

# Étude du gonflement d'une suspension de fibres à la sortie d'une buse d'imprimante 3D

D. MEZI<sup>a</sup>, G. AUSIAS<sup>a</sup>, J. FÉREC<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Univ. Bretagne Sud, UMR CNRS 6027, IRDL, F-56100 Lorient, France

## Résumé :

*Les polymères chargés de fibres sont utilisés dans l'impression 3D pour améliorer les propriétés mécaniques des pièces finales. Le filament chargé de fibres est extrudé et ensuite déposé. La distribution d'orientation des fibres a un effet direct sur les propriétés mécaniques du produit. Pour déterminer l'orientation des fibres dans la pièce imprimée, il est important de comprendre l'interaction entre l'écoulement et l'orientation des fibres. Une modélisation numérique permet de prédire ces états d'orientation en utilisant des modèles qui décrivent le mouvement des fibres dans un écoulement fluide. Ce travail s'intéresse à la distribution d'orientation des fibres à la sortie d'une buse d'impression 3D et à son effet sur la forme de la surface libre. Une première simulation sert à valider l'implémentation numérique du modèle du gonflement avec un écoulement d'un fluide newtonien et par la suite l'ajout de la dynamique d'orientation des fibres est considéré. Les résultats du calcul permettent d'étudier l'orientation des fibres à la sortie de la buse de l'imprimante et l'effet du modèle couplé sur la forme finale de la surface libre.*

## Abstract :

*Fiber-filled polymers are used in 3D printing to enhance mechanical properties of the final parts. The reinforced filament is extruded and then deposited. The fiber orientation distribution has a direct effect on the mechanical properties of the product. To determine the fiber orientation in the 3D printing part, it is important to understand the interaction between the suspension flow and the fiber orientation. Numerical modelling allows to predict the orientation states using models that describe the movement of fibers in a flow. This work focuses on the fiber orientation distribution at the nozzle exit of a 3D printing and its effect on the shape on the free surface. At first numerical prediction is used to validate the implementation of the swelling model of a Newtonian fluid and then the fiber stress contribution is investigated. The numerical results allow to study the fiber orientation at the nozzle exit. The fully coupled model shows the influence of the the fiber stress contribution on the final die swell.*

**Mots clefs : Suspension de fibres, orientation, gonflement, surface libre, modélisation numérique.**

## 1 Introduction

Les thermoplastiques chargés en fibres sont utilisés dans l'impression 3D. Le filament chargé est introduit dans la buse d'impression, ensuite extrudé et déposé sur le plateau d'imprimante. La distribution

d'orientation des fibres influence sur les propriétés mécaniques du produit final. Par conséquent, il est important de comprendre l'interaction entre l'écoulement d'une suspension de fibres et leurs orientations.

Jeffery [1] a proposé un modèle analytique qui permet d'étudier le mouvement d'une fibre dans l'écoulement d'un fluide newtonien. Ce modèle est utilisé pour prédire l'orientation de fibres dans une suspension diluée où les interactions entre les fibres sont négligées. Folgar et Tucker [2] ont ajouté un terme de diffusion dans l'équation de Jeffery qui permet de prendre en compte les interactions entre fibres dans une suspension non-diluée. Ces modèles sont utilisés dans la prédiction numérique du comportement d'une suspension de fibres lors de sa mise en forme et leur effet sur l'évolution du gonflement à la sortie de la filière. Ce dernier, également connu sous le nom l'effet Barus, se produit lors de l'extrusion des polymères fondus où le rapport entre diamètre de la matière extrudée est plus grand que le diamètre de la filière. Tanner [3] a proposé un modèle pour décrire ce phénomène en fonction des contraintes normale et tangentielle à la paroi.

Lee [4] a présenté un modèle numérique en 2D axisymétrique qui permet de prédire l'orientation des fibres dans le gonflement de la surface libre. La contribution des fibres est ajoutée à un écoulement d'un fluide newtonien. Les résultats finaux ont montré que le gonflement final dépend du taux de fibres ajoutées, plus il y a un taux de fibre élevé plus la surface libre gonfle. Récemment, Heller [5] a proposé un modèle de calcul du gonflement. Ce modèle permet de calculer le gonflement d'un fluide newtonien et de prédire l'état d'orientation des fibres.

Ce travail présente un modèle numérique qui permet de prédire l'influence de l'ajout des fibres sur l'évolution de la surface libre et d'étudier leurs états d'orientation finale. Dans la section 2 sont présentées les équations qui permettent de décrire le modèle numérique. La section 3 est dédiée à la description de l'implémentation numérique du gonflement avec l'orientation des fibres.

## 2 Équations d'équilibres pour une suspension de fibres

L'écoulement d'une suspension de fibres est décrit par les équations de continuité et de quantité de mouvement suivantes

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \vec{0} \quad (2)$$

où  $\vec{u}$  le vecteur vitesse.  $\underline{\underline{\sigma}}$  représente la contrainte d'un fluide chargé de fibres et est donnée par

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\sigma}}_m + \underline{\underline{\sigma}}_f \quad (3)$$

où  $-p\underline{\underline{I}}$  est la partie hydrostatique avec  $p$  la pression hydrostatique et  $\underline{\underline{I}}$  le tenseur identité.  $\underline{\underline{\sigma}}_m$  et  $\underline{\underline{\sigma}}_f$  sont respectivement les contraintes de la contribution du fluide et des fibres

$$\underline{\underline{\sigma}}_m = 2\eta_0 \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_f = 2\eta_0 N_p \underline{\underline{a}}_4 : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \quad (5)$$

avec  $\eta_0$  est la viscosité newtonienne du polymère.  $N_p$  est un coefficient de couplage qui dépend de la fonction volumique des fibres et de leur rapport de forme.

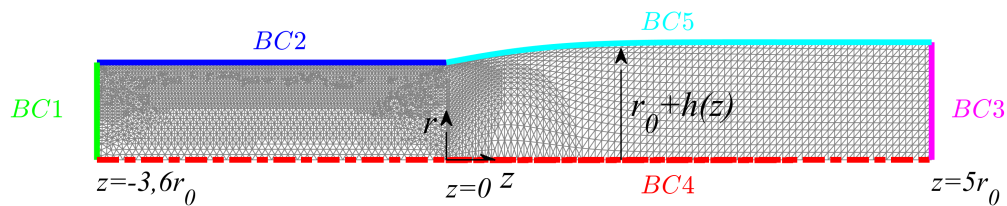


FIGURE 1 – Condition aux limites dans le modèle du gonflement

Les tenseurs d'orientation  $\underline{\underline{a}}_2$  et  $\underline{\underline{a}}_4$  sont définis respectivement par [6]

$$\underline{\underline{a}}_2 = \int_{\vec{p}} \vec{p}\vec{p}\psi(\vec{p}, t) d\vec{p} \quad (6)$$

$$\underline{\underline{a}}_4 = \int_{\vec{p}} \vec{p}\vec{p}\vec{p}\vec{p}\psi(\vec{p}, t) d\vec{p} \quad (7)$$

où  $\vec{p}$  est le vecteur unitaire qui décrit l'orientation d'une fibre et  $\psi(\vec{p}, t)$  est la fonction de distribution d'orientation.

L'équation d'évolution temporelle de  $\underline{\underline{a}}_2$  est dérivée de l'équation de Jeffery en prenant en compte les interactions entre les fibres [2]

$$\frac{D\underline{\underline{a}}_2}{Dt} = \frac{\partial \underline{\underline{a}}_2}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \underline{\underline{a}}_2 = \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{\underline{a}}_2 - \underline{\underline{a}}_2 \cdot \underline{\underline{\Omega}} + \lambda(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \cdot \underline{\underline{a}}_2 + \underline{\underline{a}}_2 \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - 2\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} : \underline{\underline{a}}_2) + 2C_I \bar{\varepsilon} (\underline{\underline{I}} - 3\underline{\underline{a}}_2) \quad (8)$$

avec  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$  et  $\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} - \nabla \vec{u}^T)$  les tenseurs de vitesse de déformation et rotation.  $\bar{\varepsilon}$  est le taux de déformation généralisé et s'écrit  $\bar{\varepsilon} = \sqrt{2\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}}$ . Le coefficient interaction  $C_I$  est un nombre sans dimension intrinsèque au matériau.

L'approximation de fermeture IBOF (invariant-based optimal fitting) [7] est utilisée pour exprimer le tenseur d'orientation d'ordre 4  $\underline{\underline{a}}_4$  en fonction de  $\underline{\underline{a}}_2$  et de ses invariants.

### 3 Présentation du modèle numérique

Une géométrie en 2D axisymétrique de rayon  $r_0$  est choisie pour modéliser l'extrusion d'une suspension de fibres à la sortie d'un capillaire cylindrique. Cette étude est réalisée pour un fluide incompressible et isotherme. Le rayon initial  $r_0$  est réglé à 0.25 mm (Fig. 1) et les longueurs de la filière et de la surface libre sont respectivement prises égales à  $3.6r_0$  et  $5r_0$ .

La condition cinématique proposée par Keunings [8] est utilisée dans ce calcul pour prédire numériquement le gonflement. Cette condition s'applique sur la surface libre et permet de suivre l'évolution de la hauteur  $h(z, t)$ . Elle s'écrit

$$\frac{\partial h}{\partial t} + w \frac{\partial h}{\partial z} = u \quad (9)$$

où  $w$  est la vitesse axiale à l'écoulement et  $u$  est la vitesse radiale. En coordonnées 2D axisymétrique, le tenseur d'orientation d'ordre 2,  $\underline{\underline{a}}_2$ , est représenté uniquement par trois composantes ( $a_{11}$ ,  $a_{33}$  et  $a_{13}$ ) puisque  $a_{22} = 1 - (a_{11} + a_{33})$ . L'équation d'évolution du tenseur  $\underline{\underline{a}}_2$  est implémentée dans le logiciel Comsol Multiphysics en utilisant l'équation de type convection-diffusion qui s'écrit sous la forme

TABLE 1 – Valeurs des paramètres du modèle

| Paramètre du modèle                | Symboles  | Valeur      | Unité        |
|------------------------------------|-----------|-------------|--------------|
| Viscosité                          | $\eta_0$  | 1000        | $Pa \cdot s$ |
| Masse volumique                    | $\rho$    | 1020        | $kg/m^3$     |
| Vitesse maximale                   | $v_{max}$ | 0.1         | $m/m/s$      |
| Coefficient de diffusion numérique | $c_{num}$ | $10^{-11}$  | $m^2/s$      |
| Paramètre de couplage              | $N_p$     | 0, 5 and 10 | -            |
| Coefficient d'interaction          | $C_I$     | 0.01        | -            |

suivante

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \nabla \cdot (-c_{num} \nabla a) + \vec{u} \cdot \nabla a = f \quad (10)$$

où la variable  $a$  représente une composante du tenseur  $\underline{\underline{a}}_2$ .  $c_{num}$  est un coefficient de diffusion numérique utilisé pour stabiliser le schéma numérique.  $f$  est le terme source obtenu par identification avec l'Eq. 8. La contribution des fibres dans le tenseur des contraintes, Eq. 5, est ajoutée à celle du fluide newtonien via la formulation faible.

Pour modéliser l'écoulement d'une suspension de fibres, des conditions aux limites sont utilisées et présentées dans la Figure 1. Une vitesse d'entrée du fluide est appliquée sur la paroi  $BC1$  dans la direction  $z$  du capillaire avec  $w(r) = v_{max}[1 - (\frac{r}{r_0})^2]$ . L'orientation des fibres est supposée isotrope en  $BC1$ , les composantes du tenseur d'orientation s'écrivent :  $a_{11} = a_{33} = 1/3$  et  $a_{13} = 0$ .  $BC2$  est une paroi collante avec une vitesse nulle  $\vec{u} = \vec{0}$ . La condition de sortie est imposée à la paroi  $BC3$  avec la contrainte normale est nulle ( $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} = \vec{0}$ ) et la vitesse normale est nulle ( $\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{0}$ ). Une condition limite de symétrie est appliquée en  $BC4$  pour réduire le coût de calcul. La paroi  $BC5$  représente la surface libre avec la contrainte normale  $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} = \vec{0}$  et la vitesse normale nulle ( $\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{0}$ ).

## 4 Résultats et discussions

La valeur des paramètres utilisés pour ces prédictions numériques est donnée dans le Tab. 1.

L'évolution de la composante  $z$  du vecteur vitesse pour un fluide newtonien ( $N_p = 0$ ) est montrée dans la Figure 2. L'échelle de couleurs montre une évolution parabolique dans le capillaire (entre  $z = -3.6r_0$  et  $z = 0$ ) et une couleur uniforme à la surface libre (entre  $z = 0$  et  $z = 5r_0$ ) où une vitesse constante est atteinte. Cette première observation permet de dire que la forme finale du gonflement converge vers un régime établi.

Les prédictions numériques du ratio du gonflement  $r/r_0$  sont présentées dans la Figure 3 en fonction de  $z/r_0$ . La courbe du gonflement pour un fluide newtonien ( $N_p = 0$ ) est représentée en ligne discontinue noire (Fig. 3). Ces résultats sont similaires à la référence bibliographique (ligne verte continue) [9] et atteignent la valeur finale du gonflement de 1.13 [3]. Ce premier calcul permet de valider la méthode de calcul du gonflement sur Comsol Multiphysics.

Les résultats en prenant en compte le couplage avec les fibres ( $N_p = 5$  et  $N_p = 10$ ) sont aussi présentés sur la Figure 3. Le gonflement augmente quand  $N_p$  augmente [4] c'est à dire avec l'ajout des fibres. Ces prédictions numériques permettent de comprendre l'effet de l'ajout des fibres dans l'écoulement d'un fluide newtonien. En parallèle, les résultats d'orientation ont aussi été étudiés pour déduire l'influence de  $N_p$  sur la valeur finale de  $a_{33}$ , la composante  $zz$  du tenseur d'orientation. Pour cette étude, les valeurs

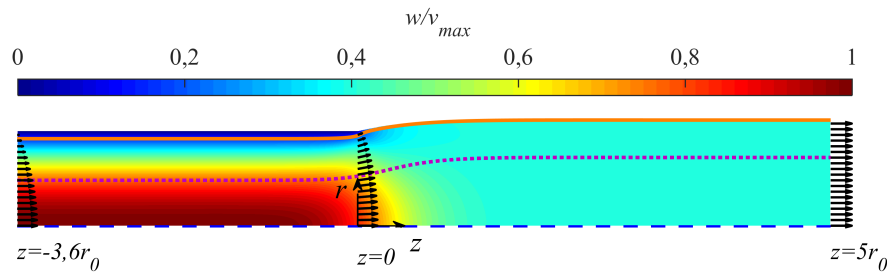


FIGURE 2 – Composante  $z$  de vitesse dans un écoulement pour un fluide newtonien ( $N_p = 0$ )

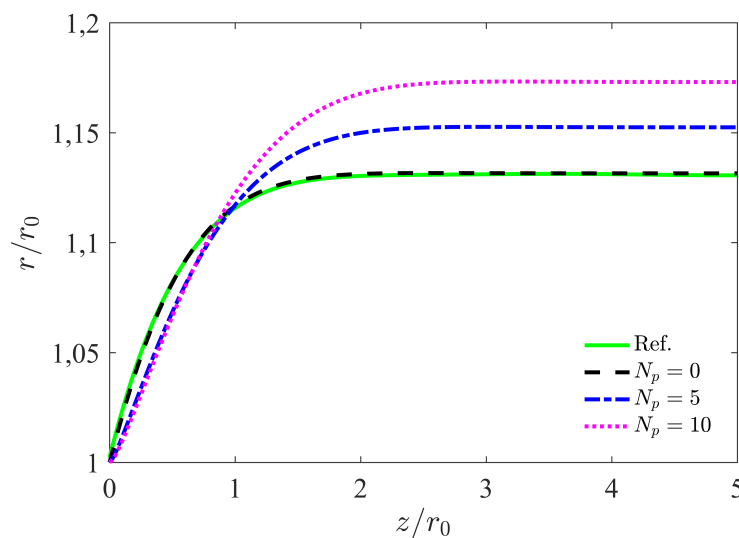


FIGURE 3 – Évolution du ratio de gonflement pour différentes valeurs de  $N_p$

de  $a_{33}$  sont prises le long des lignes de courant à  $r = 0, 0.12$  et  $0.23$  mm (Fig. 2).

L'évolution de  $a_{33}$  en fonction  $z$  sur différentes lignes de courant sont présentée sur la Figure 4. L'isotropie d'orientation s'observe sur l'axe de symétrie et plus la ligne de courant est proche de la paroi collante, plus  $a_{33}$  est proche de 1 par conséquent les fibres sont orientées suivant la direction  $z$ . La valeur de  $a_{33} = 0.77$  obtenue pour  $r = 0.23$  mm est proche de celle d'Heller [5] ( $a_{33} = 0.79$ ). A la sortie de l'extrudat, l'orientation des fibres suit la direction de l'écoulement.

Deux résultats sont aussi présentés sur la Figure 4, l'évolution de  $a_{33}$  non-couplée comparée au cas couplé. Cette observation montre que le couplage a peu d'influence sur l'orientation finale des fibres.

## 5 Conclusion

Ce travail présente des simulations numériques pour prédire le gonflement de la surface libre en fonction du taux de fibres ajoutées dans un fluide newtonien et l'état d'orientation des fibres au niveau de la surface

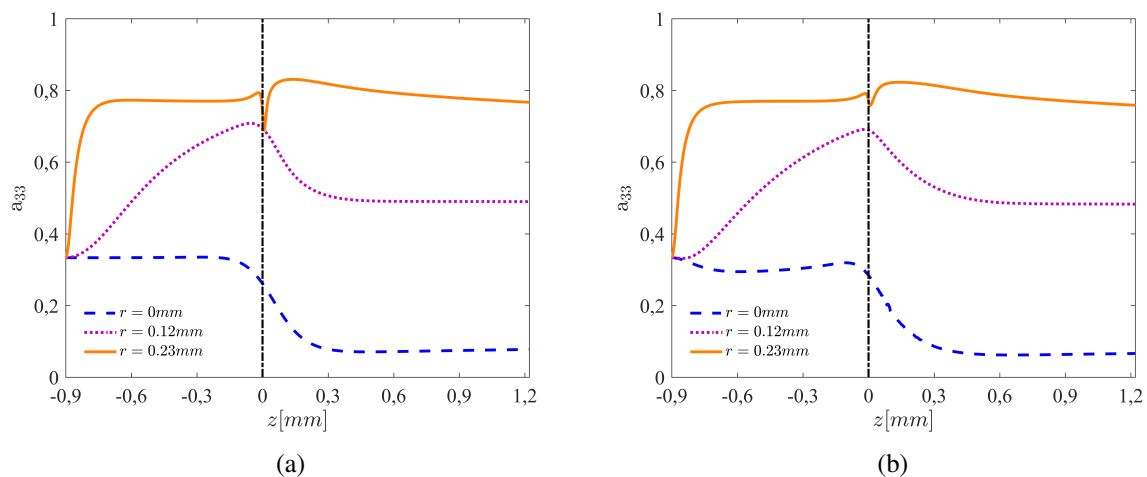


FIGURE 4 – Valeur de la composante  $a_{33}$  le long des lignes de courant : 4a)  $N_p = 0$  et 4b)  $N_p = 10$

libre. Pour un écoulement d'un fluide newtonien, le ratio final du gonflement converge vers  $r/r_0 = 1.13$  [3]. Les résultats des calculs couplés montrent que le gonflement augmente à chaque augmentation de la valeur du coefficient  $N_p$ . Ces prédictions numériques permettent d'étudier l'état d'orientation des fibres à la sortie de l'extrudat. Ce modèle de calcul est une première approche pour prédire numériquement l'orientation des fibres à la surface libre. La même démarche peut être utilisée pour étudier l'orientation des fibres lors de la dépose du filament d'impression 3D.

## Références

- [1] G. B. Jeffery, The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid, *Proceedings of the Royal Society of London* 102 (1922) 161–179.
- [2] F. Folgar, C. L. Tucker, Orientation behavior of fibers in concentrated suspensions, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 3 (2) (1984) 98–119.
- [3] R. I. Tanner, A theory of die-swell, *Journal of Polymer Science A-2 Polymer Physics* 8 (12) (1970) 2067–2078.
- [4] S. J. Lee, Numerical study on three dimensional flow of fiber suspensions, Ph.D. thesis, Seoul national university, South Korea (1992).
- [5] B. P. Heller, Effects of nozzle geometry and extrudate swell on fiber orientation in fused deposition modeling nozzle flow, Master's thesis, Baylor University, United States (2015).
- [6] S. G. Advani, C. L. Tucker, The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites, *Journal of Rheology* 31 (8) (1987) 751–784.
- [7] D. H. Chung, T. H. Kwon, Invariant-based optimal fitting closure approximation for the numerical prediction of flow-induced fiber orientation, *Journal of Rheology* 46 (1) (2002) 169–194.
- [8] R. Keunings, An algorithm for the simulation of transient flows with free surfaces, *Journal of Computational Physics* 62 (1986) 199–220.
- [9] G. C. Georgiou, The compressible newtonian extrudate swell problem, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 20 (1995) 255–261.