

# L'évaluation de l'endommagement des câbles par méthodes dynamiques

Abdou DIA<sup>a</sup>, Lamine Dieng<sup>b</sup>, Laurent Gaillet<sup>c</sup>

a. IFSTTAR/SMC, abdou.dia@ifsttar.fr

b. IFSTTAR/SMC, lamine.dieng@ifsttar.fr

c. IFSTTAR/SMC, laurent.gaillet@ifsttar.fr

## Résumé

*Pour cette étude, une première campagne d'essais est réalisée sur un monotoron à sept fils sans défaut. Les vibrations de ce câble, effectuées par impact au marteau instrumenté, par largage et par excentrique, sont enregistrées par des capteurs de types lasers qui donnent directement les déplacements transversaux. Après cette première phase, trois ruptures de fils sont introduites progressivement dans le câble. L'analyse modale dans le domaine fréquentiel a permis de déterminer les paramètres modaux (fréquences naturelles, déformées modales et coefficients d'amortissement) du câble. En comparant les paramètres modaux du câble sain et du câble avec un fil rompu, la détection et la localisation de la première rupture de fil sont effectuées. La détection et la localisation sont respectivement effectuées en utilisant le paramètre du pourcentage de changement en fréquences naturelles ( $C_i$ ) et le paramètre Modal Curvature Difference (MCD). En utilisant les fréquences naturelles (moins affectées par les erreurs expérimentales et plus simples à déterminer) des câbles avec deux et trois fils rompus, l'estimation du degré d'endommagement a été faite. Cette approche permet ainsi d'atteindre trois niveaux de caractérisation des défauts dans les câbles (détection, localisation et quantification) alors que seuls les deux premiers niveaux sont le plus souvent déterminés [5] en n'utilisant que les méthodes dynamiques.*

## Abstract

*For this work, tests have been performed on a safe seven-wire strand which is equipped with eight contactless laser sensors recording the transverse displacements. The excitations are made by hammer impacts, eccentric shaft and by step release, the principle of these excitation techniques are available on [7]. After this first phase, the same experiments are conducted on the same cable but with one broken wire, out of the seven. This will allow comparing data (dynamic parameters) from a safe and damaged cable. For a full damage characterization, the main aim is being able to detect, locate, quantify the damage severity and predict remaining service life time of the structure [16]. In [5], authors emphasize that vibration-based methods provide levels 1 and 2 (detection and location) of damage identification but not further; this is also noticed by [10]. In this paper, using modal analysis in the frequency domain applied to cable, detection and location of damage are made. Then a second and a third damage are introduced in the cable gradually in order to increase the damage severity. Based on the natural frequencies which are less affected by experimental errors and simple to determine, a parameter to estimate the damage severity is provided at the end. Consequently, that allows attaining the level 3 in damage characterization.*

## Mots clefs : Câbles, méthodes dynamiques, Courbures modales ( $MCD$ ), fréquences naturelles ( $C_i$ ), CND

### 1 Introduction

Les câbles constituent l'un des principaux éléments structuraux des ponts suspendus ou ponts à haubans. En service, ces câbles sont soumis à divers types de sollicitations, mécaniques, chimiques et thermiques. Ces sollicitations génèrent principalement deux types d'endommagement dans les câbles que sont la corrosion et le fretting-fatigue [4, 8]. Le fretting-fatigue peut être défini comme étant une combinaison de sollicitations de fatigue et le frottement en petits débattements entre fils constituant le câble [1]. Lorsque ces pathologies ne sont pas détectées assez tôt et corrigées, elles peuvent conduire à des dégâts considérables dans les ouvrages. Ceci démontre ainsi la nécessité de surveiller la santé structurale des ouvrages, les câbles en particulier, pour la sécurité de leurs usagers. De ce fait des méthodes de contrôle non destructives (CND) ont vu le jour pour essayer de remédier à ce problème. Parmi ces méthodes, il existe la méthode des courants de Foucault, la méthode des champs magnétiques, la radiographie, l'émission acoustique, les méthodes dynamiques, entre autres. Une revue de méthodes de CND est fournie par Dwivedi et al. [6]. Dans ce présent papier, les méthodes dynamiques sont utilisées pour évaluer l'état structural des câbles.

Ainsi des essais ont été effectués sur un monotoron T15,7 (monotoron à 7 fils) à l'état sain équipé de capteurs lasers pour l'enregistrement des déplacements transversaux. Les excitations du monotoron sont effectuées par marteau instrumenté, par excentrique et par largage ; le principe de ces types d'essais est donné dans [7]. Après cette première phase, les mêmes essais ont été réalisés sur le monotoron avec un fil coupé. Pour une caractérisation complète d'un défaut, quatre niveaux d'information sont identifiés : la détection, la localisation, la quantification du degré d'endommagement et l'estimation de la durée de vie résiduelle [16]. Dans [5], les auteurs soulignent que les méthodes dynamiques lorsqu'elles sont utilisées seules ne permettent que la détection et la localisation des défauts dans les structures, ceci est également noté par [10]. Dans ce papier, en utilisant l'analyse modale dans le domaine fréquentiel, la détection et la localisation d'un défaut dans le câble sont réalisées. Ensuite un deuxième et puis un troisième défaut sont introduits dans le câble afin d'augmenter la sévérité de l'endommagement. En se basant sur les fréquences naturelles qui sont moins affectées par les erreurs expérimentales et faciles à identifier, un paramètre de quantification du degré d'endommagement est fourni.

### 2 Essais expérimentaux

#### 2.1 Matériel

Comme souligné plus haut, un monotoron T15,7 (figure 1a) a été utilisé pour réaliser les essais. Les propriétés mécaniques de ce câble sont données au tableau 1. Le câble est ancré sur le banc à l'aide de

Module élastique (GPa)	Coefficient de poisson $\nu$	Limite d'élasticité $\sigma_y$ (MPa)	Contrainte à la rupture $R_p$ (MPa)	Contrainte ultime $R_m$ (MPa)	Section ( $\text{mm}^2$ )
200	0.3	1400	1770	1930	150

TABLE 1 – Caractéristiques mécaniques du monotoron T15,7

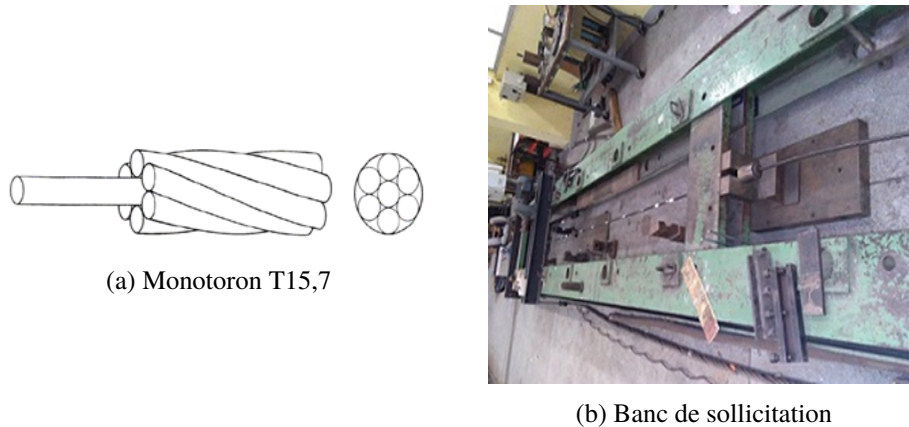


FIGURE 1 – Monotoron et banc de sollicitation

clavettes d’ancrage et est mis en tension avec un vérin hydraulique muni de peson pour enregistrer cette tension. Le banc est équipé d’un arbre à came (excentrique) qui permet d’appliquer une excitation de type harmonique au câble avec possibilité de varier les fréquences et/ou amplitudes d’excitation. Pour appliquer une force impulsionnelle au câble, un marteau instrumenté avec embout mou est utilisé. Ce marteau permet d’enregistrer la force appliquée. Les vibrations du câble (ses déplacements transversaux) sont enregistrées avec des capteurs de types lasers dont les gammes de mesures sont données dans le tableau 2. Les capteurs lasers sont connectés aux chaînes d’acquisition de données Quantum MX 1615B et 1601 et le logiciel CATMAN pour la visualisation des données. Une sonde température est aussi utilisée pour suivre l’évolution de la température dans la pièce d’essai.

Lasers	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
Gammes de mesures (mm)	20	50	300	300	50	20	20	20

TABLE 2 – Gammes de mesures des capteurs lasers utilisés lors des essais

## 2.2 Procédure d’essais

La procédure d’essais décrite est celle des essais où l’excitation est effectuée par marteau instrumenté, vu que seules ces données sont utilisées dans le cadre de cette étude.

L’objectif étant de caractériser les défauts dans un câble, les essais sont réalisés sur le monotoron à l’état sain et aux états endommagés. En effet une première, puis une deuxième et enfin une troisième rupture de fil ont été introduites dans le monotoron. Les positions de ces ruptures de fils sont précisées à la figure 2. Ainsi La procédure des essais peut se résumer en ces sept points :

1. La tension du câble : le monotoron est tendu à 30 % de sa limite de rupture, c’est-à-dire à une force  $F = R_p \times A \times 0.3 = 79.65 \text{ kN}$  ; où  $R_p$  et  $A$  sont donnés dans le tableau 1
2. Montage des lasers et systèmes d’acquisition. Pour s’assurer du bon fonctionnement de ces lasers, des essais préliminaires sont réalisés
3. Excitation du câble par marteau instrumenté. Chaque impact de marteau à côté d’un laser est répété 7 fois pour voir la reproductibilité des données. Les déplacements sont enregistrés pendant 45 secondes avec une fréquence d’échantillonnage de 300 Hz

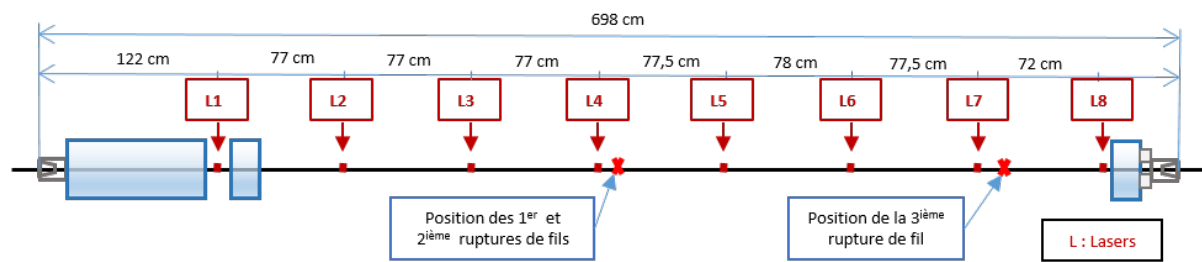


FIGURE 2 – Positionnement des lasers sur le monotoron T15,7

4. Première rupture de fil (la position est indiquée à la figure 2). Après cette première rupture, le câble n'est pas retendu à sa valeur de tension initiale
5. Répétition des étapes 2 et 3
6. Introduction de la deuxième rupture de fil à la même position que précédemment et répétition des mêmes essais
7. Introduction de la troisième rupture de fil près de l'ancrage et répétition des mêmes essais

### 3 Analyse des résultats

Les résultats présentés dans cette partie sont obtenus par l'analyse modale des données obtenues. L'analyse modale peut être définie comme étant la détermination des paramètres modaux (fréquences naturelles, coefficients d'amortissement et déformées modales) à partir d'essais expérimentaux ou d'analyse par éléments finis [9]. L'analyse modale a été effectuée dans le domaine fréquentiel et à partir des fonctions de transfert (rapport de la sortie sur l'entrée), plusieurs méthodes d'identification des paramètres modaux peuvent être utilisées. Les fonctions de transfert (ou réceptances pour des sorties en déplacements) sont définies comme suit :

$$FRFs_{ij} = \alpha_{ij} = \frac{X_i}{F_j}$$

où  $X_i$  est le déplacement au point  $i$  et  $F_j$  est la force appliquée au point  $j$ . Parmi les méthodes d'identification modale, il y a la méthode de peak-picking, le circle-fitting, la méthode global rational fraction polynomial (GRFP), etc. [15, 12, 5].

Donnant des résultats satisfaisants dans plusieurs cas d'étude avec une implémentation assez simple [12, 2], pour cette étude, la méthode du circle-fitting a été utilisée pour la détermination des paramètres modaux. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle prend beaucoup de temps si plusieurs FRFs sont à analyser. Ainsi pour l'estimation du degré d'endommagement (partie 3.2) basée que sur les fréquences naturelles, les pics de résonance des spectres des transformées de Fourier des déplacements sont utilisées. L'analyse des données a été faite sur Octave (clone open-source de Matlab) et sur Matlab.

#### 3.1 Détection et localisation de défaut

La détection et la localisation de défaut sont réalisées en comparant les paramètres modaux du câble sain et ceux du câble avec défaut. Disposant de la force d'entrée donnée par le marteau instrumenté et des déplacements donnés par les lasers, les FRFs sont calculées. A la figure 3, les diagrammes de Bode (amplitude et phase en fonction de la fréquence) des réceptances sont donnés. Sur cette figure 3, pour alléger le texte, seules sont données les FRFs  $\alpha_{11}$  données par l'impact (force) au niveau du laser L1 (laser n°1) et les déplacements enregistrés par ce même laser. Pour chaque état du câble (sain ou avec

défaut), les autres FRFs sont similaires à celles données par ces deux graphes. Une analyse de ces deux

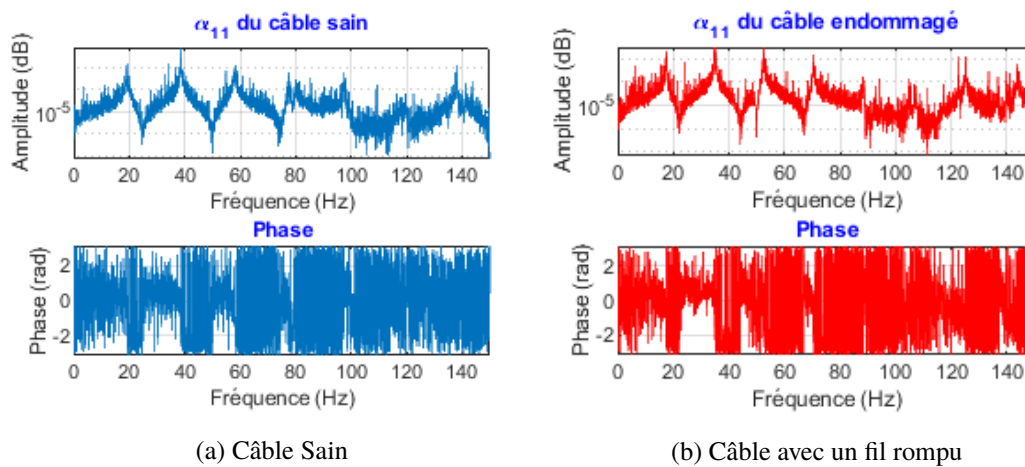


FIGURE 3 – FRFs  $\alpha_{11}$  des câbles (3a) sain et (3b) endommagé (avec un fil rompu)

graphes montre que, même si les changements de phases ne sont pas très nets (dû à leur sensibilité au niveau de bruit [9]), les quatre premières zones de résonances sont nettement distinguables. A partir de la cinquième résonance, le niveau de bruit devient plus important ne permettant pas une distinction claire des pics de résonance. A ce niveau de l'analyse, la seule différence notée pour ces deux figures est que les pics de résonances du câble endommagé ont des valeurs de fréquences plus faibles. Pour une analyse plus complète, la détermination des paramètres modaux doit ainsi être effectuée.

De ce fait les fréquences naturelles, les coefficients d'amortissement et les modes propres sont déterminés avec la méthode du circle-fitting. Pour cette étude, seules les fréquences naturelles et les modes propres sont analysés étant donné que ce sont les seuls paramètres utilisés pour détecter, localiser et estimer la sévérité de l'endommagement.

### 3.1.1 Détection

Pour chaque impact au marteau, les fréquences naturelles sont calculées et les valeurs moyennes avec les coefficients de variation (CV) sont donnés dans le tableau 3 avec la figure correspondante (figure 4). Le coefficient de variation correspond au rapport de l'écart-type sur la moyenne :

$$CV(\%) = 100 \times \frac{Ecart - type(f_n)}{Moyenne(f_n)}.$$

L'analyse de cette figure 4 montre que le câble a un comportement linéaire et que du fait du défaut, il y a baisse des valeurs des fréquences naturelles.

Comparées aux autres paramètres modaux, les fréquences naturelles peuvent être facilement identifiées. En effet elles peuvent être directement obtenues à partir des pics des spectres des FRFs ou des transformées de Fourier des déplacements donnés par un seul capteur et sont moins affectées par le bruit dans le signal [13]. Pour ces raisons elles sont utilisées pour détecter le défaut à travers le paramètre du pourcentage de changement des fréquences naturelles,  $C_i(\%)$  [17, 11] qui est donné par :

$$C_i(\%) = 100 \times \frac{f_n^s - f_n^d}{f_n^s} \quad (1)$$

Modes	Toron Sain		Toron avec 1 fil coupé		$C_i(\%)$
	$f_n^s(\text{Hz})$	$CV^s(\%)$	$f_n^d(\text{Hz})$	$CV^d(\%)$	
1	19.16	0.42	17.46	0.18	8.84
2	38.65	0.14	34.68	1.47	10.27
3	58.08	0.18	52.46	0.26	9.35
4	78.06	1.08	70.46	0.13	9.74
5	97.59	0.08	88.39	0.15	9.44

TABLE 3 – Fréquences naturelles des câbles sain et endommagé avec pourcentages de changement correspondants

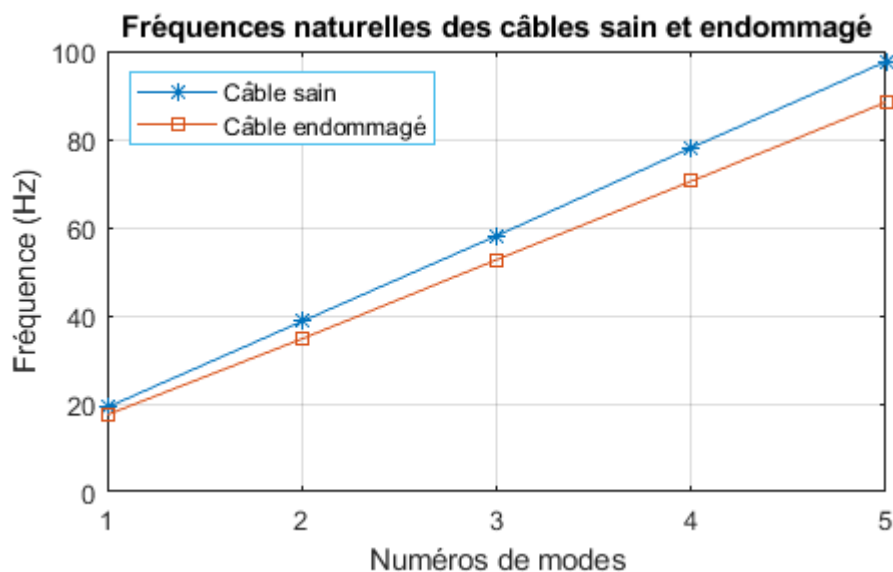


FIGURE 4 – Fréquences naturelles des câbles sain et endommagé (1 fil coupé)

où  $f_n^s$  et  $f_n^d$  sont respectivement les fréquences naturelles du câble sain et du câble avec défaut.

A partir du tableau 3, il est à noter que toutes les valeurs de  $C_i$  sont supérieures à 8 %. Pour un état donné du câble (sain ou endommagé), la variabilité des fréquences naturelles est très faible ( $CV < 1.5\%$ ). Ainsi il peut être conclu que ces valeurs de  $C_i$  supérieures à 8 % indiquent clairement un défaut dans le câble. Comme souligné plus haut, les fréquences naturelles peuvent être obtenues par un seul capteur ; ce qui fait qu'avec cette approche pour montrer qu'un défaut existe dans un câble, il n'y a pas besoin d'une "lourde instrumentation". Cependant pour aller plus loin dans la caractérisation des défauts, leur localisation serait une donnée intéressante. Pour ce faire, le paramètre Modal Curvature Differences ( $MCD$ ) [3] a été utilisé.

### 3.1.2 Localisation

Le paramètre  $MCD$  est basé sur les courbures modales qui sont obtenues à partir des déformées modales en utilisant l'approximation par différence centrée [14] :

$$\Phi_{q,i}'' = \frac{\phi_{q-1,i} - 2\phi_{q,i} + \phi_{q+1,i}}{h^2}$$

où  $q$  est un degré de liberté (ddl) donné,  $\phi_{q,i}$  est la valeur de la déformée modale au ddl  $q$  pour le mode  $i$  et  $h$  est la distance moyenne entre ddls (correspondants ici aux capteurs). Pour le calcul de  $\phi_{q,i}''$  aux premier et dernier ddl, respectivement le premier et le dernier terme du numérateur sont considérés nuls. Ceci peut ainsi introduire quelques imprécisions dans le calcul de  $(\phi_{q,i}'')$  pour ces deux valeurs aux extrémités.

Le paramètre  $MCD$  est ensuite calculé par la différence en valeur absolue de la courbure modale du câble à l'état sain et celle du câble endommagé :

$$MCD_{q,i} = \left| \left( \Phi_{q,i}^d \right)'' - \left( \Phi_{q,i}^s \right)'' \right|.$$

Les valeurs de  $MCD$  devraient ainsi être maximales à la position d'un défaut. Pour les excitations au marteau effectuées à côté du laser n°1 (L1 sur la figure 2), les valeurs de  $MCD$  obtenues pour les quatre premiers modes sont données à la figure 5. Avec cette figure 5, un pic indiquant la localisation

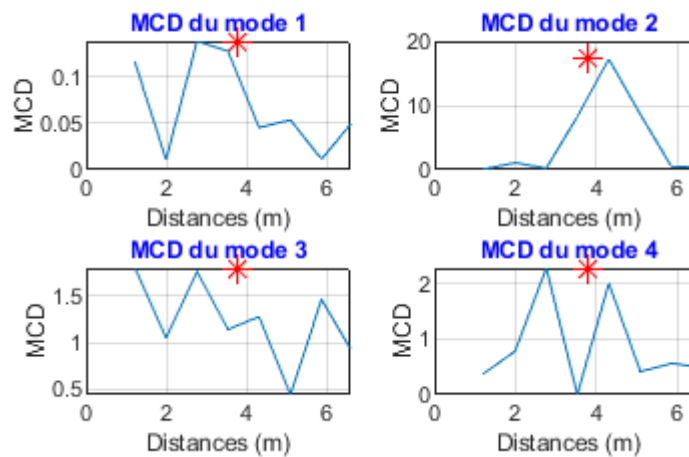


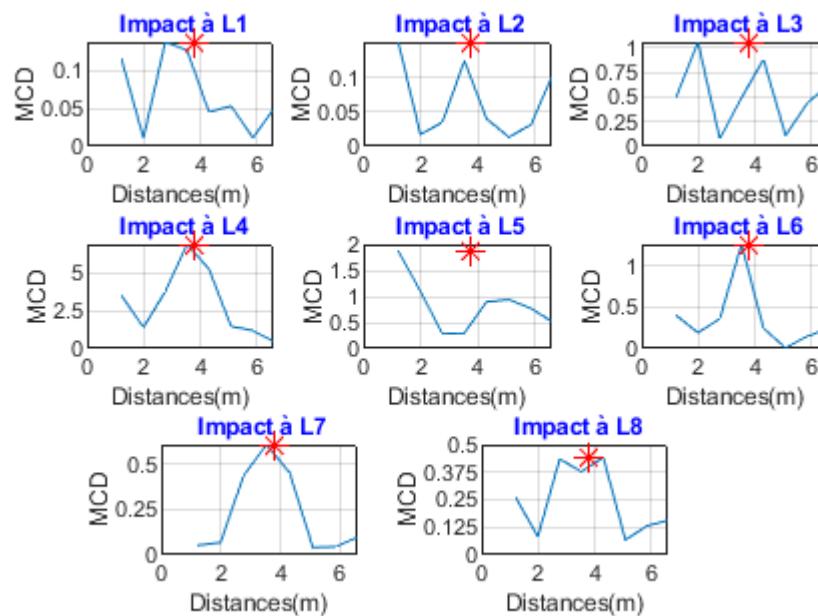
FIGURE 5 –  $MCD$  pour les 4 premiers modes pour les excitations à côté de L1

de défaut est noté à côté (1m et 0.55m respectivement pour les modes 1 et 2) de la position réelle du défaut matérialisé par l'astérisque. Un résultat similaire a été noté pour les excitations à côté des autres lasers. Ainsi en considérant les valeurs de  $MCD$  obtenues pour les impacts effectués à côté des autres lasers, sur la figure 6, seules sont données les valeurs calculées avec le mode 1. L'analyse de cette figure 6 montre que les valeurs du paramètre  $MCD$  données par les courbures modales du mode 1 constituent un bon moyen pour localiser le défaut dans les câbles. Les valeurs de  $MCD$  maximales au ddl 1 notées pour les impacts à côté des lasers n°2 et n°5 peuvent être expliquées par le fait que le calcul de  $\phi''$  aux extrémités est sujet à des imprécisions comme précisé précédemment.

### 3.2 Estimation du degré d'endommagement

En utilisant les facteurs  $C_i$  et  $MCD$ , la détection et la localisation d'un défaut d'un câble avec un seul fil rompu ont été effectuées. Pour mettre au point un paramètre permettant d'estimer le degré d'endommagement dans des câbles, un deuxième et un troisième défaut sont introduits dans le monotoron par rupture de fils ; les positions sont précisées à la figure 2. Étant donné que le facteur  $C_i$  ne dépend que des fréquences naturelles qui sont moins influencées par les erreurs expérimentales et sont facilement déterminables, un facteur estimant l'endommagement ne se basant que sur ce facteur serait d'un grand intérêt pour une évaluation rapide et efficace des structures (câbles).



FIGURE 6 – Les valeurs de  $MCD$  pour le mode 1

Ainsi en se basant sur les pics de résonance des spectres des transformées de Fourier des déplacements, les fréquences naturelles du câble avec respectivement deux et trois fils rompus sont calculées. Pour montrer la pertinence des résultats trouvés avec les pics de résonance des spectres des transformées de Fourier (TFs), les fréquences naturelles du câble sain sont recalculées et comparées avec celles trouvées avec les FRFs à travers le circle-fitting, le résultat est donné au tableau 4. L'analyse des valeurs montre une presque équivalence des deux méthodes *pour la détermination des fréquences naturelles* vu que la différence trouvée est très faible (inférieure à 0.2 %).

Ainsi les fréquences naturelles des câbles avec deux et trois défauts sont calculées et données au ta-

Numéros de modes	$f_n^s$ avec circle-fitting	$f_n^s$ avec TFs	Différence (%)
1	19.16	19.19	0.16
2	38.65	38.64	0.037
3	58.08	58.14	0.10
4	78.06	77.95	0.14
5	97.59	97.48	0.12

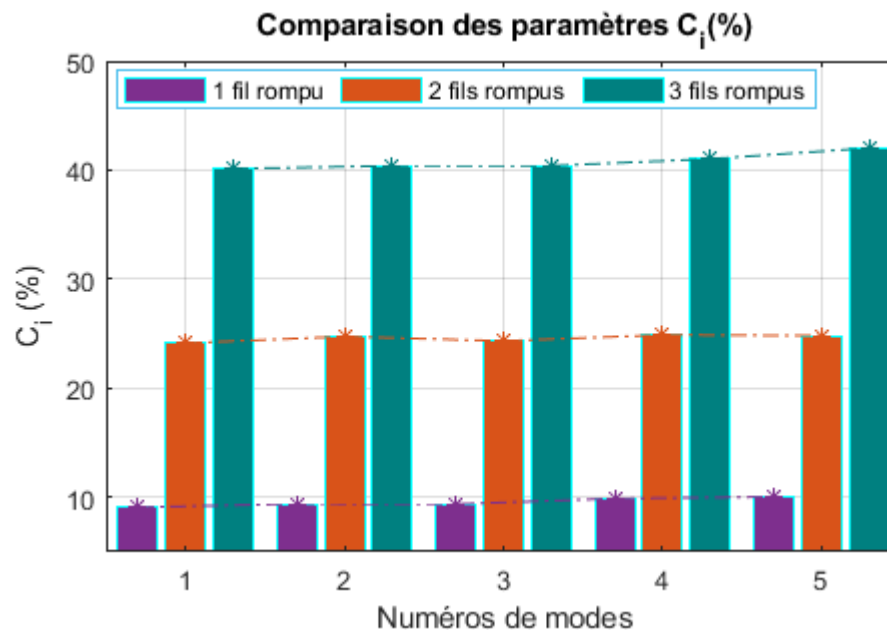
TABLE 4 – Fréquences naturelles du câble sain obtenues avec les TFs et circle-fitting

bleau 5. En augmentant le nombre de fils rompus, une baisse des fréquences naturelles est notée et une augmentation des valeurs du coefficient  $C_i$ . La comparaison des valeurs de  $C_i$  pour les trois niveaux d'endommagement est faite à la figure 7. Sur cette figure 7 les valeurs de  $C_i$  pour un état donné (un niveau d'endommagement) sont quasi constantes quel que soit le mode considéré. Il a été noté que les données obtenues avec le mode 1 permettaient de mieux localiser l'endommagement. Ainsi pour estimer le degré d'endommagement, les valeurs de  $C_i$  obtenues pour le mode 1 vont être utilisées de telle sorte que détection, localisation et estimation de la sévérité pourront être faites à partir des paramètres modaux du mode 1. Les valeurs du paramètre  $C_i$  (pour le mode 1) pour les trois niveaux d'endommagement sont respectivement 9.08 %, 24.14 % et 40.13 %. Pour comparaison les valeurs moyennes de  $C_i$



Numéros de modes	Câble avec 2 fils rompus			Câble avec 3 fils coupés		
	$f_n^{d2}$ (Hz)	$CV^{d2}$ (%)	$C_i^{d2}$ (%)	$f_n^{d3}$ (Hz)	$CV^{d3}$ (%)	$C_i^{d3}$ (%)
1	14.56	0.18	24.14	11.49	0.16	40.13
2	29.08	4.03	24.74	23.03	0.12	40.39
3	43.99	0.16	24.34	34.65	0.26	40.40
4	58.55	2.38	24.89	45.96	3.69	41.03
5	73.28	2.78	24.82	56.51	6.44	42.03

TABLE 5 – Fréquences naturelles des câbles avec 2 et 3 fils rompus

FIGURE 7 – Comparaison des  $C_i$  pour les trois niveaux d'endommagement

sur les cinq premiers modes sont respectivement 9.56 %, 24.59 % et 40.8 %.

La sévérité de l'endommagement peut être directement estimée par le pourcentage de nombre de fils rompus comme :

$$DS(\%) = 100 \times \frac{\text{Nombre de fils rompus}}{\text{Nombre total de fils}}$$

Les valeurs de  $DS(\%)$  sont alors 14.29 %, 28.57 % et 42.86 % respectivement pour 1, 2 et 3 fils rompus. Pour établir une relation entre la sévérité de l'endommagement et le changement en fréquences naturelles, à la figure 8, le paramètre  $DS(\%)$  est tracé en fonction de  $C_i(\%)$ . Une relation linéaire est notée, pour ces trois niveaux d'endommagement, entre les paramètres  $DS$  et  $C_i$  :  $DS(\%) = 0.92C_i + 6.1$ . Cette relation donne de ce fait un moyen simple et rapide d'estimation de la sévérité de l'endommagement dans des câbles. Cette relation définit également un seuil de 6.1 % de changement en fréquences naturelles pour pouvoir estimer correctement la sévérité de l'endommagement.

## 4 Conclusion

En utilisant l'impact au marteau instrumenté, la détection, la localisation et l'estimation du degré d'endommagement sont réalisées sur un monotoron T15,7 en se basant sur la variation des paramètres modaux que sont les fréquences naturelles et les déformées modales. L'étude a montré que le pourcentage

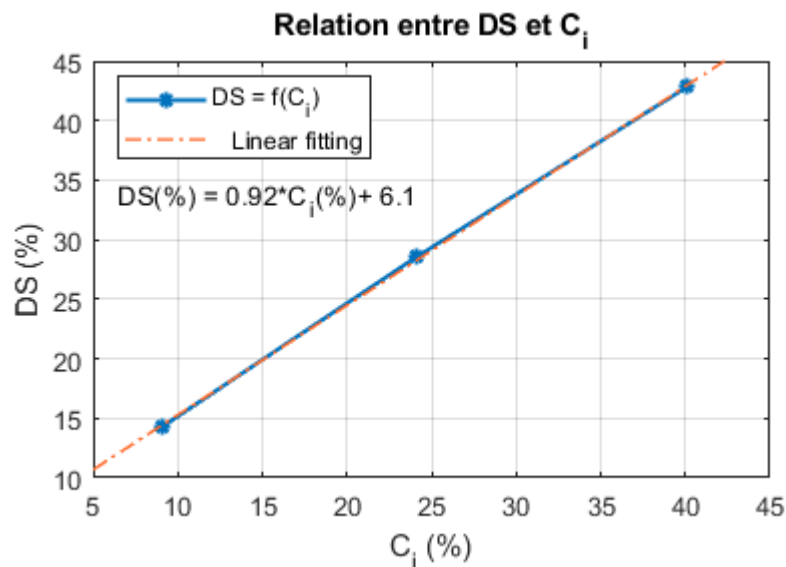


FIGURE 8 – Estimation du degré d’endommagement avec le paramètre  $C_i$

de changement en fréquences naturelles,  $C_i$ , constitue un moyen efficace pour détecter un défaut dans le câble et pour estimer son degré d’endommagement. Ainsi un seul capteur placé sur un câble peut permettre de calculer les fréquences naturelles et d’évaluer ainsi la santé structurale de ce câble. Après avoir jugé de l’état d’avancement de l’endommagement, une étape supplémentaire peut être effectuée en instrumentant plusieurs capteurs afin de localiser le défaut par le paramètre  $MCD$  utilisant la variation des courbures modales du premier mode de vibration.

Pour valider cette approche de *caractérisation de défauts dans un câble*, d’autres configurations sont à tester. Premièrement, la localisation de défaut par le paramètre  $MCD$  est à tester lorsqu’une rupture de fil a lieu près des ancrages. Deuxièmement, le calcul du degré d’endommagement avec le paramètre  $DS$  est à valider lorsque plusieurs ruptures sont effectuées dans le câble.

## Remerciements

Les auteurs remercient les techniciens, Jean F. David et Richard Michel, pour leur contribution à la réalisation des différents essais.

## Références

- [1] P BREVET. « Pathologie des haubans et câbles : fatigue-Corrosion ». In : *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* (2005).
- [2] James Mark William BROWNJOHN et al. « Experimental modal analysis of British rock lighthouses ». In : *Marine Structures* 62 (nov. 2018), p. 1–22. ISSN : 0951-8339. DOI : 10.1016/J.MARSTRUC.2018.07.001.
- [3] V.B. DAWARI et G.R. VESMAWALA. « Modal Curvature and Modal Flexibility Methods for Honeycomb Damage Identification in Reinforced Concrete Beams ». In : *Procedia Engineering* 51 (jan. 2013), p. 119–124. ISSN : 1877-7058. DOI : 10.1016/J.PROENG.2013.01.018.

- [4] Lamine DIENG et al. « Mécanismes de dégradation et moyens de protection des câbles du génie civil : Exemple des câbles de haubanage ». In : *Mechanics & Industry* 10.1 (2009), p. 33–42. DOI : 10.1051/meca/2009030.
- [5] Scott W DOEBLING, Charles R FARRAR et Michael B PRIME. « A summary review of vibration-based damage identification methods ». In : *Shock and Vibration Digest* 30.2 (1998), p. 91–105. ISSN : 05831024. DOI : 10.1177/058310249803000201.
- [6] Sandeep Kumar DWIVEDI, Manish VISHWAKARMA et Prof. Akhilesh SONI. « Advances and Researches on Non Destructive Testing : A Review ». In : *Materials Today : Proceedings*. T. 5. 2. 2018, p. 3690–3698. DOI : 10.1016/j.matpr.2017.11.620.
- [7] David John EWINS. *Modal testing : theory, practice, and application*. Sous la dir. de Research Studies Press. 2<sup>e</sup> éd. Research Studies Press, 2000, p. 562. ISBN : 9780863802188.
- [8] Laurent GAILLET. *Les câbles dans le génie civil : De l'importance de comprendre et connaître leurs états de dégradation, de les protéger*. Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées. IFSTTAR, 2013, 97p. DOI : 10.3829/erlpc.oa72-fr.
- [9] Jimin HE et al. « Modal analysis methods – frequency domain ». In : *Modal Analysis* (jan. 2001), p. 159–179. DOI : 10.1016/B978-075065079-3/50008-5.
- [10] Thi Thu Ha LE PETIT. « Contribution à la détection, à la localisation d'endommagements par des méthodes d'analyse dynamique des modifications structurales d'une poutre avec tension : application au suivi des câbles du génie civil ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2014.
- [11] Young Shin LEE et Myung Jee CHUNG. « Study on crack detection using eigenfrequency test data ». In : *Computers and Structures* 77.3 (2000), p. 327–342. ISSN : 00457949. DOI : 10.1016/S0045-7949(99)00194-7.
- [12] Nuno Manuel Mendes MAIA. « Extraction of valid modal properties from measured data in structural vibrations ». thesis. Imperial College, 1988, p. 386.
- [13] Antonino MORASSI. « Damage detection and generalized Fourier coefficients ». In : *Journal of Sound and Vibration* 302.1-2 (2007), p. 229–259. ISSN : 10958568. DOI : 10.1016/j.jsv.2006.11.015.
- [14] A K PANDEY, M BISWAS et M M SAMMAN. « Damage detection from changes in curvature mode shapes ». In : *Journal of Sound and Vibration* 145.2 (1991), p. 321–332. ISSN : 10958568. DOI : 10.1016/0022-460X(91)90595-B.
- [15] Mark H RICHARDSON et David L FORMENTI. « Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements using the Rational Fraction Polynomial Method ». In : *IMAC*. Orlando, FL, USA : Union Coll, Schenectady, NY, USA, 1985, p. 390–397.
- [16] Anders RYTTER. « Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures ». Thèse de doct. Dept. of Building Technology et Structural Engineering, Aalborg University, 1993.
- [17] J-J. SINOÛ et A.W. LEES. « The influence of cracks in rotating shafts ». In : *Journal of Sound and Vibration* 285.4-5 (août 2005), p. 1015–1037. DOI : 10.1016/J.JSV.2004.09.008.