énergie mécanique des vibrations. Certains auteurs [2] ont introduit avec succès des matériaux viscoélastiques dans le porte-outil afin de limiter le broutement. L'objectif des travaux présentés dans cette communication est de montrer qu'il est possible d'obtenir le même résultat en utilisant des matériaux viscoélastiques dans le porte-pièce. Ainsi, le support de pièce existant en aluminium [3] a été reconçu avec utilisation d'un matériau composite.

Le nouveau matériau composite doit avoir une raideur au moins égale à celle du matériau existant tout en ayant des caractéristiques d'amortissement plus élevées. Parmi les types de renforts, les fibres de carbone possèdent un module d'élasticité élevé permettant la conception de pièces de grande rigidité mais elles ont une faible capacité d'amortissement. Les fibres de lin, par contre, ont une faible densité, de bonnes propriétés spécifiques et des caractéristiques d'amortissement élevées. Afin d'exploiter le meilleur de chacune des deux types de fibre, un composite stratifié hybride à renfort carbone-lin [4] est alors proposé pour la re-conception du porte-pièce.

Des plaques en composite stratifié hybride carbone-lin avec trois différentes séquences d'empilement ont été fabriquées par moulage par injection de résine époxy sous vide dans des préformes de tissus unidirectionnels secs de carbone et de lin. Après démoulage, les plaques sont découpées pour les essais de caractérisation. Des essais de traction ont été effectués dans un premier temps pour déterminer les valeurs de module d'élasticité, de contrainte maximale et de déformation à la rupture des composites.

Afin de caractériser le comportement viscoélastique des composites, un essai de fluage a été mis en place. La méthode d'Inokuchi [5] a été adoptée pour l'identification des propriétés viscoélastiques du nouveau composite stratifié hybride carbone-lin. L'efficacité de la méthode est vérifiée avec succès en évaluant l'écart entre la courbe expérimentale de fluage et celle issue de l'identification. Enfin, pour faciliter l'implémentation des propriétés mesurées dans le code de calcul ANSYS [6], les paramètres de séries de Prony ont été calculés par identification des constantes des équations différentielles de comportement des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt généralisés.

## 2 Matériaux et procédé de fabrication

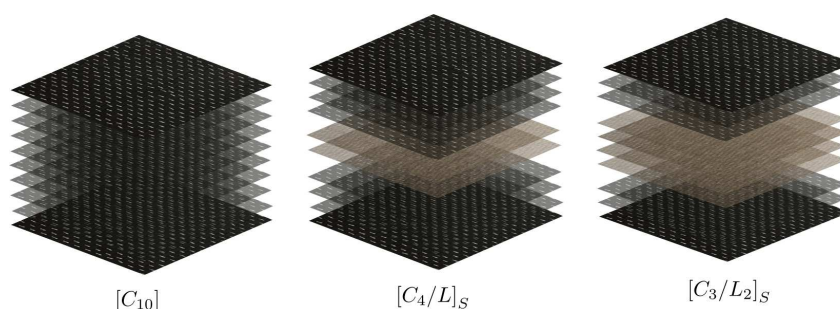


FIGURE 1 – Séquences d'empilement du composite hybride

Les fibres de lin utilisées ici sont du type FlaxPly UD 180 commercialisé par la société LINEO (Belgique). Les fibres de carbone sont de type 12K300g/m<sup>2</sup> Ta UD acheté chez COMPOSITES DISTRIBUTION (France). La résine époxy 1050 et le durcisseur 1055S du fournisseur RESOLTECH (France) ont été utilisés dans ce travail. Des plaques en composite stratifié hybride carbone-lin avec trois différentes séquences d'empilement ( Fig. 1) ont été fabriquées par moulage par injection de résine époxy sous

vide de 1 bar dans des préformes de tissus unidirectionnels secs de carbone et de lin (Fig. 2). Pour la réticulation, les plaques ont été laissées dans le laboratoire pendant 14 jours à la température ambiante moyenne de 25°C sans post cuisson. Le tableau Tab.1 récapitule les principales caractéristiques des trois matériaux composites fabriqués.

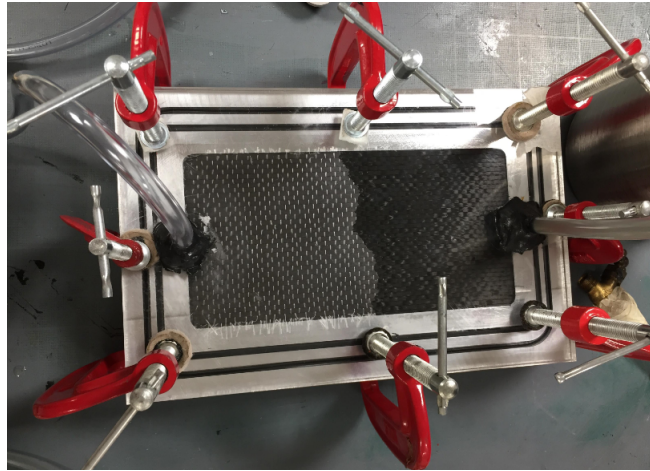


FIGURE 2 – Moulage par injection de résine

TABLE 1 – Séquences d'empilement et principales caractéristiques des différents matériaux élaborés

Stratifié	Nombre de plis	Séquences d'empilement C :carbone; L :lin	Taux de fibres	Densité (g/cm <sup>3</sup> )
	C/L		C/L (%)	
[C <sub>10</sub> ]	10/0	CCCCCCCCC	62.5/0	1.412
[C <sub>4</sub> /L] <sub>S</sub>	8/2	CCCCLLCCCC	50/15	1.399
[C <sub>3</sub> /L <sub>2</sub> ] <sub>S</sub>	6/4	CCCLLLLCCC	37.5/30	1.365

### 3 Méthodologie des essais de caractérisation

#### 3.1 Traction à rupture

Des éprouvettes de forme rectangulaire ont été découpées selon deux orientations (0°, 90°) de dimensions 150 × 6 × 4 mm<sup>3</sup> pour 0° et de dimensions 100 × 6 × 4 mm<sup>3</sup> pour 90°. L'évaluation des modules élastiques a été réalisée à l'aide d'une machine de traction de type Zwick UTS20K équipée d'une cellule de charge de 20 kN et pilotée par un ordinateur sur lequel est installé le logiciel de pilotage TextXpert II. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de déplacement de 1 mm/min. La déformation a été mesurée grâce à un extensomètre, d'une base de 50 mm. Trois essais de traction à rupture ont été effectués sur chaque type des éprouvettes. Le dispositif expérimental utilisé pour l'essai de traction à rupture est illustré sur la Fig. 3.

#### 3.2 Fluage en traction

Les essais de fluage en traction ont été réalisés par un viscoanalyseur de type VA2000 Metravib équipé d'un excitateur électrodynamique de 150 N, de capteurs de force, de déplacement et d'accélération,



FIGURE 3 – Banc d'essais de la machine Zwick

d'une enceinte thermique ( $-150^{\circ}\text{C}$  à  $450^{\circ}\text{C}$ ). Pour ces essais de fluage, les éprouvettes orientées  $0^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  sont de dimensions  $45 \times 6 \times 4 \text{ mm}^3$  soumis une force constante de 20 N durant  $t = 3600$  secondes à une température de  $30^{\circ}\text{C}$ . Le temps de mise en charge est de 0.3 s. La figure 4 présente le banc d'essais de fluage en traction.



FIGURE 4 – Banc d'essais de la machine VA2000

### 3.3 Identification des propriétés viscoélastiques

L'objectif de l'identification des propriétés viscoélastiques est double : (1) calculer les valeurs des paramètres du modèle de Prony servant de données d'entrée pour des simulations numériques sur ANSYS, (2) comparer le facteur d'amortissement  $tg(\delta)$  des composites étudiés.

Pour atteindre cet objectif, la méthode d'Inokuchi sera utilisée dans un premier temps pour traiter les résultats d'essais de fluage effectués sur les éprouvettes. Puis dans un deuxième temps, l'équivalence entre les modèles de Kelvin-Voigt et Maxwell généralisés sera avantageusement exploitée pour identifier les paramètres viscoélastiques du modèle de Prony. Enfin, les facteurs d'amortissement des trois composites étudiés seront calculés puis comparés.

### 3.3.1 Rappel de la méthode d'Inokuchi

Nous supposons que la réponse  $\epsilon(t)$  à une sollicitation de fluage  $\sigma_o$  constante est connue pour chaque matériau étudié. La fonction de fluage  $J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_o}$  peut alors être tracée (Fig. 5).

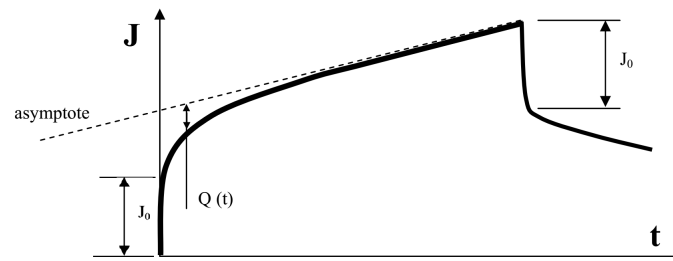


FIGURE 5 – Fonction de fluage

L'analyse d'Inokuchi utilise un modèle de Kelvin-Voigt généralisé (Fig. 6).

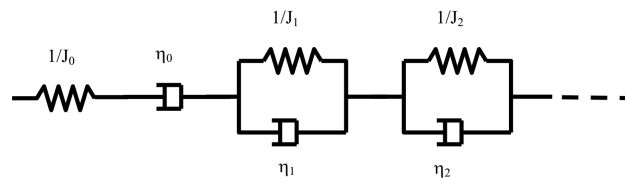


FIGURE 6 – Modèle de Kelvin-Voigt généralisé

Dans le cas général, on a :  $J(t) = J_o + \frac{t}{\eta_o} + \sum_{k=1}^n J_k (1 - e^{-\frac{t}{J_k \eta_k}})$ . Ici, le comportement viscoélastique est de type solide, donc l'ammortisseur de viscosité dynamique  $\eta_o$  est supprimé.

On suppose que les temps de retard  $\theta_k = J_k \eta_k$  sont nettement différenciés et rangés tel que  $\theta_1 > \theta_2 > \dots > \theta_n$ .

◇ À  $t = 0$ , l'ordonnée à l'origine de la courbe expérimentale correspond à  $J_o$ . On retrouve également sur la courbe expérimentale, un saut de valeur  $J_o$  à l'instant où la sollicitation  $\sigma_o$  est supprimée.

◇ À  $t \rightarrow \infty$  l'asymptote horizontale à la courbe (car comportement viscoélastique solide) correspond à  $\sum_{k=0}^n J_k$ .

Soit  $Q(t)$  la valeur absolue de la différence entre la courbe expérimentale et son asymptote :

$$Q(t) = \sum_{k=0}^n J_k - J(t) = \sum_{k=1}^n J_k e^{-\frac{t}{\theta_k}} \approx J_1 e^{-\frac{t}{\theta_1}}$$

Pour  $t$  suffisamment grand et en utilisant l'hypothèse sur les temps de retard,

$$\ln[Q(t)] \approx \ln(J_1) - \frac{t}{\theta_1}$$

En traçant  $\ln[Q(t)]$  en fonction de  $t$  (Fig. 7), l'ordonnée à l'origine et la pente de l'asymptote à la courbe nous permettent de déterminer  $J_1$  et  $\eta_1$ .

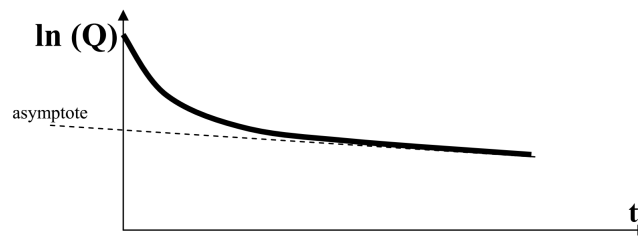


FIGURE 7 – Graphe de  $\ln[Q(t)]$  en fonction de  $t$

Si  $\ln[Q(t)]$  est une droite (cas dans notre étude), l'identification est terminée. Sinon il faut réitérer le processus et former

$$P(t) = Q(t) - J_1 e^{-\frac{t}{\theta_1}} \approx J_2 e^{-\frac{t}{\theta_2}}$$

et poursuivre le processus d'identification.

Dans la pratique, l'analyse d'Inokuchi convient pour des modèles généralisés à faible nombre de branches et dont les temps de retard sont nettement différenciés. Elle exige également des essais de longues durées.

### 3.3.2 Identification des paramètres de Prony

Elle est basée sur l'équivalence entre les modèles de Kelvin-Voigt et Maxwell généralisés.

TABLE 2 – Équation différentielle du comportement des modèles généralisés de Kelvin-Voigt à une cellule et Maxwell à une branche

Modèle	Équation différentielle du comportement
	$\sigma + \frac{\eta_1}{E_o + E_1} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{E_o E_1}{E_o + E_1} \left( \epsilon + \frac{\eta_1}{E_1} \frac{d\epsilon}{dt} \right)$
	$\sigma + \frac{\eta_2}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} = E_\infty \left[ \epsilon + \eta_2 \left( \frac{1}{E_\infty} + \frac{1}{E_2} \right) \frac{d\epsilon}{dt} \right]$

En identifiant les coefficients des deux équations différentielles (Tab. 2), on obtient :

$$E_\infty = \frac{E_o E_1}{E_o + E_1}; E_2 = \frac{E_o^2}{E_o + E_1}; \eta_2 = \eta_1 \left( \frac{E_o}{E_o + E_1} \right)^2$$

La fonction de relaxation du matériau s'écrit alors :

$$\begin{aligned} R(t) &= E_\infty + E_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \\ &= (E_\infty + E_2) \left( \frac{E_\infty}{E_\infty + E_2} + \frac{E_2}{E_\infty + E_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \\ &= R_o (\alpha_\infty + \alpha_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}) \end{aligned}$$

avec  $R_o$ , le module de relaxation à  $t = 0$ ;  $\alpha_\infty$  et  $\alpha_2$ , les modules relatifs de Prony et  $\tau_2 = \frac{\eta_2}{E_2}$ , le temps de relaxation.

### 3.3.3 Calcul des facteurs d'amortissement

En calculant la transformée de Laplace Carson de  $R(t)$  et en posant  $p = i\omega$ , on exprime les modules réel et imaginaire du matériau. On en déduit alors  $tg(\delta) = \frac{E_2 \tau_2 \omega}{E_\infty + \tau_2^2 \omega^2 (E_\infty + E_2)}$ .

## 4 Résultats et discussions

La Figure 8 présente la courbe contrainte-déformation d'une éprouvette à orientée à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  pour les trois composites fabriqués. En observant la Fig. 8, on remarque que les valeurs de contrainte maximale à la rupture des composites ne sont pas assez élevées car, nos éprouvettes n'étant pas normalisées, les ruptures se produisent souvent dans la zone de contact avec les mors. La Figure 9 illustre la rupture d'une éprouvette orientée à  $0^\circ$  de  $[C_{10}]$ . En fait, dans cette étude, on s'intéresse principalement aux valeurs de module d'élasticité, et ces modules sont bien mesurés grâce à l'extensomètre. Les valeurs de module d'Young sont présentées dans le tableau 3. On peut constater que les trois matériaux composites fabriqués ont un module plus élevé que celui du matériau existant (Aluminium-70 000 MPa) dans la direction de fibres.

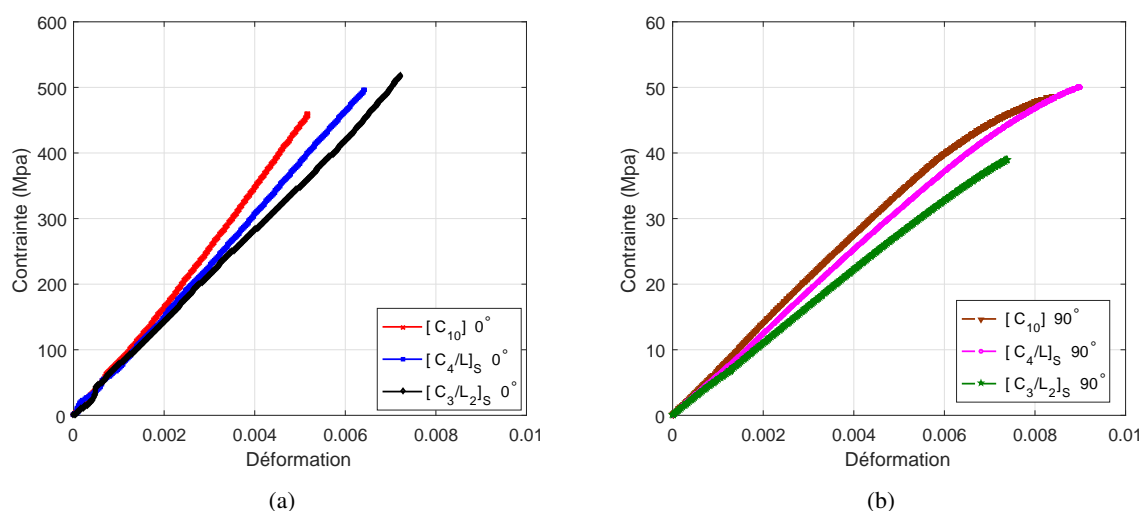


FIGURE 8 – Courbe contrainte-déformation : (a) Éprouvette orientée à  $0^\circ$ , (b) à  $90^\circ$

Les données expérimentales des essais de fluage en traction ont été utilisées pour l'identification des propriétés viscoélastiques. La Figure 10 présente la courbe expérimentale de fluage et celle identifiée

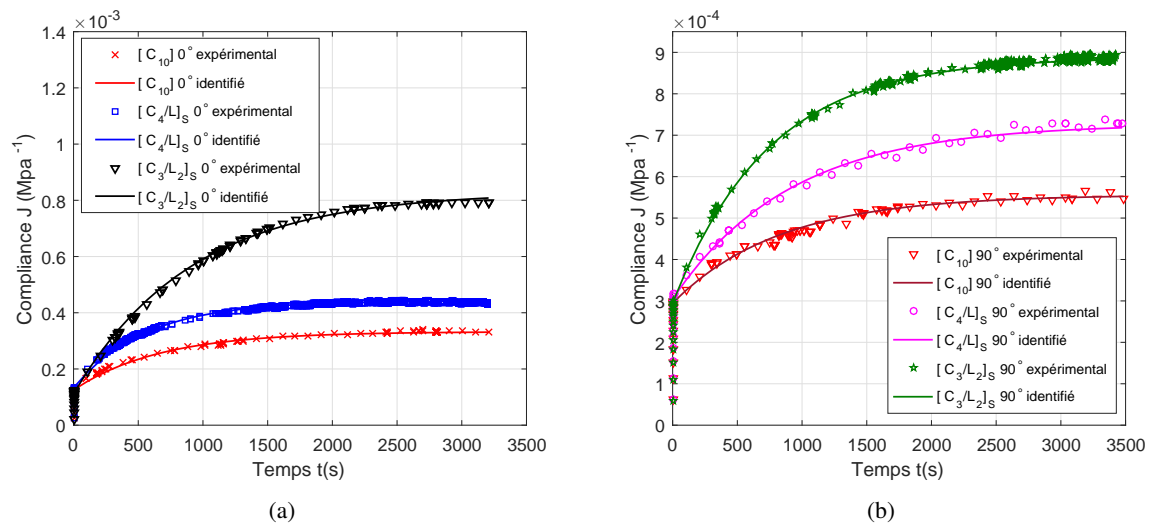
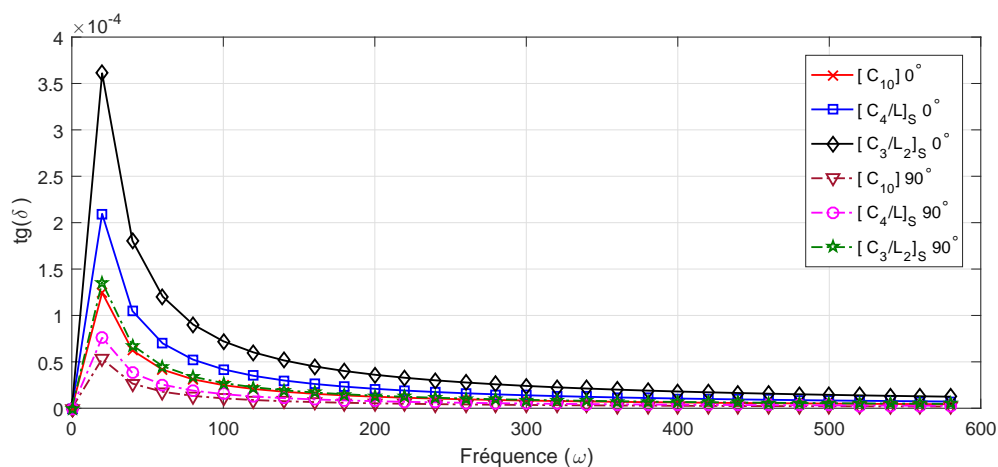
FIGURE 9 – Éprouvette orientée à 0° de  $[C_{10}]$  à rupture

FIGURE 10 – Fluage en traction : (a) Éprouvette orientée à 0°, (b) à 90°

FIGURE 11 – Facteur d'amortissement  $tg(\delta)$  des composites élaborés

par la méthode d'Inokuchi. Les valeurs calculées du coefficient de détermination  $R^2$  sont au moins égales à 0.95. Les valeurs des paramètres du modèle de Kelvin-Voigt, de Maxwell équivalent et de Prony sont récapitulées dans le tableau 4. On peut également observer il y a une différence entre le module d'Young instantané  $E_o$  obtenu par le test fluage (Tab. 4) et celui obtenu par le test de traction à rupture (Tab. 3). Le résultat obtenu par les essais de traction à rupture est plus fiable car la mesure de déformation a été effectuée par un extensomètre placé directement sur l'éprouvette. En revanche, pour le test de fluage, la déformation est mesurée par un capteur de déplacement qui peut-être prendre en compte aussi les glissements et déformations des mors ou de la machine. De plus, le module d'Young instantané  $E_o$  dépend du temps de mise en charge de l'éprouvette par la machine.



Les facteurs d'amortissement  $tg(\delta)$  des composites étudiés ont été calculés et comparés sur le Fig. 11. On peut constater que le composite hybride  $[C_3/L_2]_S$  avec quatre couches de lin est le plus amortissant. Le composite  $[C_{10}]$  avec toutes les couches en fibres de carbone est le moins amortissant. Plus on augmente le nombre de couches de lin, plus le composite devient amortissant. Par contre, il y aura une diminution du module du composite. On peut aussi observer que le composite est plus amortissant dans la direction de fibres que dans la direction transversale.

TABLE 3 – Module d'Young des différents matériaux élaborés

Stratifié	Module d'Young longitudinal	Module d'Young transversal
	$E_L$ (MPa)	$E_T$ (MPa)
$[C_{10}]$	85 223	6300
$[C_4/L]_S$	79 778	6210
$[C_3/L_2]_S$	70 776	5879

TABLE 4 – Valeurs identifiées des paramètres du modèle de Kelvin-Voigt, de Maxwell et de Prony

Stratifié	Kelvin-Voigt			Maxwell			Prony			
	$E_o$ MPa	$E_1$ MPa	$\eta_1$ MPa.s	$E_\infty$ MPa	$E_2$ MPa	$\eta_2$ MPa.s	$R_o$ MPa	$\alpha_\infty$ –	$\alpha_2$ –	$\tau_2$ s
$[C_{10}] 0^\circ$	8000	4817	3211633	3007	4993	1251130	8000	0.38	0.62	250
$[C_4/L]_S 0^\circ$	7519	3229	1794018	2259	5259	877942	7518	0.30	0.70	166
$[C_3/L_2]_S 0^\circ$	8930	1422	1236744	1226	7701	920224	8928	0.14	0.86	119
$[C_{10}] 90^\circ$	3390	3827	3189688	1798	1592	703616	3390	0.53	0.47	442
$[C_4/L]_S 90^\circ$	3278	2368	2153155	1375	1903	725797	3278	0.42	0.58	381
$[C_3/L_2]_S 90^\circ$	3389	1685	1248746	1225	2263	556991	3389	0.33	0.67	246

## 5 Conclusions

Ce travail propose l'étude d'un nouveau matériau composite pour la re-conception du support de pièce d'une machine-outil afin de réduire le broutement. Des supports de pièce en composite hybride carbone-lin ont été fabriqués. Le comportement viscoélastique des composites élaborés est bien identifié par la méthode d'Inokuchi. Les résultats sont concordants. L'efficacité de la méthode proposée est validée par les valeur du coefficient de détermination  $R^2$  qui est supérieur à 0.95. En outre, on a également proposé d'une méthode pour calculer les paramètres de séries de Prony à partir des équations différentielles de comportement des modèles de Kelvin-Voigt et de Maxwell généralisés.

En perspective, les paramètres identifiés de séries de Prony seront utilisés dans le logiciel ANSYS pour l'optimisation du porte-pièce. Enfin, des essais d'usinage avec le nouveau support de pièce en composite hybride seront réalisés pour la validation expérimentale de la réduction du broutement.

## 6 Remerciements

Ce travail est financé par l'Union Européenne et la région Auvergne-Rhône-Alpes par le programme CPER 2015-2020. L'Europe s'engage en Auvergne-Rhône-Alpes avec le fonds Européen de Développement Régional (FEDER).

## Références

- [1] M.D. Merrit, Theory of self-excited machine-tool chatter contribution to machine tool chatter research-1, ASME Journal of Engineering for Industry, (1965) 447-454.
- [2] Y. Liu, Z.Q. Liu, Q.H. Song, B. Wang, Analysis and implementation of chatter frequency dependent constrained layer damping tool holder for stability improvement in turning process, Journal of Materials Processing technology, 266 (2019) 687-695.
- [3] L. Arnaud, G. Dessein Application de la théorie des lobes de stabilité au fraisage de parois minces, 4th International conference on integrated design and manufacturing in mechanical, IDMME (2002).
- [4] M. Assarar, W. Zouari, H. Sabhi, R. Ayad, Jean-Marie Berthelot Evaluation of the damping of hybrid carbon-flax reinforced composites, Composite Structures, 132 (2015) 148-154.
- [5] M.D. Alvarez, W. Canet, F. Cuesta, M.Lamua, Viscoelastic characterization of solid foods from creep compliance data : application to potato tissues, Z Lebensm Unters Forsch A, 207 (1998) 356-362.
- [6] ANSYS, Mechanical APDL 19.2, Material Reference, 4.7. Viscoelasticity.