# Identification des propriétés diffuso-mécaniques de matériaux polymères à l'aide de plaques assujetties à des champs de concentration asymétriques

# A. Djato<sup>a,\*</sup>, M. Beringhier<sup>a</sup>, M. Gigliotti<sup>a</sup>

 a. Institut P', CNRS – ISAE ENSMA – Université de Poitiers, Département Physique et Mécanique des Matériaux, ENSMA, Téléport 2, 1 avenue Clément Ader, BP 40109, 86961 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France
 \*. Auteur principal

Email : anani.djato@ensma.fr

### Résumé :

Dans ce travail, nous étudions la possibilité d'identifier les propriétés mécaniques affectées par la teneur en eau des matériaux composites et polymères, à l'aide des champs de concentration asymétriques. L'étude est menée en considérant un échantillon de configuration plaque mince avec un modèle faiblement couplé diffuso-mécanique : un modèle diffusion de Fick 1D et un modèle mécanique 2D en contraintes planes avec un comportement isotrope de la résine. Compte tenu de l'amplitude des déflexions engendrées par l'asymétrie des champs de concentration, l'utilisation d'un modèle prenant en compte les non linéarités géométriques est discutée. L'identification s'effectue à travers la résolution d'un problème inverse obtenu par minimisation de l'énergie potentielle totale de la plaque et la méthode de Rayleigh-Ritz.

### Abstract :

In this work, we study the possibility to identify the mechanical properties affected by the moisture for polymer matrix materials, based on the use of asymmetric concentration field. The study is performed on sample with thin plate configuration using weakly coupled diffuso-mechanical model : 1D Fick's diffusion model and 2D plan stress hygroelastic model. In view of the intensity of the deflections caused by the asymmetry of concentration fields, the use of a model taking into account geometrical nonlinearities is discussed. The identification is carried out through the resolution of an inverse problem obtained by minimizing the total potential energy of the plate and the Rayleigh-Ritz method.

Mots clefs : Identification, Modèle diffuso-mécanique, Champ de concentration asymétrique, Méthode de Rayleigh-Ritz

## 1 Introduction

En raison de leurs propriétés spécifiques, les matériaux Composites à Matrice Organique (CMO) suscitent un intérêt grandissant dans l'industrie aéronautique pour la réalisation des parties tièdes ( $50^{\circ}C <$ 

 $T < 300^{\circ}$ C). Dans ces parties comme entre autres les moteurs et les nacelles, l'exposition des CMO à l'action d'environnements agressifs, milieux humides ou gazeux, hautes températures peut entraîner la diffusion d'espèces chimiques (H<sub>2</sub>O, O<sub>2</sub>,...) au sein des matrices polymères, éventuellement suivie d'une interaction (réactions chimiques,...) entre les molécules d'eau et le substrat macromoléculaire du polymère. Dans ces conditions, des phénomènes de dégradation associés à l'action de couplages thermo-mécaniques et/ou chimio-diffuso-mécaniques peuvent apparaître affectant la durée de vie et la performance de ces matériaux [10].

Le vieillissement humide des CMO ( $50^{\circ}C < T < 100^{\circ}C$ ) préoccupe particulièrement les industriels du secteur aéronautique, la diffusion de l'eau dans la matrice polymère du composite peut entraîner des phénomènes de gonflement hygroscopique suivie des modifications des propriétés mécaniques (rigidité,...) [10], [4], [9], [5] [2]. L'étude de ces phénomènes et de tous les couplages impliqués nécessite une approche complexe, multi-physique et multi-échelle. Des modèles numériques et expérimentaux ont été développés pour identifier les propriétés mécaniques affectées par la teneur en eau basés sur l'emploi d'échantillons saturés en humidité [9], [2], [3]. Ainsi, les travaux de Simar et al. [2, 3] ont permis d'identifier le module d'Young et le coefficient de Poisson en fonction de la teneur en eau à saturation à l'aide d'essais de traction sur échantillons saturés à différents taux d'humidité (RH%) et à température fixe (T =  $70^{\circ}$ C). L'inconvénient est que ces essais nécessitent un temps de conditionnement et d'identification très longs avec un nombre important d'échantillons (dans [2], un temps de conditionnement d'environ 1500h pour chaque paramètre pour un échantillon de 4mm d'épaisseur). Dans nos précédents travaux, [1], des essais de traction-flexion sur pièces avec gradient d'humidité ont permis d'identifier les propriétés mécaniques affectées par la teneur en eau avec une réduction considérable des temps d'identification (un facteur de réduction de 100 pour la traction et de 400 pour la flexion) et du nombre d'échantillons. Cependant, l'utilisation de ces essais n'a pas permis d'identifier le coefficient de dilatation hygroscopique. Dans la littérature, les travaux de Simar et al. [3] et de Obeid et al. [8] présentent l'identification directe de ce coefficient à l'aide de mesures de variation de volume de l'échantillon. Cependant, un protocole permettant d'identifier simultanément les propriétés mécaniques affectées par l'humidité avec le coefficient de dilatation hygroscopique sur échantillons saturés comme sur échantillons avec gradient d'humidité n'a jamais été mis en place.

L'objectif de ce travail est d'étudier la possibilité d'identifier les propriétés mécaniques affectées par l'humidité et le coefficient de dilatation hygroscopique à l'aide des plaques assujetties à des champs de concentration asymétriques. Ces champs induisent des déflexions permettant d'effectuer les identifications pour des états transitoires.

#### 2 Présentation du problème

Cette étude est menée en considérant un échantillon de configuration plaque mince (Figure 1) homogène et isotrope. De ce fait, un modèle de diffusion de Fick 1D décrivant la cinétique de la diffusion de l'humidité suivant l'épaisseur de l'échantillon est utilisé et permet de récupérer la teneur en eau, m (figure de droite sur Fig.1). Le fait d'imposer des concentrations différentes sur les deux surfaces opposées, génère une distribution asymétrique de concentration en eau selon l'épaisseur de la plaque.

Ensuite, un modèle hygroélastique 2D en contraintes planes décrivant le comportement de la plaque est couplé au modèle de diffusion via les dépendances des propriétés mécaniques et des déformations hygroscopiques de la teneur en eau  $m : \sigma = \mathbf{Q}(m)(\mathbf{E} - \mathbf{E}^H)$  où  $\mathbf{Q}(m)$  est le tenseur d'élasticité dont les composantes dépendent du module d'Young E(m) et du coefficient de Poisson  $\nu(m)$  avec



FIGURE 1 – Géométrie de la plaque et profil de la teneur en eau

 $Q(m) = \frac{E(m)}{1-\nu(m)^2}$ . Dans le cadre de la théorie linéaire des plaques (modèle de Kirchhoff [6]), le tenseur des déformations **E** est donné par  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 - z\mathbf{K}$  avec  $\mathbf{E}^0$  et **K** les tenseurs de déformations de membrane et des courbures respectivement définis par

$$\mathbf{E}^{0} = \begin{cases} \varepsilon_{xx}^{0} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} (\frac{\partial w}{\partial x})^{2} \\ \varepsilon_{yy}^{0} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} (\frac{\partial w}{\partial y})^{2} \\ 2\varepsilon_{xy}^{0} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + (\frac{\partial w}{\partial x}) (\frac{\partial w}{\partial y}) \end{cases}$$
(1) 
$$\mathbf{K} = \begin{cases} k_{xx} = \frac{\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}}{[1 + (\frac{\partial w}{\partial x})^{2}]^{\frac{3}{2}}} \simeq \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \\ k_{yy} = \frac{\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}}{[1 + (\frac{\partial w}{\partial y})^{2}]^{\frac{3}{2}}} \simeq \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \\ 2k_{xy} = \frac{\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}}{[1 + (\frac{\partial w}{\partial x})(\frac{\partial w}{\partial y})} \end{cases}$$
(2)

avec u et v les champs de déplacement plans et w le champ de déplacement hors-plan qui dépendent tous uniquement de (x, y) ([6]). Les termes d'ordre 2,  $(\frac{\partial w}{\partial x})^2$  et  $(\frac{\partial w}{\partial y})^2$  et  $(\frac{\partial w}{\partial y})(\frac{\partial w}{\partial y})$ , sont très petits devant l'unité en raison de l'hypothèse des rotations modérées, conduisant donc à Eq.(2).

Le problème est défini via l'énergie potentielle totale de la plaque,  $E^{tot} = E^d + E^{ext}$  où  $E^d$  est l'énergie de déformation et  $E^{ext}$  le travail des efforts extérieurs. L'énergie de déformation est donnée par  $E^d = \int_V e^d dV$  où V est le volume de la plaque et  $e^d$  est la densité d'énergie de déformation donnée par

$$e^{d} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{Q}(m) \mathbf{E} - \Delta m \ \mathbf{b} \cdot \mathbf{Q}(m) \mathbf{E}$$
(3)

avec b le vecteur des coefficients de dilatation hygroscopique. Le problème décrivant les positions d'équilibre de la plaque est donné par l'Eq.(4).1, l'équation (4).2 traduisant l'équilibre stable de la plaque

$$\begin{cases} \delta E^{tot} = 0\\ \delta^2 E^{tot} > 0 \end{cases}$$
(4)

Afin de résoudre le problème Eq.(4).1, les champs approchés de Rayleigh-Ritz, Eq.(5) ([7]), sont utilisés. Ainsi, Hyer dans [7] suppose que le champ de déplacement hors-plan, w, est une fonction quadratique de x et y (Eq.(5).3) à partir de laquelle il déduit les champs de déplacement plans, u et v cinématiquement admissibles et vérifiant la condition de compatibilité Eq.(6)

$$\begin{cases} u(x,y) = cx - \frac{a^2}{6}x^3 - \frac{ab}{4}xy^2 \\ v(x,y) = dy - \frac{b^2}{6}y^3 - \frac{ab}{4}x^2y \quad (5) \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}^0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}^0}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}^0}{\partial x \partial y} = 0 \quad (6) \\ w(x,y) = \frac{1}{2}(ax^2 + by^2) \end{cases}$$

avec a, b, c et d des constantes. Avec ces relations, Eq.(4) s'écrit sous la forme suivante

$$\begin{cases} \delta E^{tot} = f_1^{nl}(a, b, c, d)\delta a + f_2^{nl}(a, b, c, d)\delta b + f_3^{nl}(a, b, c, d)\delta c + f_4^{nl}(a, b, c, d)\delta d = 0\\ \delta^2 E^{tot} = \frac{\partial f_i^{nl}}{\partial a_j} > 0; \ i = 1, 2, 3, 4; \ a_j = a, b, c, d \end{cases}$$
(7)

conduisant à un système de 4 équations non linéaires en a, b, c et d

$$\begin{cases} f_i^{nl}(a, b, c, d) = 0; \ i = 1, 2, 3, 4\\ \frac{\partial f_i^{nl}}{\partial a_j} > 0; \ i = 1, 2, 3, 4; \ a_j = a, b, c, d \end{cases}$$
(8)

Sous l'effet de l'humidité, la plaque peut présenter plusieurs types de comportements en fonction de ses dimensions planes. Pour mieux comprendre l'identification, une étude de ces comportements est nécessaire.

#### 2.1 Problème direct

La résolution du problème direct consiste à supposer que les propriétés diffuso-mécaniques sont connues et à déterminer les grandeurs *a*, *b*, *c* et *d*.

En linéaire géométrique, le système (8) peut s'écrire sous forme matricielle, Eq.(9), dont les solutions sont données par Eq.(10)

$$\begin{bmatrix} -\overline{Q_{cz}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}} & \overline{Q_{cz}} & \overline{Q_{cz}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & \overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} & -\overline{Q_{cz}^{\nu}} \\ -\overline{Q_{cz}^$$

avec

$$\overline{Q_{c}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} Q(m)dz; \quad \overline{Q_{c}^{\nu}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} \nu(m)Q(m)dz; \quad \overline{Q_{cz}^{\nu}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} \nu(m)Q(m)zdz; \quad A_{c}^{\nu} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} (1+\nu(m))Q(m)\varepsilon_{xx}^{H}dz$$

$$\overline{Q_{cz^{2}}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} Q(m)z^{2}dz; \quad \overline{Q_{cz^{2}}^{\nu}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} \nu(m)Q(m)z^{2}dz; \quad \overline{Q_{cz}} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} Q(m)zdz; \quad ; \quad A_{cz}^{\nu} = \frac{1}{L_{z}} \int_{Z} (1+\nu(m))Q(m)\varepsilon_{xx}^{H}dz$$

$$(11)$$

a et b représentent respectivement les courbures longitudinale et transversale tandis que c et d les déformations longitudinale et transversale. De plus, ces quantités vérifient la condition Eq.(12) et définissent une position d'équilibre stable, autrement dit, elles vérifient la relation (4).2.

$$a = b \text{ et } c = d \tag{12}$$

Les simulations numériques sont effectuées avec les données répertoriées tableau 1

Les évolutions de *a*, *b*, *c* et *d* en fonction de la moyenne de *m* suivant l'épaisseur de l'échantillon ( $\overline{m} = \frac{1}{L_z} \int_{-\frac{L_z}{2}} \frac{L_z}{2} m dz$ ) sont illustrées sur Fig.2



TABLE 1 – Table des données pour le problème direct

FIGURE 2 – Evolution des courbures et déformations de membrane (c and d) en linéaire géométrique

Avec ce type de solution (une seule branche en a, b, c et d), la déformée de la plaque est de type "calotte sphérique" comme illustrée sur Fig.3 (figure de droite).



FIGURE 3 – Formes non déformée et déformée en linéaire géométrique

Dans le cadre non linéaire géométrique, différents types de solutions peuvent être observés à travers Eq.(8) en fonction des dimensions dans le plan de la plaque. En effet, les rapports d'aspect  $(AR_{xz} = \frac{L_x}{L_z}; AR_{yz} = \frac{L_y}{L_z})$  peuvent influencer les solutions du problème direct. Pour un rapport d'aspect de 10 d'une plaque carrée  $(AR_{xz} = AR_{yz})$ , une seule branche solution est observée (Fig.4) en linéaire et en non linéaire géométrique. Dans ce cas, les solutions en linéaire et en non linéaire géométrique sont très proches pour la plage de  $\overline{m}$  explorée. L'impact des non linéarités géométriques est négligeable dans ce cas. Cependant, pour un rapport d'aspect de 100, une branche solution est toujours observée en linéaire géométrique alors qu'en non linéaire géométrique, 3 solutions réelles sont obtenues à partir d'un point critique. Chacune de ces solutions est représentée par une branche sur Fig.5 en fonction de  $\overline{m}$ . Avant le point critique (la branche AB), les solutions définissent un état d'équilibre stable. De plus, sur cette branche, la condition (12) est toujours vérifiée. Cependant, parmi les 3 branches solutions, seule la branche BD définit un état d'équilibre instable. Sur cette branche, la condition (12) reste satisfaite et



FIGURE 4 – Evolution des courbures (a et b) et déformations de membrane (c et d) en linéaire et non linéaire géométrique pour  $AR_{xz} = AR_{yz} = 10$ 



FIGURE 5 – Evolution des courbures (a et b) et déformations de membrane (c et d) en linéaire et non linéaire géométrique pour  $AR_{xz} = AR_{yz} = 100$ 

la déformée de la plaque est de type "calotte sphérique" (Fig.3). La branche BE traduit une importante courbure dans la direction x tandis que la branche BC représente une courbure dans la direction y qui tend asymptotiquement vers zéro. Dans la direction y, la branche BE correspond à BC et vice-versa. Cela représente une déformée de type "cylindre" concave d'axe y (Fig.6)



FIGURE 6 – Formes non déformée et déformée en non linéaire géométrique

Maintenant que nous avons étudié les comportements des solutions des problèmes directs en a, b, c et

d, l'identification peut être mise en place.

#### **3** Identification

L'identification consiste à résoudre de manière inverse le problème (8) afin de déterminer les propriétés mécaniques ( $\beta$ ,  $\nu$  et E(m)) affectées par la teneur en eau en utilisant les données expérimentales (a, b, c et d) générées par le problème direct. Les résultats de l'identification sont illustrés pour 2 cas particuliers

$$\beta; \nu, E \text{ indépendants de } m$$
 (13)

$$\beta, \nu$$
 indépendants de  $m$  et  $E(m) = \alpha m + \eta$  (14)

pour les deux types d'approches, linéaire et non linéaire géométrique.

#### 3.1 Identification en linéaire géométrique

Cette approche permet d'exprimer analytiquement les paramètres à identifier. Ainsi, avec la condition (13), l'équation (10) est réduite sous forme de Eq.(15) entrainant l'identification de  $\beta$  (Eq.(16))

$$\begin{cases} a = b = \frac{12\beta\overline{mz}}{L_z^2} \\ c = d = \beta\overline{m} \end{cases} \quad (15) \qquad \Longrightarrow \begin{cases} \beta_1 = \frac{c}{\overline{m}} \\ \beta_2 = -\frac{aL_z^2}{12\overline{mz}} \end{cases} \quad (16)$$
$$\overline{mz} = \frac{1}{L_z} \int_{Z} mz dz$$

avec

Nous pouvons remarquer qu'avec cette condition,  $\nu$  et E ne peuvent pas être identifiés avec cet essai. Néanmoins, ils peuvent être identifiés sur un échantillon sec (avant conditionnement) en associant d'autres essais (traction, flexion,...) à l'essai considéré dans cette étude.

Avec la condition (14), l'équation (10) s'écrit sous la forme de Eq.(17) conduisant à l'identification de  $\beta$  et de  $\alpha$ , l'identification de  $\nu$  et  $\eta$  étant impossible avec cet essai

$$\begin{cases} h_1 \beta^2 + h_2 \beta + h_3 = 0\\ \alpha = \frac{(\beta \overline{m} - c)\eta}{\overline{m}c - \overline{m}za - \beta \overline{m}^2} \end{cases}$$
(17)

L'approche en linéaire géométrique permet d'identifier  $\beta$  pour les 2 conditions ((13) et (14)).  $\alpha$  n'est identifié que lorsque E(m) dépend linéairement de m. Nous pouvons remarquer que les identifications de  $\nu$  et  $\eta$  ne sont pas possibles avec l'essai considéré.

#### 3.2 Identification en non linéaire géométrique

En non linéaire géométrique, les identifications ont été effectuées dans le cas d'une seule branche solution et sur la branche avant le point critique. Ainsi, avec la condition (13),  $\beta$  et  $\nu$  sont exprimés sous les formes suivantes

$$\beta = \frac{48c - a^2 L_x^2}{48\overline{m}}$$

$$\nu = -\frac{A(\beta) + 1152(640\beta\overline{mz} + a^3 L_x^4)}{A(\beta) + 640(a^3 L_x^4 + 1152\beta\overline{mz})}$$
(18)

avec

$$A(\beta) = 737280[a(\frac{L_z^2\overline{m}}{12} + \frac{\beta\overline{m}}{24}) - \frac{acL_x^2}{24}]$$

tandis que pour la condition (14), un système non linéaire en  $\alpha$  et  $\beta$  est résolu.

 $\beta$  peut encore être identifié avec l'approche non linéaire géométrique avec les 2 conditions ((13) et (14)). L'identification de  $\alpha$  n'est possible que lorsque E(m) est une fonction linéaire de m.  $\nu$  a pu être identifié avec la condition (13) dans le cas linéaire géométrique,  $\nu$  n'est jamais identifié avec cet essai.

#### 4 Résultats numériques

Le modèle de diffusion a été traité séparément par un schéma aux différences finies. Les données expérimentales générées par le problème direct ont été utilisées pour l'identification des paramètres. Dans les cas où certains paramètres ne sont pas identifiés, ils sont supposés identifiés sur un échantillon sec en associant d'autres essais à notre essai et valent  $\eta = 3, 14$ GPa et  $\nu = 0, 35$ .

#### 4.1 Linéaire géométrique

Lorsque  $\beta$ ,  $\nu$  et E sont indépendants de m (condition 13), la figure 7 illustre les évolutions de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  (Eq.(16)) en fonction de  $\overline{m}$  et montre que les 2 expressions sont égales à la valeur cible  $\beta = 0, 22$ .



FIGURE 7 – Identification de  $\beta$  en linéaire géométrique lorsque E est indépendant de m

Cependant, lorsque le module d'Young est une fonction linéaire de m(condition (14)), 2 valeurs différentes de  $\beta$  ont été identifiées. L'une est constante et l'autre dépend de  $\overline{m}$  mais toutes deux convergent vers la valeur cible de  $\beta$  à partir d'un certain temps comme nous pouvons le voir sur Fig.8. La valeur constante de  $\beta$  est utilisée pour identifier  $\alpha$  comme représenté sur Fig.8.



FIGURE 8 – Identification de  $\beta$  et  $\alpha$  en linéaire géométrique pour une dépendance linéaire de E(m)

#### 4.2 Non linéaire géométrique

En non linéaire géométrique sur la branche solution avant le point critique,  $\beta$  et  $\nu$  sont donnés par Eq.(18). Dans le cas de la condition (13), ils sont indépendants de m et sont égaux à leurs valeurs cibles respectives. La figure 9 illustre leurs évolutions en fonction de  $\overline{m}$ . Lorsque E(m) est une fonction



FIGURE 9 – Identification de  $\beta$  et  $\nu$  en non linéaire géométrique avant le point critique pour une dépendance linéaire de E(m)

linéaire de m,  $\beta$  et  $\alpha$  ont été identifiés. Sur la figure 10, nous pouvons observer 2 solutions pour chaque paramètre. L'une est constante et l'autre varie en fonction de  $\overline{m}$ . En présence de ces 2 solutions, la valeur constante est choisie en cohérence avec la modélisation.

#### 5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié la possibilité d'identifier les propriétés mécaniques affectées par l'humidité à l'aide de champs de concentration asymétriques pour des matériaux composites à matrice polymère de configuration plaque mince. L'étude est menée à travers des simulations numériques et est basée sur un modèle faiblement couplé diffuso-mécanique 1D en diffusion et 2D mécanique en contraintes planes avec un comportement isotrope de la résine. Le problème d'identification est écrit



FIGURE 10 – Identification de  $\beta$  et  $\alpha$  en non linéaire géométrique avant le point critique pour une dépendance linéaire de E(m)

via la minimisation de l'énergie potentielle totale de la plaque en utilisant des champs approchés de Rayleigh-Ritz. L'étude du problème direct a permis d'illustrer les différentes déflexions du matériau après absorption d'humidité en fonction des dimensions planes de la plaque. Les résultats de l'identification ont été illustrés sur 2 conditions particulières de dépendance des paramètres à identifier à la teneur en eau. Ainsi, il a été montré que l'identification du coefficient de dilatation hygroscopique est possible dans les 2 approches, linéaire et non linéaire géométrique, et pour tous les profils considérés des paramètres à identifier. De plus,  $\alpha$  n'est identifié que lorsque le module d'Young dépend linéairement de la teneur en eau. Cependant, le coefficient de Poisson n'est identifié qu'en non linéaire géométrique lorsque tous les paramètres à identifier sont supposés indépendants de la teneur en eau. Par ailleurs, l'identification de E n'a pas été possible lorsque E est supposé indépendant de m ainsi que celle de  $\eta$ quand E(m) est linéaire. En non linéaire géométrique, l'identification n'a été explorée que sur le cas d'une seule branche solution et sur la branche avant le point critique lorsque 3 branches solutions sont observées. Cette étude a permis d'identifier les propriétés mécaniques affectées par l'humidité et plus particulièrement le coefficient de dilatation hygroscopique.

Des études approfondies sont en cours de réalisation pour détecter le point de bifurcation et effectuer des identifications possibles après ce point sur les branches stables.

#### Remerciements

Ce travail, en grande partie effectué durant ma thèse, a été soutenu par l'Etat français à travers le programme Investissement d'Avenir (LABEX INTERACTIFS, référence ANR-11-LABX-0017-01)

#### Références

- Djato A., Beringhier M., and Gigliotti M. Identification of moisture affected mechanical properties of polymer matrix materials by the employment of samples with moisture gradients. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2018.1536933, 2018.
- [2] Simar A. Impact du vieillissement humide sur le comportement d'un composite à matrice organique tissé fabriqué par injection RTM : mise en évidence d'un couplage entre absorption d'eau

*et thermo-oxydation de la matrice*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aéronautique (ENSMA), 2014.

- [3] Simar A., Gigliotti M., Grandidier J. C., and Ammar-Khodja I. Evidence of thermo-oxidation phenomena occurring during hygrothermal aging of thermosetting resins for rtm composite applications. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 66 :175–182, 2014.
- [4] Shen C. H. and Springer G. S. Moisture absorption and desorption of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 10 :2–20, 1976.
- [5] Shen C. H. and Springer G. S. Environmental effects on the elastic moduli of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 11:250–264, 1977.
- [6] Zara F. Modèle mécanique d'une plaque mince. PhD thesis, Université de Lyon HDR, 2017.
- [7] Hyer M. W. Calculation of the room-temperature shape of unsymmetric laminates. *Journal of Composite Materials*, 15:296–310, 1981.
- [8] H. Obeid, Clement A., Freour S., Jacquemin F., and Casari P. On the identification of the coefficient of moisture expansion of polyamide-6 : Accounting differential swelling strains and plasticization. *Mechanics of Materials*, 118 :1–10, 2018.
- [9] C. H. Shen and G. S. Springer. Effects of moisture and temperature on the tensile strength of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 11:2–16, 1977.
- [10] Weitsman Y. J. Fluids Effects in Polymers and Polymeric Composites. Springer, 2012.