

# Sur le contrôle de la dispersion du champ de contrainte par l'approche Halo dans la simulation 3D d'un composite biosourcé par la Méthode des Éléments Discrets

D. MOUKADIRI<sup>a,b</sup>, W. LECLERC<sup>a</sup>, M. GUESSASMA<sup>a</sup>,

E. BELLENGER<sup>a</sup>, F. DRUESNE<sup>b</sup>

a. Université de Picardie Jules Verne, LTI, EA 3899 MIM.

b. Université de Technologie de Compiègne, Roberval, CNRS FRE 2012.

Auteur correspondant : dounia.moukadiri@u-picardie.fr

## Résumé :

*L'objectif du papier est de présenter l'approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte dans la simulation 3D par la Méthode des Éléments Discrets (MED) cohésifs. L'approche introduite consiste à évaluer la contrainte d'un Éléments Discret (ED) en prenant en considération la contribution de ses voisins situés dans un domaine nommé Halo de l'ED. Le niveau de dispersion de la contrainte est alors directement lié au rapport du rayon du Halo sur celui de l'ED. L'approche est appliquée au milieu homogène dans un premier temps. Puis, le cas d'un composite biosourcé fabriqué à base de fibres de lin est étudié. Le module de Young longitudinal du matériau est expérimentalement quantifié et comparé à celui obtenu numériquement.*

**Mots clés : Méthode des Éléments Discrets, Matériaux composites, Fibre de lin, Modélisation numérique, Dispersion de la contrainte, Caractérisation expérimentale.**

## 1 Introduction

La Méthode des Éléments Discrets (MED) est apparue dans les années 70 [1] dans le domaine de la géomécanique afin de résoudre des phénomènes d'éboulement de roches. Depuis, la MED a été développée et utilisée dans différents domaines (tribologie [2], agriculture [3] ...) afin de simuler des problèmes discontinus. Cette approche a également fait l'objet d'extensions visant la modélisation de milieux continus homogènes [4] et hétérogènes [5], ainsi que la simulation de problèmes mécaniques où plusieurs échelles interviennent. Cependant, le champ de contrainte obtenu par cette méthode est toujours hétérogène, y compris dans des cas où celui-ci devrait théoriquement être homogène. Cette hétérogénéité s'avère être très problématique car elle entraîne une surestimation locale de la contrainte qui peut affecter la prédiction de l'initiation de fissures. L'objectif de la présente contribution est de développer une approche permettant de contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte locale dans la simulation 3D par la MED. Ce travail est réalisé dans le cadre du projet VARIATION, financé par la

région Hauts-de-France et par le Fonds Européen de Développement Régional (FEDER). Pour atteindre l'objectif, notre choix est d'étudier un composite biosourcé à base de fibres de lin caractérisées par de bonnes propriétés mécaniques [6], une excellente adhésion entre les fibres et la matrice polymère [7] et le respect des normes environnementales. Afin de contrôler la dispersion de la contrainte, une approche nommée Halo a été développée permettant d'évaluer la contrainte d'un ED en prenant en considération la contribution de ses voisins. L'approche est tout d'abord appliquée dans le cadre d'un milieu homogène où le niveau de dispersion de la contrainte est directement lié au rapport du rayon de Halo sur celui de l'ED. Ensuite, le cas du composite biosourcé lin-bio époxy est étudié. Dans ce contexte, des essais de traction, réalisés sur des échantillons du matériau élaboré au sein du laboratoire Roberval, sont d'abord présentés. Le module de Young longitudinal du composite est déduit de ces essais et comparé à des prédictions numériques fournies par le modèle ED. L'approche Halo est par la suite appliquée au matériau composite. Les résultats numériques obtenus montrent l'efficacité de l'approche Halo pour contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte dans la modélisation discrète des milieux homogène et hétérogène. De plus, à des fins de comparaison, des simulations par la Méthode des Éléments Finis (MEF) sont effectuées et s'avèrent en bon accord avec les résultats du modèle ED.

Le papier est organisé comme suit. Dans un premier temps, le modèle cohésif de type poutre est présenté dans la section 2. Dans un second temps, l'approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte est introduite et est appliquée au milieu homogène dans la section 3. Ensuite, le cas du composite unidirectionnel lin-bio époxy est étudié dans la section 4. Les résultats des essais de traction sont ensuite présentés dans le but de quantifier le module de Young longitudinal. Par la suite, l'approche Halo est appliquée au matériau composite. Des comparaisons avec la MEF sont fournies dans le cadre du milieu hétérogène.

## 2 Modèle cohésif de type poutre

### 2.1 Domaine équivalent

Le principe de la MED est basé sur la représentation d'un milieu continu par un empilement granulaire. Afin que ce dernier soit considéré comme un domaine équivalent à un milieu continu, il doit permettre une représentation fidèle d'un milieu élastique à la fois homogène et isotrope. Dans la présente contribution, les empilements granulaires utilisés sont générés par l'algorithme de Lubachevsky-Stillinger [8] lequel permet de contrôler les paramètres intrinsèques de l'empilement, à savoir le nombre de coordination  $Z$ , qui est défini comme étant le nombre moyen de contacts par ED, la compacité et la polydispersité. Nous considérons les hypothèses du Random Close Packing [9] lesquelles imposent un nombre de coordination de 6.2 et une compacité de 0.64 pour un réseau de sphères monodisperses. Une légère polydispersité basée sur un modèle gaussien avec un coefficient de variation de 0.3 est cependant introduite dans le but d'éviter des effets directionnels indésirables et d'assurer l'isotropie du système.

### 2.2 Modèle cohésif de type poutre

Le modèle cohésif de type poutre est considéré pour un milieu continu modélisé par un empilement granulaire répondant aux hypothèses précédentes. La cohésion du milieu est décrite par un lien cohésif de type poutre reliant chaque paire d'EDs en contact, et permettant d'induire des motifs de fissuration plus réalistes. L'élément poutre utilisé est défini par un ensemble de paramètres microscopiques (Figure 1), à savoir la longueur  $L_\mu$ , le module de Young  $E_\mu$ , le module de cisaillement  $G_\mu$ , la section transversale

$S_\mu$ , les moments quadratiques axiaux  $I_{\mu,1}$  et  $I_{\mu,2}$ , et le moment polaire  $J_\mu$ . Le moment quadratique est défini dans le plan de la section transversale de l'élément poutre par :  $I_\mu = I_{\mu,1} = I_{\mu,2}$  et  $J_\mu = 2I_\mu$ . Le rayon  $a_\mu$  de la section de l'élément poutre reliant deux EDs en contact  $i$  et  $j$  est calculé en fonction des rayons  $R_i$  et  $R_j$  des deux EDs et d'un paramètre adimensionné  $r_\mu \in ]0,1]$  par l'équation (1).

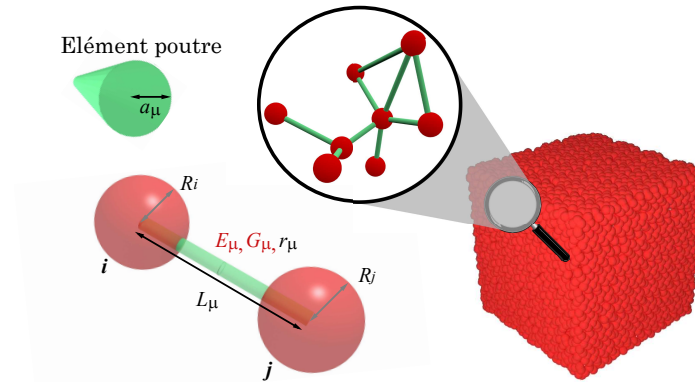


FIGURE 1 – Modèle cohésif de type poutre

$$a_\mu = r_\mu \frac{R_i + R_j}{2} \quad (1) \quad k_n = \frac{E_\mu S_\mu}{L_\mu} \quad (2)$$

$$k_t = \frac{12 E_\mu I_\mu}{L_\mu^3} \quad (3) \quad s_n = \frac{2 G_\mu I_\mu}{L_\mu} \quad (4)$$

Dans cette approche, chaque lien cohésif reliant deux EDs  $i$  et  $j$  est contrôlé par un vecteur de force interne obtenu à l'aide de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli. Ce vecteur est exprimé par l'équation (5), où  $n$ ,  $t$  et  $b$  représentent les directions principales du repère local de coordonnées cartésiennes lié au contact entre les deux EDs  $i$  et  $j$ .  $u_n^{i,j}$  et  $u_{t,b}^{i,j}$  sont respectivement les déplacements normaux et tangentiels associés à  $i$  et  $j$ . Les composantes de rotation en torsion et en flexion sont respectivement  $\theta_n^{i,j}$  et  $\theta_{t,b}^{i,j}$ . Les raideurs normale  $k_n$  et tangentielle  $k_t$  classiques sont définies respectivement par les équations (2) et (3). Le paramètre  $s_n$  est associé à la torsion et est donné par l'équation (4). La résolution du système se fait en utilisant un schéma temporel explicite basé sur la formulation Verlet-vitesse [10].

$$\begin{bmatrix} F_n^{j \rightarrow i} \\ F_t^{j \rightarrow i} \\ F_b^{j \rightarrow i} \\ M_n^{j \rightarrow i} \\ M_t^{j \rightarrow i} \\ M_b^{j \rightarrow i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_t L_\mu}{2} & \frac{k_t L_\mu}{2} \\ 0 & 0 & k_t & 0 & -\frac{k_t L_\mu}{2} & -\frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & \frac{k_t L_\mu^2}{3} & \frac{k_t L_\mu^2}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_t L_\mu^2}{3} & \frac{k_t L_\mu^2}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n^i - u_n^j \\ u_t^i - u_t^j \\ u_b^i - u_b^j \\ \theta_n^i - \theta_n^j \\ \theta_t^i \\ \theta_t^j \\ \theta_b^i \\ \theta_b^j \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 2.3 Propriétés élastiques macroscopiques

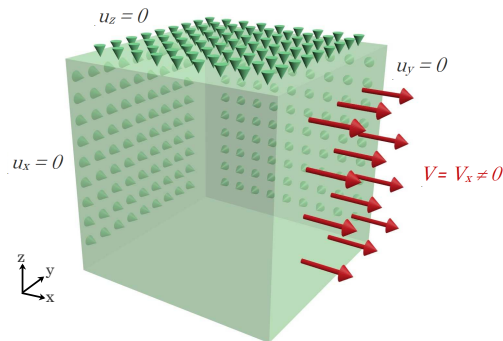


FIGURE 2 – VER cubique avec conditions de symétrie et vitesse imposée

Dans cette partie, on considère un motif cubique également appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER) de longueur  $L = 1\text{cm}$ . Ce motif permet de représenter le domaine homogène en respectant plusieurs hypothèses liées à la taille et l'isotropie du système. On note que la valeur de la longueur  $L$  du VER n'affecte pas le comportement mécanique macroscopique. Dans le but d'évaluer les propriétés élastiques macroscopiques, à savoir le module de Young  $E_M$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ , on réalise un essai numérique de traction, comme montré sur la Figure 2. L'essai de traction consiste à soumettre le VER à des conditions de symétrie et à une vitesse constante  $V$  appliquée sur une face donnée (Figure 2). La force de réaction  $F$  est ensuite évaluée en additionnant les contributions des EDs appartenant à la face opposée à celle sollicitée. Les propriétés élastiques macroscopiques peuvent être déterminées par les équations (6) et (7), où  $S$  est la section transversale du VER sur laquelle la force  $F$  est extraite,  $\varepsilon_L$  et  $\varepsilon_T$  sont respectivement les déformations longitudinale et transversale.

$$E_M = \frac{F}{S \varepsilon_T} \quad (6)$$

$$\nu = \frac{-\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad (7)$$

## 2.4 Processus de calibration

Afin de déterminer les propriétés microscopiques  $E_\mu$  et  $r_\mu$  permettant de retrouver un comportement macroscopique, caractérisé par le module de Young macroscopique  $E_M$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ , un processus de calibration est utilisé. Il est à noter dans cette étude que le module de cisaillement microscopique  $G_\mu$  n'a pas d'effet sur le comportement macroscopique du VER. Par conséquent, ce module n'est pas pris en compte dans le processus de calibration présenté dans cette section. En pratique, les paramètres microscopiques  $E_\mu$  et  $r_\mu$  sont testés pour une large plage de valeurs avec  $E_\mu \in [2 \text{ GPa}, 1000 \text{ GPa}]$  et  $r_\mu \in [0.1, 0.9]$ . En se basant sur les travaux de [10] et pour éviter tout effet sur les propriétés macroscopiques lié à la densité de l'empilement granulaire, les essais numériques sont effectués sur un VER composé de 2 000 000 EDs. On définit le module de Young adimensionnel  $E_a$  comme le ratio du module de Young macroscopique  $E_M$  par rapport au module de Young microscopique  $E_\mu$ . Les résultats numériques obtenus montrent que  $E_a$  et  $\nu$  sont indépendants de  $E_\mu$  et ne dépendent que de  $r_\mu$  comme illustré sur les Figures 3.a et 3.b. En pratique, pour déterminer les propriétés microscopiques associées à une paire de propriétés macroscopiques, on utilise la Figure 3.b pour déterminer le  $r_\mu$  correspondant au coefficient de Poisson  $\nu$ . Ensuite, ce  $r_\mu$  est utilisé pour retrouver le  $E_a$  correspondant en se basant sur la

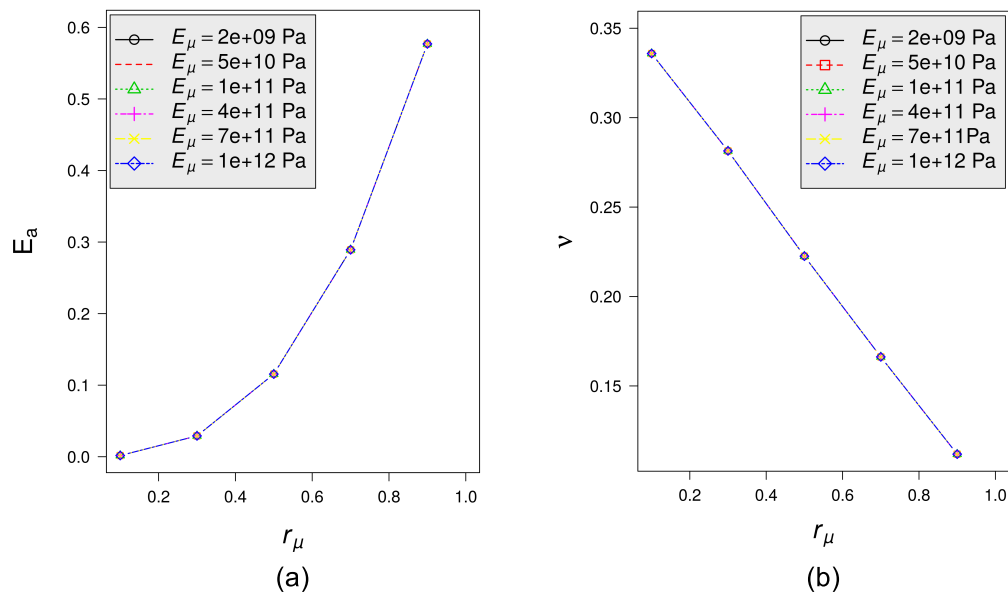


FIGURE 3 – Évolution du module de Young adimensionnel  $E_a$  (a) et du coefficient de Poisson  $\nu$  (b) en fonction du paramètre  $r_\mu$

Figure 3.a. En connaissant le module de Young macroscopique  $E_M$ , le module de Young microscopique  $E_\mu$  est déterminé. Les résultats obtenus dans cette section sont en bon accord avec les hypothèses de Voigt et best-fit pour l'élément ressort [11].

## 2.5 Validation du modèle

L'objectif de cette section consiste à valider le modèle cohésif de type poutre présenté précédemment. Dans ce but, plusieurs essais mécaniques numériques ont été mis en place. On considère un empilement granulaire composé de 700 000 EDs, soumis à des conditions aux limites de symétrie. On réalise des essais numériques de traction (Figures 4.a) et de torsion (Figures 4.b) en imposant des déplacements sur les éléments discrets appartenant à une face de l'empilement cubique.

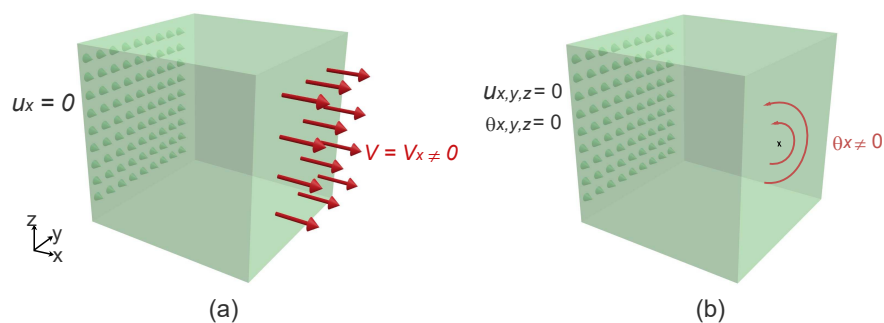


FIGURE 4 – VER avec des conditions aux limites en traction (a) et en torsion (b)

Dans un premier temps, on récupère la réaction sur la face opposée au chargement en force (Figure 5.a) ou en moment (Figure 5.b), en fonction du temps, pour vérifier le principe d'action-réaction. Le temps représente le nombre d'itérations imposé par le schéma de discrétisation temporel. Dans un second temps, on s'intéresse à l'énergie de déformation totale de l'empilement. On définit l'énergie macroscopique par l'énergie imposée au domaine, et l'énergie microscopique par la somme des énergies générées par l'ensemble des contacts dans le domaine. La Figure 5.c montre la vérification du principe de la conservation

d'énergie du système dans l'essai de traction et de torsion.

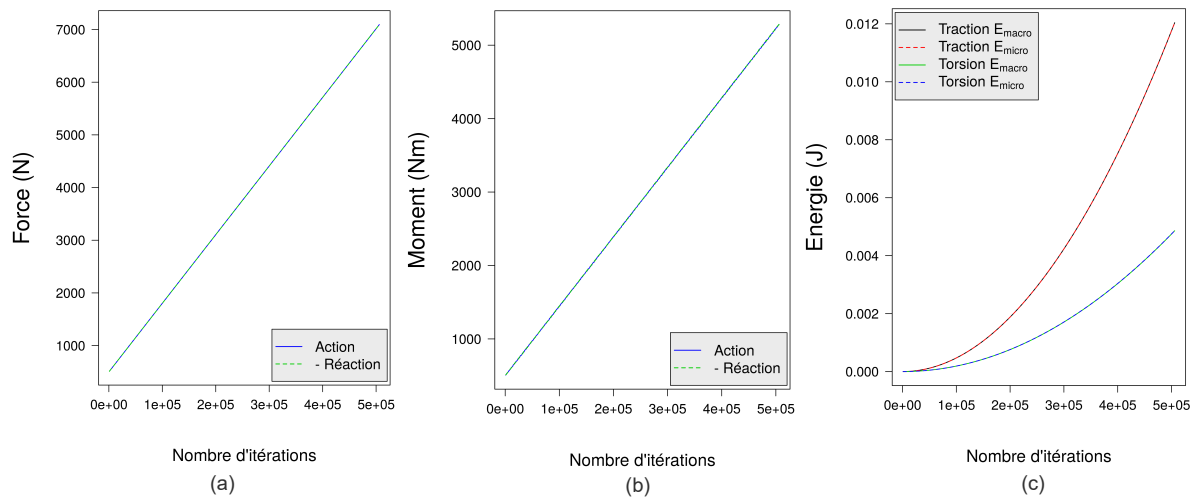


FIGURE 5 – Évolution de la force en traction (a) du moment en torsion (b) e de l'énergie de déformation en traction et en torsion (c) en fonction du nombre d'itérations

Par ailleurs, on s'est aussi intéressé au champ de déplacement résultant de notre modèle. Les champs de déplacement obtenus dans les 2 essais, traction et torsion, sont présentés à l'aide de deux sous-domaines du cube respectivement parallélépipédique et cylindrique sur les Figures 6.a et 6.b.

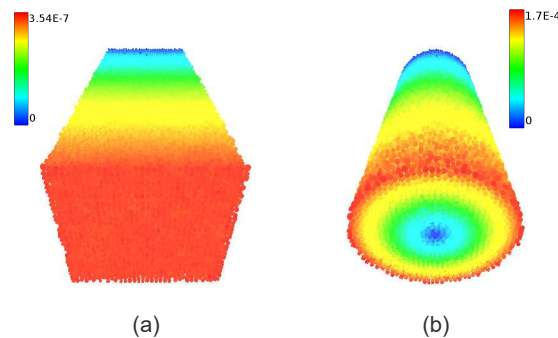


FIGURE 6 – Champs de déplacement obtenus en traction (a) et en torsion (b)

## 2.6 Dispersion du champ de contrainte

### 2.6.1 Tenseur de contrainte

Le tenseur de contrainte est évalué à l'échelle de l'ED à l'aide d'un tenseur de Cauchy équivalent  $\bar{\sigma}_i^p$  proposé par [12] pour les simulations de dynamique moléculaire et reformulé pour la MED [13] :

$$\bar{\sigma}_i^p = \frac{1}{2V_i} \sum_{j \in Z_i} \frac{1}{2} (d_{ij} \otimes f_{ij} + f_{ij} \otimes d_{ij}) \quad (8)$$

où  $f_{ij}$  est le vecteur des forces de cohésion appliquées à l'ED  $i$  par l'ED  $j$ ,  $d_{ij}$  est le vecteur des positions reliant les deux centres de  $i$  et  $j$ ,  $V_i$  est le volume de l'ED  $i$ , et  $Z_i$  est son nombre de coordination. On note que la symétrie du tenseur de contrainte dans la formulation proposée par [13] est imposée, d'où le double produit tensoriel dans l'équation 8. Nous définissons le volume de représentation d'un ED  $i$  par

le rapport de son volume réel  $V_i$  à la compacité du milieu discret  $\phi$ . Afin de respecter le volume du milieu continu modélisé, nous considérons le tenseur de contrainte  $\bar{\sigma}_i$  associé au volume de représentation de  $i$  au lieu de son volume réel et dont l'expression est la suivante :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\phi}{2V_i} \sum_{j \in Z_i} \frac{1}{2} (d_{ij} \otimes f_{ij} + f_{ij} \otimes d_{ij}) \quad (9)$$

## 2.6.2 Dispersion de champ de contrainte

On considère le VER homogène présenté dans la section 2.3, sur lequel on effectue un essai numérique de traction en imposant une vitesse  $V_x = 10^{-5}$  m/s. On s'intéresse à la dispersion du champ de contrainte résultant, évaluée à l'aide du Coefficient de Variation ( $\text{CoV}_\sigma$ ), qui est défini par le rapport entre l'écart type et la moyenne de la contrainte locale de tous les EDs dans le domaine. Dans un premier temps, on s'intéresse à la sensibilité du champ de contrainte locale aux paramètres microscopiques  $E_\mu$  et  $r_\mu$ . Dans ce but, une large plage de paramètres microscopiques est testée, avec  $E_\mu \in [2 \text{ GPa}, 1000 \text{ GPa}]$  et  $r_\mu \in [0.1, 0.9]$ . Les résultats obtenus ne montrent aucun effet de  $E_\mu$  sur le  $\text{CoV}_\sigma$ . Cependant, nous remarquons que le  $\text{CoV}_\sigma$  est plus important quand  $r_\mu$  est plus petit (Figure 7.a), c'est-à-dire quand le coefficient de Poisson est plus important. Dans un deuxième temps, on étudie l'effet de la densité de l'empilement granulaire sur la dispersion du champ de contrainte. On utilise  $E_\mu = 220.2 \text{ GPa}$  et  $r_\mu = 0.72$ , ce qui conduit à un comportement macroscopique caractérisé par un module de Young  $E_M = 69.5 \text{ GPa}$  et un coefficient de Poisson  $\nu = 0.16$ . Ces propriétés correspondent au verre de silice, ici utilisé à titre d'exemple académique. La Figure 7.b montre que le  $\text{CoV}_\sigma$  atteint 46.6% même si le champ de contrainte dans le domaine étudié est théoriquement homogène, ce qui a été vérifié par la MEF. On constate que le  $\text{CoV}_\sigma$  converge lentement à partir d'une densité de 700 000 EDs, ce qui est en bon accord avec les résultats de [14]. On estime alors qu'on quantifie correctement le niveau de dispersion à partir d'un nombre minimal d'EDs permettant d'éviter tout effet lié à la densité de l'empilement sur les propriétés mécaniques. En se basant sur ce résultat, tous les calculs présentés dans ce qui suit sont effectués en utilisant une densité de 700 000 EDs.

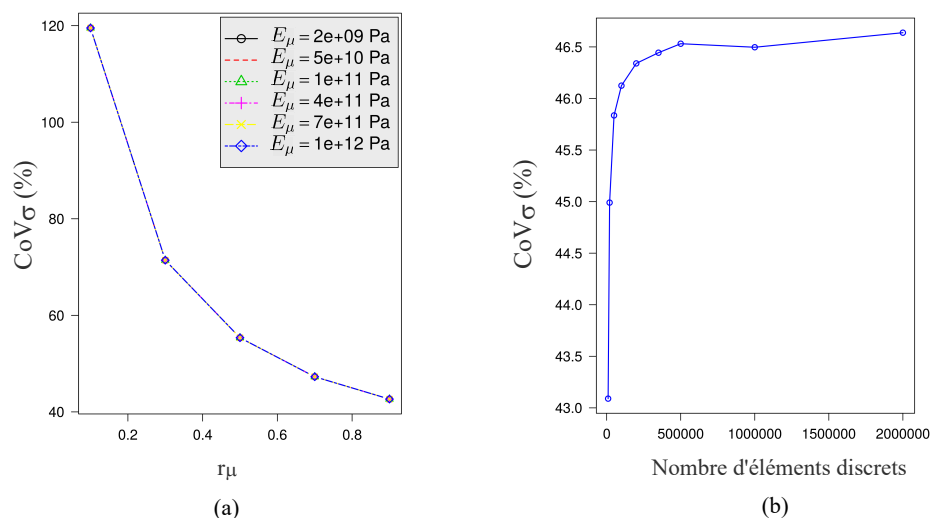


FIGURE 7 – Influence des paramètres microscopiques  $E_\mu$  et  $r_\mu$  (a) et du nombre d'EDs (b) sur la dispersion du champ de contrainte

### 3 Approche Halo

#### 3.1 Présentation de l'approche Halo

L'approche Halo est proposée dans le but de contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte dans la simulation mécanique 3D par la MED. En effet, la surestimation de la contrainte peut conduire à la précipitation de certains phénomènes mécaniques, à savoir l'initiation et la propagation de fissures. L'approche Halo propose d'évaluer la contrainte locale d'un ED  $I$  en prenant en considération la contribution des EDs voisins dans un domaine nommé le Halo de  $I$ . Ce dernier est une géométrie sphérique introduite à l'échelle mésoscopique dont le centre coïncide avec celui de l'ED  $I$  (Figure 8).

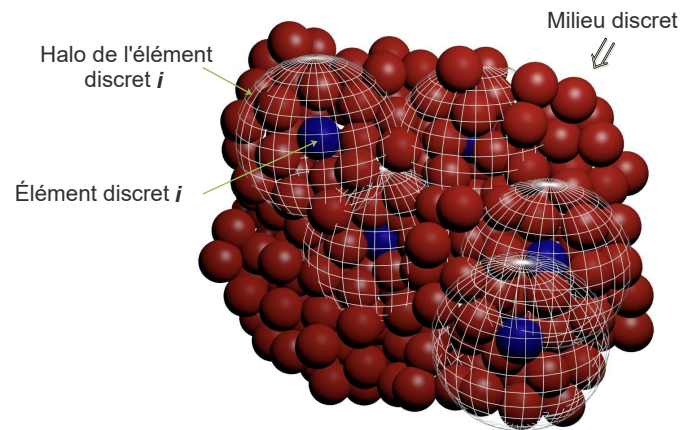


FIGURE 8 – Exemple de Halo introduit à l'échelle mésoscopique

On définit le tenseur de contrainte de  $I$  sur le volume de son Halo  $V_I^h$  par l'équation (10) [15], où  $Z_i$  est l'ensemble des contacts associés à l'ED  $i$ ,  $f_{ij}$  est le vecteur des forces de cohésion appliquées à  $i$  par  $j$ , et  $d_{ij}$  est le vecteur des positions reliant les deux centres de  $i$  et  $j$ .

$$\bar{\sigma}_I^h = \frac{1}{2V_I^h} \sum_{i \in V_I^h} \sum_{j \in Z_i} \frac{1}{2} (f_{ij} \otimes d_{ij} + d_{ij} \otimes f_{ij}) \quad (10)$$

#### 3.2 Application de l'approche au milieu homogène

On considère le VER de verre de silice soumis aux conditions aux limites représentées dans la Figure 2. En terme de  $\text{CoV}_\sigma$ , l'effet du rapport du rayon du Halo  $R_{Halo}$  sur celui des EDs  $R_{ED}$  est étudié. Les résultats montrent que plus ce rapport est important, autrement dit plus le nombre d'EDs par Halo est élevé (Table 1), moins la contrainte est dispersée (Figure 9).

TABLE 1 – Nombre d'EDs par Halo en fonction du rapport  $R_{Halo}/R_{ED}$

Rapport $R_{Halo}/R_{ED}$	2	5	8	10	15	20
Nombre d'EDs par Halo	2	70	270	555	1770	3971

Ensuite, comme  $r_\mu$  est un paramètre influent de notre modèle, on étudie son influence sur le  $\text{CoV}_\sigma$ , en utilisant différents rapport  $R_{Halo}/R_{ED}$  à savoir 5, 10 et 15.



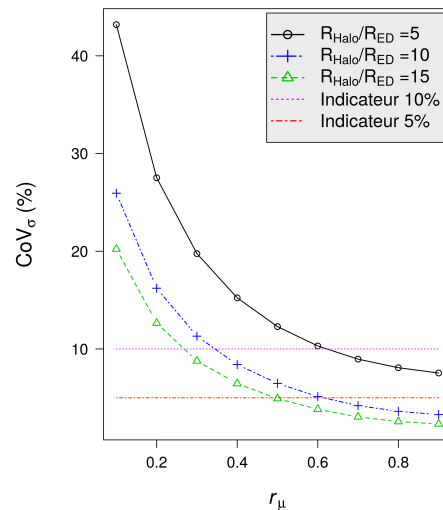


FIGURE 9 – Influence du paramètre  $r_\mu$  et du rapport  $R_{Halo}/R_{ED}$  sur le  $CoV_\sigma$

Les résultats obtenus permettent de déterminer facilement le rapport  $R_{Halo}/R_{ED}$  convenable, et donc le nombre requis d'EDs par Halo, pour atteindre un niveau visé de dispersion du champ de contrainte. En effet, pour le matériau étudié, on peut atteindre moins de 10% de dispersion pour un rapport  $R_{Halo}/R_{ED}$  de 5, et moins de 5% pour un rapport de 15.

## 4 Application de l'approche Halo au domaine hétérogène

### 4.1 Caractérisation expérimentale du composite lin-bio époxy

Dans cette section, on s'intéresse au composite unidirectionnel (UD) à base de matrice époxy biosourcée et de fibres de lin. Dans la configuration UD, les fibres de chaque couche ont la même orientation et cette dernière ne change pas d'une couche à l'autre.

#### 4.1.1 Matériaux utilisés

Parmi les résines thermodurcissables, l'époxy est souvent utilisée [16] pour ses performances mécaniques élevées et sa résistance à la dégradation due à l'environnement. Dans la présente étude, la résine époxy InfuGreen 810 fournie par Sicomin est choisie. Elle est composée d'environ 38% de carbone d'origine végétale et a un impact environnemental moins important que celui des résines époxy classiques. Pour le renfort, on utilise le FLAXPLY UD 180 fourni par LINEO, ce produit est dans une gamme de tissu de lin prêt à être utilisé pour la fabrication de matériaux composites. Le tissu est composé de fils de lin unidirectionnels composés eux mêmes d'un ensemble de fibres de lin comme il est observé sur la Figure 10 à l'aide d'un microscope électronique à balayage (MEB).

#### 4.1.2 Fabrication du matériau composite

Le matériau composite est fabriqué dans l'objectif d'atteindre une fraction volumique de fibre de 45.5%, déterminée par mesure de poids. Afin d'élaborer le stratifié unidirectionnel par procédé d'injection RTM (Resin Transfer Molding), 12 couches de tissu de lin sont superposées dans un moule de dimension

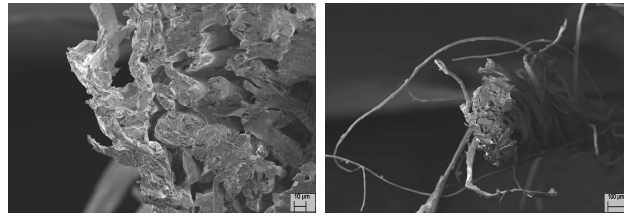


FIGURE 10 – Observation d'un faisceau de fibre de lin sous MEB

29×29 cm<sup>2</sup> et d'une épaisseur de 3.1 mm, comme illustré dans la Figure 11. Le matériau obtenu après injection nécessite un durcissement supplémentaire dans un autoclave pendant une durée de 8 heures à 40°C selon les besoins de la résine.

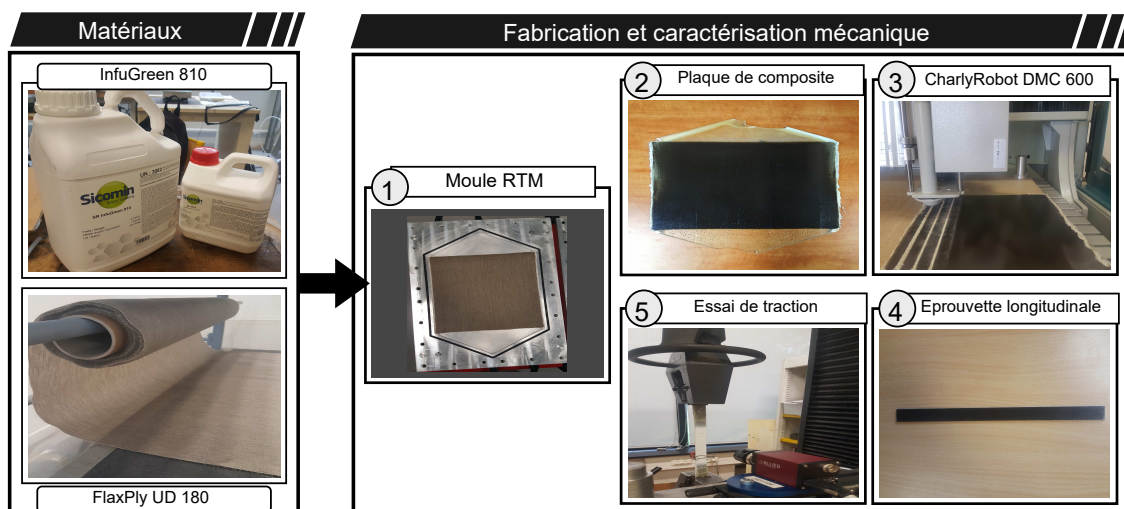


FIGURE 11 – Matériaux, fabrication et caractérisation mécanique

#### 4.1.3 Caractérisation mécanique

Une fois l'étape de fabrication terminée, la plaque est découpée en échantillons longitudinaux de dimensions 29×2.5 cm<sup>2</sup> (Figure 11). Avec des essais de traction réalisés à une vitesse de  $1.6 \times 10^{-5}$  m/s, le module de Young longitudinal du composite unidirectionnel  $E_c$  est obtenu, en utilisant la corrélation d'images numérique. Ainsi, le module de Young longitudinal  $E_c$  évalué est de  $19.7 \pm 1.8$  GPa, il se situe dans les limites des valeurs trouvées dans la littérature pour les composites à base de fibres de lin.

## 4.2 Modélisation numérique du composite unidirectionnel lin-bio époxy

Dans cette section, on modélise le composite fabriqué par un VER de longueur  $L = 1$  cm, composé de 700 000 EDs, avec une fraction volumique de l'inclusion de lin représentant 45.5%. Le motif cubique contient une seule inclusion cylindrique représentant un faisceau de fibre de lin, d'axe parallèle à la direction  $x$ . Cette inclusion est noyée dans la résine époxy biosourcée. Le module de Young macroscopique de la résine est donné par  $E_M^m = 3.3$  GPa et son coefficient de Poisson  $\nu^m = 0.33$ . Les propriétés microscopiques correspondantes, obtenues à travers le processus de calibration, sont  $E_\mu^m = 1950$  GPa et  $r_\mu^m = 0.1$ . En ce qui concerne l'inclusion composée du lin, le module de Young macroscopique est

obtenu en se basant sur les résultats expérimentaux de la section 4.1.3 en utilisant une simple loi des mélanges. Sa valeur est donnée par  $E_M^f = 39.7$  GPa. Le coefficient de Poisson est fixé à  $\nu^f = 0.3$ . Les propriétés microscopiques correspondantes sont alors  $E_\mu^f = 5200$  GPa et  $r_\mu^f = 0.18$ . On note que le module de Young microscopique  $E_\mu^\psi$  correspondant aux éléments poutres reliant chaque paire d'EDs à l'interface fibre-matrice  $\psi$  est défini par  $E_\mu^\psi = (E_\mu^m + E_\mu^f)/2$ . Le module de Young macroscopique du composite modélisé est obtenu à travers des essais de traction numériques (Figure 2), et est égal à 19.1 GPa, ce qui est en bon accord avec la valeur expérimentale obtenue de 19.7 GPa. Ensuite, le champ de contrainte  $\sigma_x$  est évalué pour une déformation de  $5.2e^{-4}$ , et on utilise l'approche Halo pour contrôler son niveau de dispersion. En se basant sur un rapport  $R_{Halo}/R_{ED}=15$  lequel correspond à 1770 EDs par Halo, on obtient un niveau de dispersion de la contrainte de moins de 4%. Les Figures 12.a et 12.b représentent le champ de contrainte dans le VER du composite biosourcé dans le plan  $x=L/2$ , en utilisant l'approche Halo avec  $R_{Halo}/R_{ED}=2$  et  $R_{Halo}/R_{ED}=15$  respectivement. Ces images démontrent l'efficacité de l'approche Halo pour diminuer le niveau de dispersion de la contrainte dans le domaine. De plus, on effectue une comparaison MEF en utilisant un maillage régulier composé de 1 million de voxels (chaque voxel est divisé en 5 tétraèdres), ce qui est proche de la densité de l'empilement granulaire utilisé, composé de 700 000 EDs. D'un point de vue quantitatif, les valeurs de contrainte extraites aux positions A, B, C et D dans le plan  $x = L/2$  avec un rapport  $R_{Halo}/R_{ED}=15$  sont assez proches des prédictions de la MEF aux mêmes positions (Figure 12.c). On peut donc conclure que ce rapport est satisfaisant pour lisser le champ de contrainte dans notre modèle, ce qui est en concordance avec les résultats obtenus dans la section 3.2.

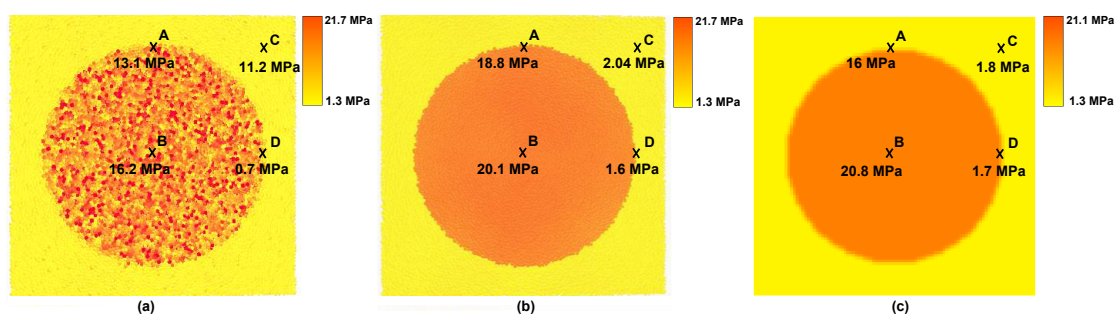


FIGURE 12 – Champ de contrainte dans le VER : résultats du modèle cohésif de type poutre avec  $R_{Halo}/R_{ED}=2$  (a) et  $R_{Halo}/R_{ED}=15$  (b) et résultats éléments finis (c) (plan  $x=L/2$ )

## 5 Conclusion

Ce papier a introduit l'approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte dans la modélisation mécanique d'un composite lin-bio époxy par la MED. Dans un premier temps, l'approche a été présentée et appliquée dans le cadre d'un milieu homogène. Dans un second temps, un matériau composite lin-bio époxy a été élaboré et testé dans le but de quantifier le module de Young macroscopique longitudinal. Enfin, le matériau composite a été modélisé et le champ de contrainte évalué en utilisant l'approche Halo. L'ensemble des résultats obtenus montrent l'efficacité de l'approche Halo pour contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte locale dans la modélisation discrète des milieux homogène et hétérogène. En perspective, afin de prendre en compte la variabilité des propriétés mécaniques dans la simulation numérique des composites biosourcés, nous envisageons de coupler le modèle discret avec l'approche probabiliste Certain Generalized Stresses Method [17].

## Financement

La présente contribution est réalisée dans le cadre du projet VARIATION (N°REG16021), financé par la région Hauts-de-France et par le Fonds Européen de Développement Régional (FEDER).

## Références

- [1] P. Cundall and O. Strack. Discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, 29 (1979) 47-65.
- [2] M. Zheng, L. Yaoming, X. Lizhang, DEM simulation of agricultural particles motion in variable-amplitude screen box, *Computers and Electronics in Agriculture* 118 (2015) 92-99.
- [3] C. Machado, M. Guessasma, V. Bourny, Electromechanical prediction of the regime of lubrication in ball bearings using discrete element method, *Tribology International*, 127 (2018) 69-83.
- [4] W. Shiu, F. Donze, L. Daudeville, Compaction process in concrete during missile impact : a dem analysis, *Computers and Concrete*, 5 (2008) 329-342.
- [5] M. J. Khattak, A. Khattab, Modeling tensile response of fiber-reinforced polymer composites using discrete element method, *Polymer Composites*, 34 (2013) 877-886.
- [6] A. Mohanty, M. Misra, G. Hinrichsen, Biofibres, biodegradable polymers and biocomposites : an overview, *Macromolecular Materials and Engineering*, 276(277) (2000) 1-24.
- [7] A. le Duigou, A. Bourmaud, E. Balnois, P. Davies, C. Baley, Improving the interfacial properties between flax fibres and plla by a water fibre treatment and drying cycle, *Industrial Crops and Products*, 39 (2012) 31-39.
- [8] B.D. Lubachevsky, F.H. Stillinger. Geometric properties of random disk packings, *Journal of Statistical Physics*, 60 (1990) 561-583.
- [9] A. Donev, I. Cissé, D. Sachs, E.A. Variano, F.H. Stillinger, R. Connelly et al. Improving the density of jammed disordered packings using ellipsoids, *Science*, 303 (2004) 990-993.
- [10] E. Rougier, A. Munjiza, N. W. M. John, Numerical comparison of some explicit time integration schemes used in dem, fem/dem and molecular dynamics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(6) (2004) 856-879.
- [11] C. Liao, T. Chang, D. Young, C. S. Chang, Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit, *International Journal of Solids and Structures*, 34 (1997) 4087-4100.
- [12] M. Zhou. A new look at the atomic level virial stress : on continuum-molecular system equivalence, *Proceedings : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 459 (2003) 2347-2392.
- [13] M. Jebahi and D. André and F. Dau and J. Charles and I. Iordanoff. Simulation of Vickers indentation of silica glass, *Journal of Non-Crystalline Solids*, 378 (2013) 15-24.
- [14] W. Leclerc. Discrete element method to simulate the elastic behavior of 3D heterogeneous continuous media, *International Journal of Solids and Structures*, 121 (2017) 86-102.
- [15] J. Weber. Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents, application à la rhéologie de ces milieux, *Bulletin de Liaison des Ponts et Chaussées*, 30 (1966).
- [16] S. Liang, P. Gning, L. Guillaumat, A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites, *Composites Science and Technology*, 72(5) (2012) 535-543.
- [17] Q. Yin, F. Druesne and P. Lardeur. The CGSM for static analysis of multilayered composite plates with variability of material and physical properties, *Composite Structures*, 140 (2016) 360-368.