

Méthode de Lattice Boltzmann couplée avec la pénalisation volumique pour la simulation de problèmes d'interaction fluide structure

E. LIBERGE^a, C. BEGHEIN^b

LaSIE, La Rochelle Université, Avenue Michel Crépeau, 17000 La Rochelle,

a. erwan.liberge@univ-lr.fr

b. claudine.beghein@univ-lr.fr

Résumé :

La méthode de lattice Boltzmann est combinée avec la méthode de pénalisation volumique pour résoudre des problèmes d'interaction fluide structure autour de solides rigides. Cette méthode consiste à considérer le solide comme un milieu poreux en introduisant un terme de forçage dans l'équation de lattice Boltzmann. Cette méthode est appliquée à trois cas : écoulement autour d'un cylindre fixe, écoulement autour d'un cylindre en oscillations forcées dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, cylindre mis en oscillation par un écoulement transverse. Pour l'ensemble de ces cas, un bon accord avec les résultats de la littérature est constaté.

Abstract :

The lattice Boltzmann method is combined with the volume penalization approach to compute fluid structure interaction involving rigid bodies. The method consists in adding a force term in the LBM formulation, and thus considers the rigid body as a particular porous media. Three cases are considered : flow past a fixed cylinder, fluid flow around a cylinder undergoing forced oscillations, VIV of a cylinder in a transverse fluid flow. For all cases the Volume Penalization Lattice Boltzmann Method (VP-LBM) yields results which are in a good agreement with those of literature.

Mots clefs : méthode de lattice Boltzmann, pénalisation volumique, interaction fluide structure.

Introduction

L'interaction fluide structure (IFS) regroupe l'ensemble des phénomènes physiques dans lesquels, typiquement, sous l'effet d'un écoulement une structure se déforme ou se déplace, ceci ayant pour conséquence de modifier à son tour le comportement du fluide. La complexité de la physique engendrée se retrouve dans les méthodes numériques utilisées. Les méthodes classiques de résolution de ces problèmes (éléments finis ou volume finis, formulation monolithique ou non) ont un inconvénient majeur

qui est le temps de calcul. En effet, le couplage des deux physiques (celle du fluide et celle de la structure) impacte sur le maillage à utiliser ainsi que sur le pas de temps de résolution. Cependant, ce temps de calcul est fortement lié aux méthodes de résolution choisies.

La méthode de Lattice Boltzmann (LBM) consiste à utiliser une approche mésoscopique pour modéliser des équations ayant un sens au niveau macroscopique (vitesse, pression, ...) [1], [2], [3]. Elle a connu un regain de popularité en mécanique des fluides numérique avec l'essor du calcul sur carte graphique (GPU) [4], [5], puisque en effet, elle possède la particularité d'être facilement parallélisable sur GPU et de baisser fortement les temps de calcul par rapport à des méthodes éléments finis ou volumes finis. La contrainte principale étant l'utilisation d'une grille de discrétisation fixe, son utilisation pour l'IFS a principalement été associée avec des méthodes bounce back [6], [7], [8], de frontières immergées (Immersed Boundary Method, (IBM)) [9], [10], [11], [12]. Cependant, bien que l'utilisation de telles méthodes permette une plus grande souplesse dans la modélisation de la structure, son implémentation sur carte graphique peut grandement impacter les performances de la LBM en terme de temps de calcul.

Nous proposons de coupler la LBM avec la méthode de pénalisation volumique afin de prendre en compte des structures rigides, mobiles ou non. La méthode de pénalisation volumique consiste à rajouter un terme source dans les équations de Navier-Stokes et à considérer que le milieu solide se comporte comme un milieu poreux ayant une perméabilité très faible [13]. Contrairement aux méthodes de frontières immergées, cette méthode est moins coûteuse en temps de calcul, la localisation du domaine solide se faisant via une fonction caractéristique. Cette méthode est facilement transposable à la LBM sur GPU, et ne détériore pas le temps de calcul.

Différents cas tests sont présentés pour illustrer la méthode. Le premier cas test est celui de l'écoulement autour d'un cylindre fixe à Reynolds 500, et une comparaison des coefficients de trainée et de portance est effectuée. Le deuxième cas est celui d'un écoulement autour d'un cylindre en oscillations forcées dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, et le troisième cas concerne un cylindre mis en oscillation par un écoulement transverse. Dans le paragraphe suivant, nous présentons les modèles mathématiques et numériques employés. Nous exposons ensuite les résultats obtenus pour les trois cas tests, puis nous terminons par des conclusions.

Formulations mathématiques

Pénalisation volumique

Soit un domaine fluide Ω_f , un domaine solide Ω_s , Γ l'interface entre le fluide et le solide, et soit : $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s \cup \Gamma$. La méthode de la pénalisation volumique, qui a été introduite par Angot et al.[13], consiste à étendre les équations de Navier-Stokes sur l'ensemble du domaine Ω , et à considérer le domaine solide comme un milieu poreux avec une perméabilité très faible. Avec cette méthode, les équations de Navier-Stokes s'écrivent de la façon suivante :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

où ρ and μ sont la densité et viscosité dynamique du fluide, p et \mathbf{u} sont la pression et la vitesse. \mathbf{F} est le terme de pénalisation de pénalisation volumique :

$$\mathbf{F} = -\rho \frac{\chi}{\eta} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \quad (2)$$

Dans cette équation, χ est une fonction masque égale à 0 dans le domaine fluide Ω_f , et à 1 dans le domaine solide Ω_s , η est une perméabilité ou un paramètre de pénalisation très petit (de l'ordre de 10^{-6} dans nos calculs), et \mathbf{u}_s est la vitesse du solide. Avec cette méthode, le terme de pénalisation est très élevé dans le domaine Ω_s , et il est nul dans le domaine Ω_f . Ainsi la vitesse du solide dans le domaine Ω_s est imposée de façon naturelle.

Méthode de Lattice Boltzmann

L'équation de transport de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla_x f = C(f) \quad (3)$$

permet de calculer la fonction de distribution $f(\mathbf{x}, t, \mathbf{c})$ qu'une particule se trouve à un instant t , à une position \mathbf{x} , avec une vitesse \mathbf{c} . Dans cette équation, $C(f)$ est un opérateur de collision. La méthode de Lattice Boltzmann consiste à résoudre l'équation de Boltzmann discrétisée :

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t) = C_\alpha(f) + \Delta t F_\alpha \quad (4)$$

où $f_\alpha(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t, \mathbf{c}_\alpha)$, Δt est le pas de temps, \mathbf{c}_α est la vitesse discrète suivant la direction α , et F_α est un terme de force suivant la direction α . Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à des écoulements bidimensionnels. Pour de tels écoulements, un réseau $D2Q9$ à 9 vitesses discrètes, représenté sur la figure 1, est le plus couramment utilisé.

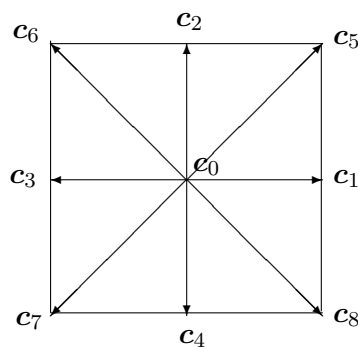


FIGURE 1 – Vitesses discrètes du réseau $D2Q9$

Pour ce modèle, les coordonnées des vitesses discrètes sont :

$$\mathbf{c}_\alpha = \begin{cases} (0, 0), & \alpha = 0 \\ (\cos[(\alpha - 1)\pi/2], \sin[(\alpha - 1)\pi/2])c, & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ (\cos[(2\alpha - 9)\pi/4], \sin[(2\alpha - 9)\pi/4])\sqrt{2}c, & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

où $c = \Delta x / \Delta t$, et Δx est le pas de discrétisation (Dans ce travail, nous choisissons : $\Delta x = \Delta t = 1$).

Modèle BGK

Le modèle de collision le plus simple est le modèle BGK proposé par Bhatnagar et al. [14], avec lequel toutes les fonctions de distribution tendent vers l'équilibre en un même temps de relaxation :

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau}(f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)) + \Delta t F_\alpha \quad (6)$$

Dans cette équation, τ est le temps de relaxation adimensionnel, qui est lié à la viscosité cinématique du fluide selon :

$$\nu = c_s^2 \Delta t \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

avec c_s la vitesse du son ($c_s = c/\sqrt{3}$ pour le modèle $D2Q9$). De plus, $f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)$ qui est la fonction d'équilibre correspondant à la fonction $f_\alpha(\mathbf{x}, t)$, vaut pour le modèle $D2Q9$:

$$f_\alpha^{eq} = \omega_\alpha \rho \left(1 + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_\alpha}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_\alpha)^2}{2 c_s^4} - \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})^2}{2 c_s^2} \right) \quad (8)$$

où les fonctions poids ω_α relatives au modèle $D2Q9$ sont :

$$w_\alpha = \begin{cases} 4/9, & \alpha = 0 \\ 1/9, & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36, & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (9)$$

Dans l'équation de lattice Boltzmann, le terme de forçage F_α qui correspond à la force volumique \mathbf{F} dans les équations de Navier-Stokes, est modélisé selon la formulation de Guo et al.[15] :

$$F_\alpha = \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) w_\alpha \left[\frac{\mathbf{c}_\alpha - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c_s^4} \mathbf{c}_\alpha \right] \cdot \mathbf{F} \quad (10)$$

où les variables macroscopiques sont calculées comme suit :

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (11)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_\alpha \mathbf{c}_\alpha f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{F} \quad (12)$$

Modèle MRT

Ce modèle, qui a été développé par d'Humières [16], est plus stable que le modèle BGK. Avec ce modèle, la collision est effectuée dans l'espace des moments, qui tendent vers l'équilibre avec des temps de relaxation différents. Une matrice de passage M permet d'exprimer les moments $m_\alpha(\mathbf{x}, t)$ en fonction des fonctions de distribution. L'équation de Lattice Boltzmann, avec un terme de force [17], devient :

$$\begin{aligned} |f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t)\rangle - |f_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = \\ - M^{-1} [S(|m_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle - |m_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)\rangle) - (I - S/2)M\Delta t |F_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle] \end{aligned} \quad (13)$$

Dans cette équation, $|\bullet\rangle$ est un vecteur colonne et I est la matrice identité. On déduit les moments $|m_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = (m_0, m_1, \dots, m_8)^T$ avec :

$$|m_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = M|f_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle \Rightarrow |f_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = M^{-1}|m_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle \quad (14)$$

Les moments à l'équilibre s'expriment de la façon suivante :

$$|m_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)\rangle = \rho(1, -2 + 3(u_x^2 + u_y^2), 1 - 3(u_x^2 + u_y^2), u_x, -u_x, u_y, -u_y, u_x^2 - u_y^2, u_x u_y)^T \quad (15)$$

où u_x et u_y sont les composantes suivant les directions x et y du vecteur vitesse \mathbf{u} . La matrice de passage M vaut :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

S est une matrice diagonale qui contient les taux de relaxation de chaque moment :

$$S = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (17)$$

Le dernier terme dans l'équation (13) représente le terme de forçage développé par Lu et al. [17] pour le schéma MRT. Cette formulation est une généralisation du terme de forçage proposé par Guo et al. [15] pour le schéma BGK. Avec cette méthode, l'expression de F_α est :

$$F_\alpha = w_\alpha \left(\frac{\mathbf{c}_\alpha - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c_s^4} \mathbf{c}_\alpha \right) \cdot \mathbf{F} \quad (18)$$

Quand tous les taux de relaxation sont égaux à $\frac{1}{\tau}$, l'équation de lattice Boltzmann relative au modèle MRT est la même que celle relative au modèle SRT, avec le terme de forçage développé par Guo et al. [15].

Adaptation de la méthode de lattice Boltzmann

Avec les modèles BGK et MRT, la vitesse du fluide se calcule avec l'équation (12), où \mathbf{F} est la force de pénalisation volumique. Ceci entraîne :

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha} \mathbf{c}_\alpha f_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{2} \rho \frac{\chi}{\eta} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \quad (19)$$

Afin d'éviter des instabilités, on met cette équation sous la forme :

$$\rho \left(1 + \frac{\Delta t \chi}{2 \eta} \right) \mathbf{u} = \sum_{\alpha} \mathbf{c}_{\alpha} f_{\alpha} + \frac{\Delta t}{2} \rho \frac{\chi}{\eta} \mathbf{u}_s \quad (20)$$

On obtient ainsi :

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_{\alpha} \mathbf{c}_{\alpha} f_{\alpha} + \frac{\Delta t}{2} \rho \frac{\chi}{\eta} \mathbf{u}_s}{\rho \left(1 + \frac{\Delta t \chi}{2 \eta} \right)} \quad (21)$$

Dans le domaine fluide où $\chi = 0$, l'équation classique de la LBM sans terme de forçage est résolue, alors que dans le domaine solide où $\chi = 1$, la vitesse tend vers \mathbf{u}_s .

Résultats numériques

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont été obtenus avec le modèle MRT, avec la matrice diagonale contenant les taux de relaxation suivante :

$$S = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) = \text{diag}\left(\frac{1}{\tau}, 1.1, 1.25, \frac{1}{\tau}, 1.8, \frac{1}{\tau}, 1.8, \frac{1}{\tau}, \frac{1}{\tau}\right) \quad (22)$$

Les calculs ont été effectués sur une carte graphique NVIDIA QUADRO P500 GPU, avec une implémentation CUDA. Dans ce paragraphe, l.u. correspond aux unités de longueur lattice, et t.s. correspond aux unités de temps lattice.

Cylindre fixe

Pour valider la méthode, nous nous sommes tout d'abord intéressés au cas d'un écoulement autour d'un cylindre immobile, à un nombre de Reynolds $Re = \frac{U_0 D}{\nu}$ égal à 500, où U_0 est la vitesse du fluide en amont, et D est le diamètre du cylindre. Le domaine de calcul est représenté sur la figure 2. Pour ce cas, des conditions aux limites de symétrie ($\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$) sont imposées sur les plans horizontaux, un profil de vitesse constant est appliqué à l'injection (avec le half way bounce back dans les calculs LBM), et une condition aux limites convective (dont l'implémentation en LBM a été décrite par Yang [18]) a été appliquée à la reprise. La dimension du domaine suivant la direction horizontale est égale à $30D$, avec une distance de $25D$ entre le cylindre et la reprise, et celle suivant la direction verticale vaut $10D$. Pour

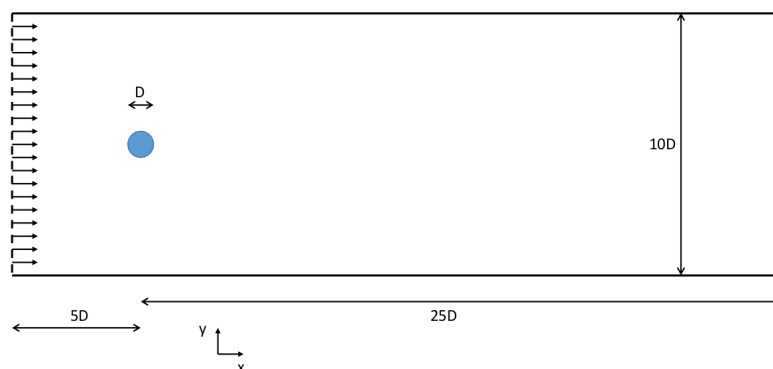


FIGURE 2 – Domaine de calcul relatif à l'écoulement autour du cylindre fixe.

cette étude, les paramètres du calcul LBM (en unités lattice) valent :

$$\tau = 0.56 \quad U_0 = 0.05 \text{ l.u./t.s.} \quad L_1 + L_2 = 6048 \text{ l.u.} \quad H = 2016 \text{ l.u.} \quad D = 201 \text{ l.u.} \quad (23)$$

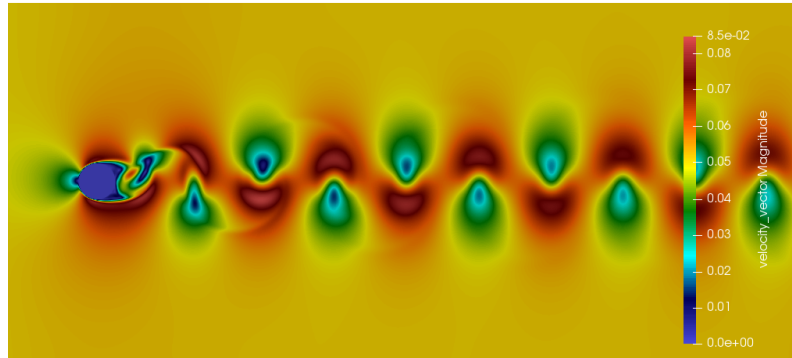


FIGURE 3 – Champ instantané du module du vecteur vitesse ($Re = 500$).

Sur la figure 3 qui représente le champ instantané du module du vecteur vitesse autour du cylindre, on peut remarquer le phénomène de détachement tourbillonnaire qui a lieu derrière le cylindre. Avec la méthode d'échange de quantité de mouvement proposée par Wen et al [19] pour déterminer la force exercée par le fluide sur un obstacle avec la LBM, nous avons calculé la force de portance F_L et la force de traînée F_D exercée par le fluide sur le cylindre, et nous en avons déduit les coefficients de portance et de traînée :

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 D} \quad C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 D} \quad (24)$$

ainsi que le nombre de Strouhal :

$$St = \frac{\omega D}{U_0} \quad (25)$$

où ω est la fréquence de détachement des tourbillons. La valeur moyenne de C_D , la valeur moyenne

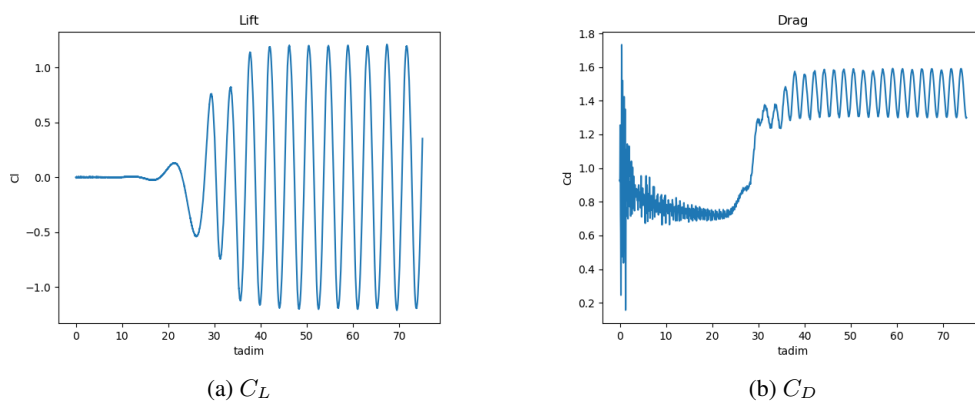


FIGURE 4 – Coefficients de portance et de traînée, obtenus avec la méthode VP-LBM, pour un écoulement autour d'un cylindre fixe, à un nombre de Reynolds de 500.

quadratique de C_L , et le nombre de Strouhal calculés avec la méthode VP-LBM, sont comparés avec

des résultats expérimentaux ([21], [22]), et des résultats numériques obtenus avec un code de volumes finis (OpenFOAM [20]) dans le tableau 1. Un accord satisfaisant peut être noté.

	VP-LBM	OpenFOAM	Expérimentations
C_{Dave}	1.45	1.43	1.45 [22]
C_{Lrms}	0.84	0.82	
St	0.22	0.22	0.21 [21]

TABLE 1 – Résultats obtenus pour un écoulement autour d'un cylindre fixe, et pour un nombre de Reynolds de 500

Cylindre soumis à des oscillations forcées

Pour ce cas, le nombre de Reynolds de l'écoulement $Re = \frac{U_0 D}{\nu}$ est égal à 100, où U_0 est la vitesse du fluide en amont, et D est le diamètre du cylindre. Les conditions aux limites sont les mêmes que dans le paragraphe précédent (figure 5).

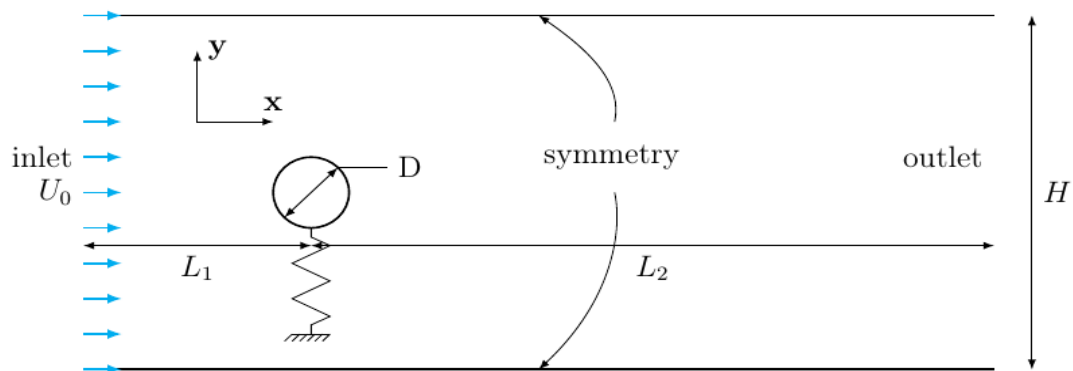


FIGURE 5 – Domaine de calcul relatif à l'écoulement autour du cylindre mobile.

Pour effectuer la simulation, nous avons tout d'abord calculé l'écoulement autour du cylindre fixe, puis dans cet écoulement considéré ensuite comme l'état initial, nous avons calculé l'écoulement autour du cylindre dont le mouvement était imposé selon l'expression :

$$y_G(t) = A + B \cos(\omega t) = \left(y_G(0) - \frac{D}{4} \right) + \frac{D}{4} \cos(\omega t) \quad (26)$$

où y_G est la coordonnée suivant la direction y du centre de gravité du cylindre. Les résultats que nous avons obtenus avec la méthode VP-LBM ont été comparés à ceux obtenus avec un code CFD basé sur la méthode des volumes finis Code Saturne [23]. Pour comparer les résultats entre eux, nous avons utilisé les mêmes paramètres adimensionnels suivants :

$$\omega^* = \omega \frac{D}{U_0} \quad B^* = \frac{B}{D} \quad u^* = \frac{u}{U_0} \quad (27)$$

Dans cette étude, on a : $\omega^* = 1.55$, et les paramètres du calcul LBM (en unités lattice) valent :

$$\tau = 0.56 \quad U_0 = 0.048780 \text{ l.u./t.s.} \quad L_1 = 1230 \text{ l.u.} \quad L_2 = 410 \text{ l.u.} \quad D = 41 \text{ l.u.} \quad (28)$$

Alors que pour les calculs avec Code Saturne, un maillage très resserré au voisinage du cylindre et plus lâche dans le reste du domaine a été construit, un maillage régulier a été utilisé pour les calculs LBM (voir figure 6).

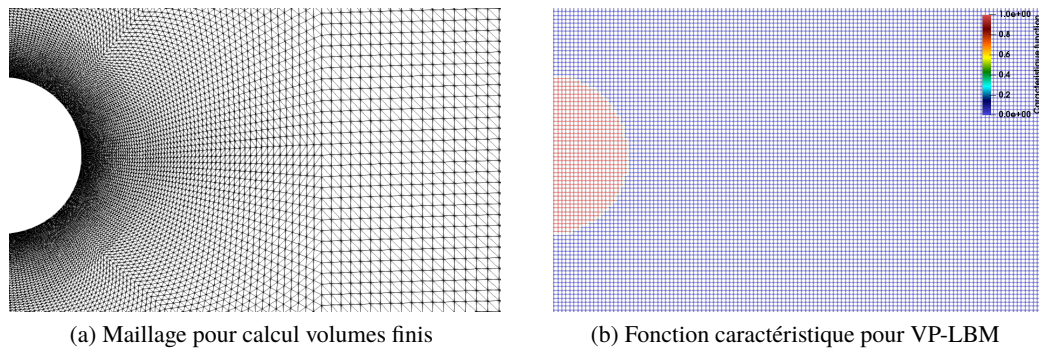


FIGURE 6 – Maillages utilisés pour le calcul de type volumes finis et pour le calcul LBM.

Sur la figure 7, nous présentons la norme de la vitesse adimensionnelle calculée avec Code Saturne, et celle calculée avec la méthode VP-LBM, au même instant adimensionnel $t^* = t \frac{U_0}{D} = 64$. On peut remarquer que les champs de vitesses sont similaires, et que le tourbillon derrière le cylindre est placé au même endroit.

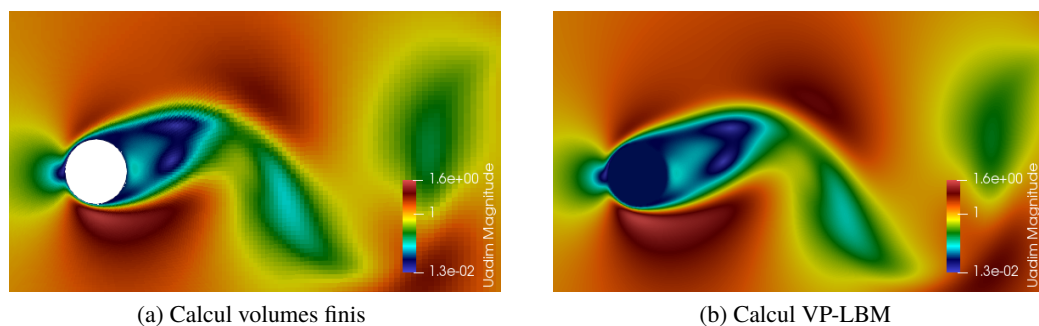


FIGURE 7 – Module du vecteur vitesse adimensionnelle pour le calcul de type volumes finis et pour le calcul LBM.

Sur la figure 8, nous avons tracé l'évolution temporelle des coefficients de portance C_L et de traînée C_D . On peut remarquer que des oscillations parasites apparaissent lorsque la LBM est utilisée. En LBM, avec laquelle on utilise la plupart du temps des maillages cartésiens, ce comportement a été constaté pour des écoulements autour d'obstacles délimités par des frontières courbes, quelle que soit la méthode utilisée pour traiter la condition aux limites fluide domaine solide (bounce back, méthode des frontières immergées) [19]. Concernant le coefficient de portance, la méthode VP-LBM donne des résultats en accord avec la méthode des volumes finis. Pour la prédiction du coefficient de traînée, il existe des petites différences. Cependant, si on compare le C_D moyen prédit par la méthode VP-LBM ($\bar{C}_D = 1.653$) et celui relatif à la méthode des volumes finis ($\bar{C}_D = 1.577$), on peut noter que l'écart entre ces deux valeurs est de moins de 5%, ce qui est satisfaisant lorsqu'on compare deux méthodes numériques entre

elles.

Par ailleurs, il est à noter ici que, afin de réduire la taille du problème LBM $((L_1 + L_2) \times H)$ et donc le temps de calcul, nous avons choisi pour le temps de relaxation une valeur très proche de la valeur limite de 0.5 permettant d'avoir des calculs stables ($\tau = 0.56$). Pour la vitesse à l'injection, une valeur de 0.048780 permettait d'avoir un nombre de Mach faible pour le calcul LBM. Le diamètre du cylindre était égal à 41 *l.u.*, ce qui est faible pour le calcul d'un écoulement de nombre de Reynolds égal à 100, et ce qui peut expliquer les oscillations parasites.

Avec cet exemple, nous avons montré que la méthode VP-LBM permet de calculer correctement les forces exercées par un fluide sur un solide dont le mouvement est imposé. L'exemple présenté dans le paragraphe suivant concerne un cas plus réaliste d'interaction fluide-structure.

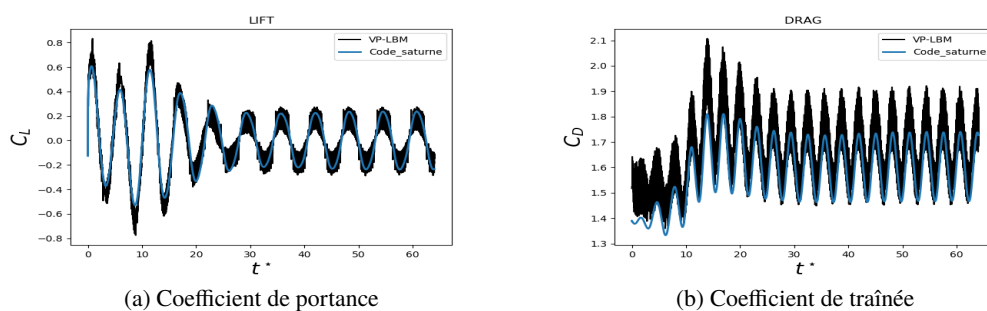


FIGURE 8 – Coefficients de portance et de traînée pour le calcul du cylindre en oscillations forcées.

Cylindre soumis à des oscillations libres

Dans ce paragraphe, nous considérons un cylindre dont le déplacement suivant la direction y est provoqué par l'écoulement fluide. Le domaine de calcul est le même que dans le paragraphe précédent (voir figure 5), et le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut 100. A l'instant initial, le cylindre est au repos, la force exercée par le ressort sur le cylindre est nulle. A cause du détachement tourbillonnaire, le fluide exerce une force selon la direction verticale et le cylindre commence à osciller. Le mouvement du cylindre est calculé grâce à l'équation suivante :

$$m\ddot{y}_G + k(y_G - y_0) = F_L \quad (29)$$

où m est la masse du cylindre, y_G est la position selon y du centre de gravité du cylindre, y_0 est la position du cylindre au repos, k est la constante de raideur du ressort, et F_L est la force exercée par le fluide sur le cylindre, selon la direction y (force de portance). Afin de comparer nos résultats avec ceux trouvés dans la littérature (Shiels et al. [24]), l'équation précédente est adimensionnée de la façon suivante :

$$m^* \ddot{y}^* + k^* (y^* - y_0^*) = C_L \quad (30)$$

Dans cette équation apparaissent les paramètres adimensionnels :

$$m^* = \frac{m}{0.5\rho D^2} \quad k^* = \frac{k}{0.5\rho U_0^2} \quad y^* = \frac{y_G}{D} \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 D} \quad t^* = t \frac{U_0}{D}$$

Afin de rassembler les résultats obtenus pour différents paramètres k^* et m^* sur une même courbe, Shiels et al. [24] ont introduit une raideur adimensionnée effective :

$$k_{\text{eff}}^* = k^* - m^* \omega^{*2}, \quad (31)$$

où ω^* est la fréquence d'oscillation du cylindre (elle est calculée à partir des résultats des simulations). Les paramètres suivants ont été utilisés pour les calculs :

$$\tau = 0.56 \quad U_0 = 0.048780 \text{ l.u./t.s.} \quad L_1 = 1230 \text{ l.u.} \quad L_2 = 410 \text{ l.u.} \quad D = 41 \text{ l.u.}$$

$$k^* = 0.025 \quad m^* = 10$$

Les calculs ont été effectués pour 29 valeurs de k^* (de 1 à 30). Pour chaque k^* , ω^* était calculée à partir de l'évolution temporelle du coefficient de traînée, et k_{eff}^* était déduite. Sur la figure 9, nous comparons l'évolution de l'amplitude adimensionnelle maximale $y_{\text{max}}^* - y_0$ en fonction de k_{eff}^* , obtenue par la méthode VP-LBM, aux résultats de Shiels et al. [24]. On peut noter que la méthode VP-LBM prédit correctement le phénomène de lock-in que l'on observe lorsque k^* est proche de $m\omega^{*2}$, et lorsqu'un déplacement important du cylindre a lieu (plus de 50% du diamètre).

Sur la figure 10, nous montrons l'évolution temporelle de l'amplitude adimensionnelle pour 3 valeurs

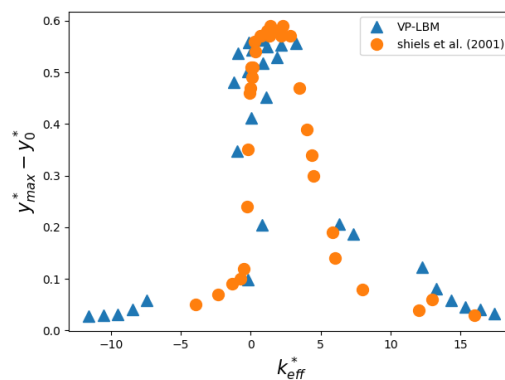


FIGURE 9 – Amplitude adimensionnelle maximale en fonction de la raideur adimensionnelle effective.

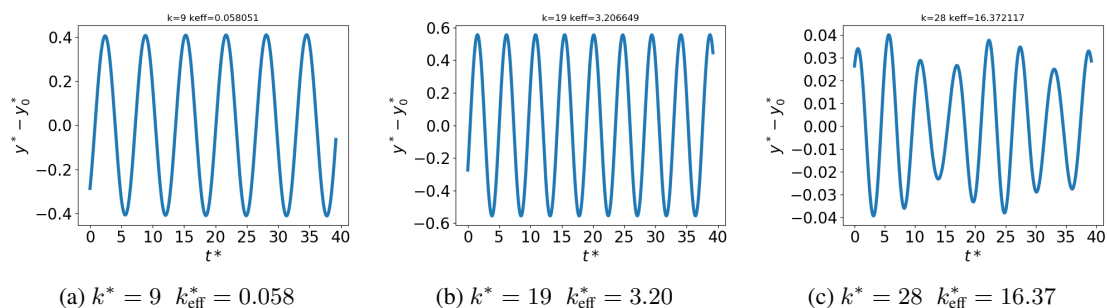


FIGURE 10 – Evolution temporelle de l'amplitude adimensionnelle.

de k^* . Les champs de vitesse et de vorticité sont présentés sur les figures 11 et 12. On peut y remarquer des comportements différents selon les valeurs de k^* . Lorsque k^* est élevé, le déplacement du cylindre est petit, et l'écoulement autour du cylindre ressemble à celui autour d'un cylindre fixe. Cependant, le

comportement du cylindre est plus chaotique (figure ?? ?c), on constate plusieurs fréquences dans l'évolution temporelle de l'amplitude $y^* - y_0^*$. Pour des valeurs de k_{eff}^* comprises entre 1 et 5, l'écoulement autour du cylindre est différent. La fréquence de détachement des tourbillons augmente et la vitesse dans le sillage du cylindre diminue.

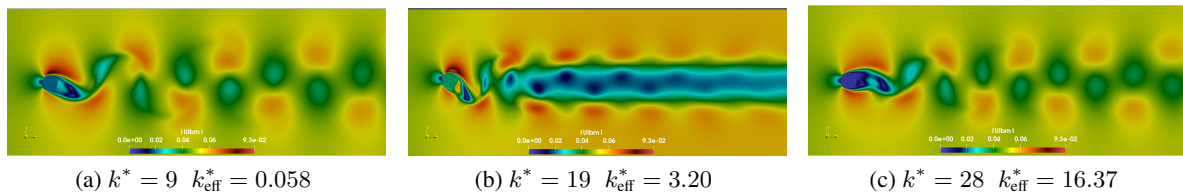


FIGURE 11 – Champs de vitesse en unités lattice pour 3 valeurs de k^* .

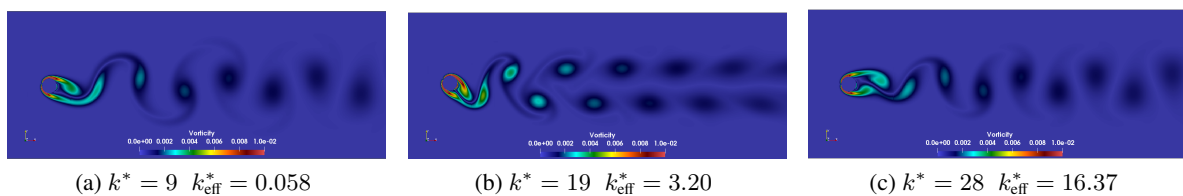


FIGURE 12 – Champs de vorticité en units lattice pour 3 valeurs de k^* .

Pour conclure, nous avons montré dans ce paragraphe que la méthode VP-LBM est capable de prédire des comportements physiques différents pour des valeurs différentes de k_{eff}^* .

Conclusion

Dans ce travail, la méthode de pénalisation volumique a été combinée avec la méthode de lattice Boltzmann pour résoudre des problèmes d'interaction fluide structure. Avec cette méthode, un terme de forçage (terme de pénalisation volumique) est introduit dans l'équation de lattice Boltzmann. L'avantage de cette méthode est qu'il n'est pas nécessaire de calculer la position de l'interface entre le fluide et la structure, il suffit juste d'utiliser une fonction caractéristique. Trois cas ont été testés pour valider cette méthode :  coulement autour d'un cylindre fixe à un nombre de Reynolds égal à 500, écoulement autour d'un cylindre dont le mouvement perpendiculaire à l'écoulement est imposé, à un nombre de Reynolds égal à 100, écoulement autour d'un cylindre dont le mouvement perpendiculaire à l'écoulement est libre, à un nombre de Reynolds égal à 100. Pour ces trois cas, on constate un bon accord avec les résultats de la littérature. On peut en conclure que la méthode VP-LBM est un outil efficace pour résoudre des problèmes d'interaction fluide structure, pour des cas de solides rigides.

Références

- [1] S. Chen, G.D. Doolen, Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, Annual Review of Fluid Mechanics 30 (1) (1998) 329–364.

- [2] A.A. Mohamad, *Lattice Boltzmann Method, Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Springer, Londres, 2011.
- [3] Z. Guo, C. Shu, *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*, World Scientific, Singapore, 2013.
- [4] J. Tolke, M. Krafczyk, TeraFLOP computing on a desktop PC with GPUs for 3D CFD, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 22 (7) (2008) 443–456.
- [5] C. Obrecht, F. Kuznik, B. Tourancheau, J.J. Roux, Multi-GPU implementation of the lattice Boltzmann method, *Computers and Mathematics with Applications*, 65 (2013) 252–261.
- [6] A. Ladd, Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1. Theoretical foundation, *Journal of Fluid Mechanics*, 271 (1994) 285–309.
- [7] M. Bouzidi, M. Firdaouss, P. Lallemand, Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Physics of Fluids*, 13 (11) (2001) 3452–3459.
- [8] D. Yu, R. Mei, W. Shyy, A unified boundary treatment in lattice Boltzmann method, 41st aerospace sciences meeting and exhibit, AIAA (1) (2003).
- [9] Z. Feng, E. Michaelides, The immersed boundary lattice boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems, *Journal of Computational Physics*, 195 (2004) 602–628.
- [10] A. ten Cate, C. Nieuwstad, J. Derksen, H. Van den Akker, Particle imaging velocimetry experiments and lattice Boltzmann simulations on a single sphere settling under gravity, *Physics of Fluids*, 14 (11) (2002) 4012–4025.
- [11] A. Dupuis, P. Chatelain, P. Koumoutsakos, An immersed boundary lattice Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder, *Journal of Computational Physics*, 227 (9) (2008) 4486–4498.
- [12] J. Favier, A. Revell, A. Pinelli, A Lattice Boltzmann–Immersed Boundary method to simulate the fluid interaction with moving and slender flexible objects, *Journal of Computational Physics*, 261 (15) (2014) 145–161.
- [13] P. Angot, C.H. Bruneau, P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows, *Numerische Mathematik*, 81(4) (1999) 497–520.
- [14] P. Bhatnagar, E. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical Review* 94 (3) (1954) 511–525.
- [15] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E* 65(4) (2002).
- [16] D. d’Humières, Generalized lattice Boltzmann equations, in : B.D. Shizgal, D.P. Weaver (ed.), *Rarefied Gas Dynamics :Theory and Simulations*, Progress in Astronautics and Aeronautics, 1992, pp. 450–458.
- [17] J. Lu, H. Han, B. Shi, Z. Guo, Immersed boundary lattice Boltzmann model based on multiple relaxation times, *Physical Review E* 85(1) (2012).
- [18] Z. Yang, Lattice Boltzmann outflow treatments : Convective conditions and others, *Computers and Mathematics with Applications* 65 (2) (2013) 160–171.
- [19] B. Wen, C. Zhang, Y. Tu, C. Wang, H. Fang, Galilean invariant fluid-solid interfacial dynamics in lattice Boltzmann simulations, *Journal of Computational Physics* 266 (2014) 161–170.

- [20] OpenFOAM (2017), <https://openfoam.org>.
- [21] C.Y. Wen, C.Y. Lin, Two-dimensional vortex shedding of a circular cylinder, *Physics of Fluids* 13 (2001) 557–560.
- [22] C.Y. Wen, C.L. Yeh, M.J. Wang, C.Y. Lin, On the drag of two-dimensional flow about a circular cylinder, *Physics of Fluids* 16 (2004) 3828–3831.
- [23] F. Archambeau, N. Mchitoua, S. M., Code saturne : a finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows, *International Journal on Finite Volumes* 1.
- [24] D. Shiels, A. Leonard, A. Roshko, Flow-induced vibration of a circular cylinder at limiting structural parameters, *Journal of Fluids and Structures* 15(1) (2001) 3–21.