

# Détermination de la durée de vie en fatigue oligocyclique à partir de la méthode de l'opérateur de localisation ajustable : Application aux instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme

Y. CONGARD<sup>a,b</sup>, L. SAINT-SULPICE<sup>a</sup>, S. ARBAB CHIRANI<sup>a</sup>,  
S. CALLOCH<sup>b</sup>

a. Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRDL UMR CNRS 6027) – École Nationale d'Ingénieurs de Brest (ENIB)

b. Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRDL UMR CNRS 6027) – École Nationale Supérieure de Techniques Avancées Bretagne (ENSTA Bretagne)

## Résumé :

*Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sont couramment utilisés pour la conception d'instruments de préparation canalaires. La transformation martensitique présents dans ces alliages, leurs confèrent une grande déformation réversible. Ces propriétés permettent à l'instrument de suivre la trajectoire plus ou moins complexes des racines présentes dans la dent infectée. Cependant, lors de la réalisation du traitement endodontique des occurrences de rupture sont observées. Une des origines est attribué au phénomène de fatigue oligocyclique. L'objectif de cette étude est de proposer une démarche numérique de dimensionnement en fatigue oligocyclique des instruments endodontiques en AMF. Le chargement de flexion rotative imposé à l'instrument au cours du traitement, engendre des zones de transformation confinées au lieu de concentration de contraintes. Classiquement, la méthode des éléments finis non-linéaire (EF) est utilisée pour déterminer la réponse mécanique de la structure. Cette méthode numérique dans le cadre de la fatigue oligocyclique à l'inconvénient d'être chronophage en temps de calcul. De ce fait, un nombre important de méthode dite simplifiée (MS) ont été proposées depuis les années 1961[Neuber, 1961] pour estimer rapidement la réponse locale (au(x) point(s) critique(s)) d'une structure. Cependant, ces méthodes basées sur des heuristiques souffrent de limitations. Récemment, deux nouvelles MS basée sur des techniques de localisation [Herbland, 2009] [Darlet, 2014] permettent de déterminer la réponse non-linéaire cyclique au(x) point(s) critique(s), pour un chargement multiaxial non-proportionnel. La démarche proposée dans ce travail s'appuie sur les MS de Herbland et de Darlet pour tout d'abord déterminer le comportement stabilisé au(x) point(s) critique(s). Puis un critère de fatigue énergétique est envisagé afin de déterminer la durée de vie de la structure.*

## Abstract :

*Shape Memory Alloys are commonly used in the design of endodontic instruments to devitalize decayed teeth. Martensitic transformation present in these alloys, give them an important reversible deformation. This property, called super-elasticity phenomenon, allow instrument to follow the complex geometry of the root canal present in the infected tooth. However, their use sometimes results in fatigue failure at low number of cycles (LCF) due to rotational bending loading. The objectives of this work are to study and predict the low cycle fatigue lifetime of endodontic instruments made of NiTi shape memory alloy. Lifetime of structural components is often controlled by notches and stress concentrations where non-linear behaviour of material can be developed. Non-linear finite element analysis (FEA) is often used to calculate local response of the material, which can still be prohibitive for lifetime prediction. Consequently, there is a need for fast estimation methods to predict non-linear behaviour at stress concentrations. Neuber [Neuber, 1961] was the first author to propose a plastic uniaxial correction method to deduce elastic-plastic stress and strain state from an elastic solution. Many simplified method (SM) are available in the literature based on heuristic approach. However, all these propositions suffer some limitations; they are often limited to given geometries and can't deal with both plane stress and plane strain conditions. More recently, a completely new approach has been proposed based on localization techniques [Herbland, 2009], [Darlet, 2014]. The general formulation of this method allows the possibility to address non-proportional loading sequences. This new approach is apply to calculate the stress and the strain tensor at the critical point of endodontic instruments. Then an energetic criterion will be used in order to estimate the fatigue lifetime of this structure.*

**Mots clefs : Fatigue oligocyclique, Durée de vie, Méthode Simplifiée OLA, Neuber, AMF**

## 1 Introduction

Les instruments endodontiques (figure 01.a) sont utilisés lors de l'opération de dévitalisation afin de nettoyer une dent infectée par une carie (figure 01.b). Cependant, lors de cette opération réalisée par le dentiste, des occurrences de rupture en service sont observées. Une des origines de cette rupture est associée au phénomène de fatigue. Les instruments sont constitués d'une géométrie élancé et complexe définie par un profil hélicoïdal. Lors du traitement, un chargement mécanique de flexion rotative cyclique est appliqué à l'instrument. La sollicitation mécanique engendre des zones de comportement non-linéaire confiné au lieu des zones de concentration de contraintes de la structure. Ces sites, sont des lieux privilégiés d'amorçage de fissure de fatigue.



Figure 01 : Utilisation d'un instrument endodontique (a) instrument endodontique, (b) opération de dévitalisation.

L'objectif de l'étude est de proposer un outil numérique d'aide au dimensionnement en fatigue oligocyclique des instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme en NiTi. La démarche numérique proposée doit être à même d'estimer la durée de vie de la structure en service.

La méthode des éléments finis non-linéaire est classiquement utilisée pour déterminer le comportement non-linéaire au(x) point(s) critique(s) de la structure. Cependant, dans le cadre de la fatigue oligocyclique ou le chargement est répété, cette méthode peut engendrer un temps de calcul important. Cette approche numérique n'est donc pas adaptée à un contexte industriel. Des méthodes dites simplifiées ont alors été proposées dans la littérature depuis les années 1961 [Neuber, 1961] pour, tout d'abord, estimer le comportement uniaxial non-linéaire en fond d'entaille. De nombreuses méthodes simplifiées (MS) [Molski et Glinka, 1981] [Hoffmann, 1985], [Moftakhar, 1995] basées sur des heuristiques ont ensuite été proposées pour résoudre un problème multiaxial. Cependant, toutes ces méthodes souffrent de limitations ; elles sont restreintes à des géométries particulières et ne peuvent traiter les hypothèses de déformations et de contraintes planes dans un même cadre.

Plus récemment, un nouveau formalisme de MS basées sur des lois de localisation a été proposé [Herbland, 2009], [Darlet, 2014]. Ce cadre plus généraliste, permet d'estimer le comportement pour un chargement multiaxial non-proportionnel cyclique. Cette approche est utilisée pour estimer le comportement non-linéaire confiné en fond d'entaille de la structure. Les tenseurs des contraintes et déformations stabilisés sont ainsi calculés au(x) point(s) critique(s) de l'instrument.

Un critère de fatigue est ensuite à appliquer afin de déterminer la durée de vie de la structure.

## 2 Présentation MS OLA

Dans cette section les MS de Herbland et de Darlet sont présentées. Ces deux approches basées sur des lois de localisation sont utilisées pour déterminer le tenseur des contraintes et déformations stabilisés au(x) point(s) critique(s) d'une structure.

### 2.1 Opérateur de localisation de Herbland

Herbland propose en 2009 d'assimiler le problème de plasticité confinée présent en fonds d'entaille, à un problème équivalent d'homogénéisation de Kröner (figure 2). Pour ce faire, la zone de plasticité confinée située en I (en fond d'entaille) est représentée par une inclusion élasto-plastique entourée par une matrice élastique infinie. Le modèle de Kröner permet alors de relier le tenseur des contraintes  $\widetilde{\sigma}^I$  et déformations plastiques  $\widetilde{\varepsilon}_p^I$  locale au point critique I au chargement macroscopique élastique  $\widetilde{\sigma}^M$ . La relation proposée par Herbland établie pour une hypothèse de plasticité confinée est :

$$\widetilde{\sigma}^I = \widetilde{\sigma}^M - \overline{L}^H : \widetilde{\varepsilon}_p^I \quad (1)$$

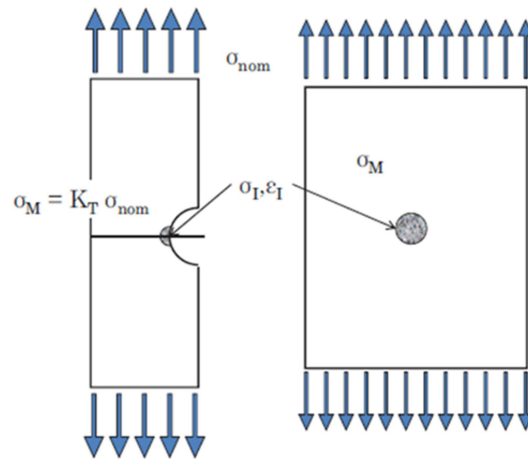


Figure 02 : Équivalence entre plasticité confinée et problème d'homogénéisation (illustration extrait de [Plessis, 2013]).

Où le paramètre  $\overline{\overline{L^H}}$  est un tenseur d'ordre quatre dépendant de la géométrie et de la loi de comportement matériau dans la zone de plasticité confinée. Ce paramètre doit donc être identifié pour chaque cas de plasticité confinée étudié. Un algorithme d'identification est proposé par l'auteur, en se basant sur les résultats de deux calculs par éléments finis. Tout d'abord, un premier calcul éléments finis non linéaire représentant le comportement non-linéaire du matériau sollicité par un chargement monotone doit être réalisé. Ce calcul permet de fournir l'évolution des contraintes et déformations locales réelles. Cette solution est considérée comme référente. Ensuite, un calcul éléments fini linéaire de la structure en supposant un comportement élastique du matériau doit être effectué. Cette simulation permet d'évaluer les contraintes en fond d'entaille que fournit un calcul en élasticité pour un chargement monotone. La dernière étape consiste à identifier les paramètres de l'opérateur de localisation  $\overline{\overline{L^H}}$ . Pour cela, une boucle d'optimisation est utilisée afin de minimiser une fonction coût reliant les résultats des deux calculs éléments finis et ceux de la MS au point de chargement maximal [Plessis, 2013].

## 2.2 Opérateur de localisation de Darlet

En 2014, Darlet part du constat qu'une grande partie des fissures de fatigue s'initie en surface, au lieu de concentration de contraintes ou de défauts. L'auteur dans ces travaux, suppose la présence de plasticité confinée. Il réalise de manière similaire l'analogie d'une inclusion élasto-plastique englobée par une matrice élastique, initiée dans les travaux de Herbland. Cependant, Darlet résout ce problème de transition d'échelle en utilisant la loi de localisation de Sauzay [Sauzay, 2000]. Dans cette approche le formalisme d'une inclusion hémisphérique élasto-plastique noyée dans une matrice élastique positionnée en surface est supposé (figure 03). Darlet propose alors d'appliquer cette loi de localisation pour ainsi relier le chargement macroscopique élastique  $\widetilde{\sigma}^M$  aux grandeurs locales  $\widetilde{\sigma}^I$  et  $\widetilde{\varepsilon}_p^I$ . La MS de Darlet s'exprime de manière analogue à celle de Herbland par la relation :

$$\widetilde{\sigma}^I = \widetilde{\sigma}^M - \overline{\overline{L^D}} : \widetilde{\varepsilon}_p^I \quad (2)$$

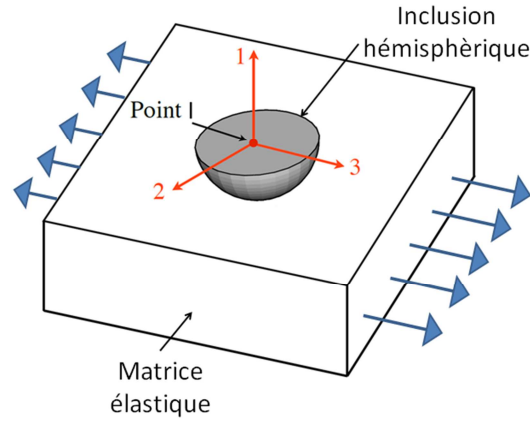


Figure 03 : Illustration de la loi de localisation hémisphérique en surface utilisé par Darlet. (illustration extrait de [Darlet, 2014]).

La différence majeure est la détermination de l'opérateur de localisation de Darlet noté,  $\overline{\overline{L^D}}$ . Cet opérateur de localisation est défini suivant les travaux de Sauzay [Sauzay, 2000]. Tel que tous les coefficients sont nuls sauf :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{2222}^D = L_{3333}^D = 2G(1 - \beta)Z \\ L_{2233}^D = L_{3322}^D = 2G(1 - \beta)zZ \\ L_{2323}^D = L_{3223}^D = L_{3232}^D = L_{2332}^D = 2G(1 - \beta)Z \frac{1-z}{2} \end{array} \right. \quad (3)$$

Où  $G$  est le module de cisaillement calculé comme :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4)$$

$\beta$  est le facteur de localisation d'une inclusion plastique dans une matrice élastique telle que proposée par Eshelby en 1958 par :

$$\beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \quad (5)$$

La valeur de  $Z$  a été évaluée à 1.79 par Deperrois [Deperrois, 1991] comme la valeur du rapport des contraintes au centre d'une inclusion hémisphérique en surface. De plus, Darlet a démontré que :

$$z = \frac{a-b-\nu+ab\nu}{ab+\nu(a-b)-1} \quad (6)$$

Où  $a$  et  $b$  sont deux paramètres déterminés à partir de deux simulations éléments-finis élastique. Un premier calcul élastique avec les paramètres réels du matériau  $E$  et  $\nu$  permet de déterminer la valeur initiale de  $a$  :

$$a = \frac{\Sigma_{33} - \nu \Sigma_{22}}{\Sigma_{22} - \nu \Sigma_{33}} \quad (7)$$

Un deuxième calcul élastique avec un coefficient  $\nu = 0.5$  permet de représenter une transformation isochore. En pratique, les calculs de structure en élasticité incompressible sont menés avec un comportement quasi-incompressible  $\nu \approx 0.495$ .

$$b = \frac{\sigma_{33} - \nu \sigma_{22}}{\sigma_{22} - \nu \sigma_{33}} \quad (8)$$

### 3 Application MS OLA : Epreuve diablo en AMF

Une machine de flexion rotative (MFR) (figure 04.a) a été développée au laboratoire afin de représenter le chargement mécanique observé par les instruments endodontiques en service. Ce dispositif expérimental permet d'étudier la tenue en fatigue à l'échelle du matériau, via une éprouvette diablo en AMF (figure 04.b) ou à l'échelle de la structure sur instrument.

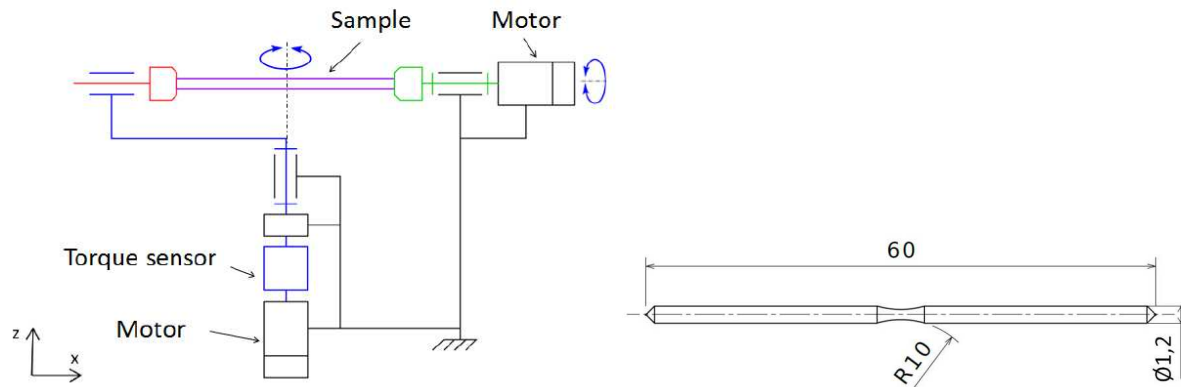


Figure 04 : (a) Machine de flexion rotative, (b) géométrie de l'éprouvette diablo.

La MS OLA a été implantée numériquement sur ce cas d'étude afin d'estimer le comportement non-linéaire stabilisé au point critique d'une éprouvette diablo. Tout d'abord, une modélisation EF non-linéaire du dispositif en configuration de fatigue a été réalisée afin d'obtenir un résultat numérique de référence (figure 05).

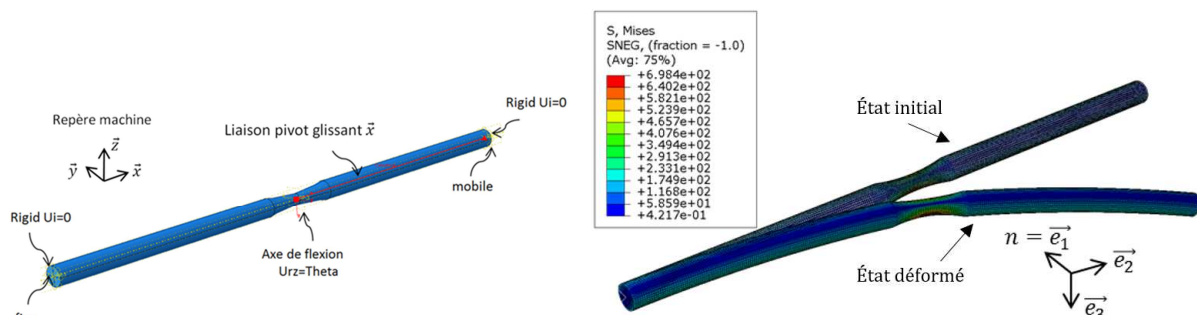


Figure 05 : Modélisation EF d'un essai de fatigue sur la MFR. (a) Conditions aux limites, (b) champs de contraintes de Von Mises.

Le modèle EF mis en place a également permis d'identifier les paramètres de localisation de chacune des MS. Pour cela une simulation non-linéaire monotone avec le comportement réel du matériau ainsi qu'une simulation élastique est nécessaire pour identifier l'opérateur de Herbland. Pour l'opérateur de Darlet uniquement deux simulations élastiques sont à effectuer avec un coefficient de Poisson représentatif du matériau et un coefficient de Poisson proche de 0.5. Une implantation numérique utilisant la méthode du return-mapping permet alors de résoudre la MS OLA (équ. 1).

Les résultats numériques (figure 06) montrent tout d'abord que la sollicitation de flexion rotative engendre un état majoritairement uniaxial, suivant l'axe 2. Les MS de Darlet et de Herbland estiment correctement l'état stabilisé de la structure au point critique (au centre du diablo), comparé à la méthode des EF. De plus, il est à noter que les MS estiment l'état stabilisé en moins de 10s, alors qu'environ une dizaine d'heures ont été nécessaires pour la méthode EF.

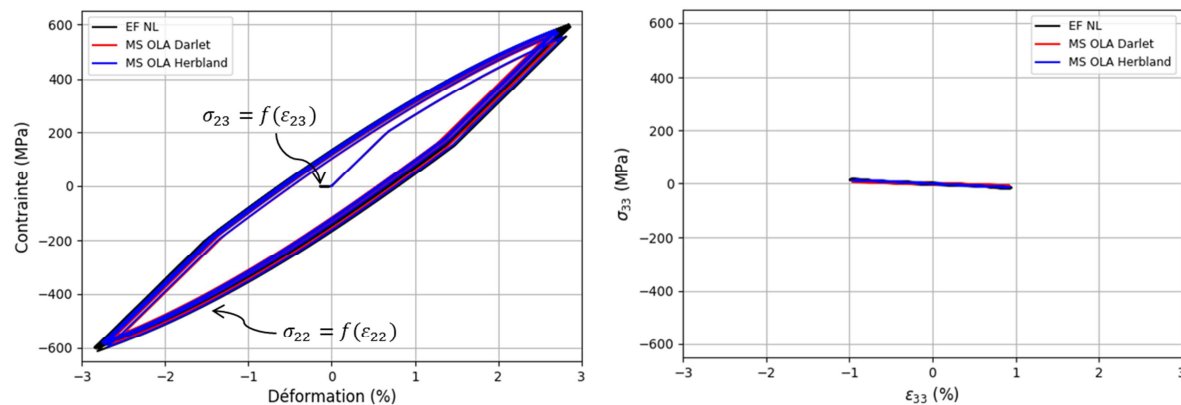


Figure 06 : Résultats de la MS OLA. (a) Évolution cyclique locale direction 22 et 23, (b) évolution cyclique locale direction 33.

## 4 Conclusion

Une méthode simplifiée basée sur les lois de localisation est présentée pour estimer le tenseur des contraintes et déformation au(x) point(s) critique(s) d'une structure. Ces grandeurs mécaniques déterminées ont pour objectif d'être introduite comme paramètre d'entrée d'un critère de fatigue. Cette démarche permet ainsi d'estimer rapidement la durée de vie d'une structure en fatigue oligocyclique.

## Références

[Darlet, 2014] A. Darlet. Estimation rapide en surface de la triaxialité des contraintes et de la plasticité : application aux disques et aux aubes de turbine de turboréacteurs. Thèse de doctorat Ecole Normale supérieure de Cachan. 2014.

[Deperrois, 1991] A. Deperrois . Sur le calcul de limites d'endurance des aciers. Thèse de doctorat de l'école Polytechnique. 1991.

[Herbland, 2009] T. Herbland. Une méthode de correction élastoplastique pour le calcul en fatigue des zones de concentration de contraintes sous chargement cyclique multiaxial non proportionnel. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2009.

[Hoffmann, Seeger, 1985] T. Hoffmann and M. Seeger. "A generalized method for estimating multiaxial elastic-plastic notch stresses and strains. Part I: Theory. J. Eng. Mater. Technol. 107, 250-254.

[Moftakhar et al, 1995] A Moftakhar, A Buczynski., G Glinka, Calculation of elasto-plastic strains and stresses in notches under multiaxial loading. Int. J. Fract. 70, 357-373.

[Molski, Glinka, 1981] Molski and Glinka. A method of elastic plastic stress and strain calculation at a notch root. Material Science and Engineering, vol 50, pp 93-100. 1981

[Neuber, 1961] H. Neuber. Theory of stress concentration for shear-strained prismatic bodies with arbitrary non-linear stress-strain law. J Appl. Mech. 28, 544-551. 1961

[Plessis, 2013] S. Plessis. Ingénierie de modèles pour la prévision rapide de la tenue en fatigue oligocyclique des assemblages soudés. Thèse de doctorat. Université de Bretagne Occidentale. 2013

[Sauzay, 2000] M. Sauzay. Effets de surface et d'anisotropie en fatigue multiaxiale. Thèse de doctorat. Université Paris 6. 2000.