

Méthodologie pour la conception robuste des Multiple Tuned Mass Damper

K. Jaboviste^{ab}, E. Sadoulet-Reboul^a, N. Peyret^c, C. Arnould^b, E. Collard^b,
G. Chevallier^a

a. Univ. Bourgogne Franche-Comté Institut FEMTO-ST

Département Mécanique Appliquée, 24, rue de l'épithaphe, F-25000 Besançon

b. Thales Optronique SAS, 2, Avenue Gay Lussac, F-78995 Elancourt CEDEX

c. Quartz - Supméca, 3, rue Fernand Hainaut, F-93400 Saint-Ouen

Résumé :

Les réseaux d'absorbeurs à masse accordée (MTMD) sont des solutions passives consistant en un ensemble d'absorbeurs fixés à une structure principale afin d'absorber ses vibrations autour d'une fréquence de résonance. L'utilisation de nombreux absorbeurs ayant des caractéristiques différentes présente de nombreux intérêts liés aux gains d'efficacité, de robustesse et de taille. Le but de cet article est de proposer une méthodologie permettant de déterminer une distribution optimale des propriétés de chaque absorbeur, en tenant compte de méconnaissance ou de grandes incertitudes sur la fréquence à contrôler. En effet, le mode contrôlé de la structure est susceptible de changer en raison des dommages structurels, du vieillissement, des conditions environnementales, et de l'efficacité du MTMD peut être affectée si le mauvais accordage n'a pas été prise en compte dans le processus de conception. L'approche proposée est basée sur la théorie Info-Gap, qui est une approche non probabiliste dédiée à la prise de décision. Il permet de déterminer la répartition de propriétés des absorbeurs dans un MTMD qui conduit à la meilleure performance pour un horizon d'incertitude donné. La méthode est appliquée pour concevoir un MTMD robuste afin de contrôler le mode de flexion d'une structure complexe. Les résultats obtenus pour une optimisation déterministe du dispositif sont comparés à ceux obtenus avec l'optimisation robuste proposée.

Abstract :

Multiple Tuned Mass Dampers (MTMD) are passive solutions consisting in a set of single Tuned Mass Dampers attached to a master structure to absorb its vibrations around a given frequency that is typically a resonant frequency of the structure. The use of many absorbers with different characteristics has many interests related to the gains in efficiency, robustness and size it allows. The purpose of the paper is to propose a methodology to determine an optimal frequency distribution of the absorbers within a MTMD taking into account lack-of-knowledge or severe uncertainties on the frequency to control. Indeed, the controlled mode of the structure is likely to change because of structural damage, ageing, environmental conditions, fatigue, and the efficiency of the MTMD can be affected if the mistuning has not been taken into account in the design process. The proposed approach is based on the Info-Gap Theory that is a non-probabilistic approach for decision-making under uncertainty. It allows to determine the frequency repartition of absorbers in a MTMD that leads to the best performance for a given horizon of uncertainty.

The method is applied to design a robust MTMD to control a bending mode of a complex structure is modeled using the Finite Element Method and the results obtained for a deterministic optimization of the device are compared to those obtained with the proposed robust optimization.

Mots clefs : MTMD, Optimisation, Robustesse, Info-Gap, Conception robuste

1 Introduction

L'absorbeur à masse accordée *Tuned Mass Damper* (TMD) est un filtre passif permettant d'absorber l'énergie vibratoire de la structure à laquelle il est lié dans une bande fréquentielle fixée. Ce concept a été introduit avec les travaux de Frahm [11] afin de réduire les débattements des navires. Plus tard, Den Hartog [10] a déterminé le réglage optimal dans le cas d'une excitation harmonique ; Bishop et Welbourn [5], le cas où l'amortissement de la structure porteuse est non nul, Crandall et Mark [7] le réglage du TMD en cas d'excitation aléatoire, Batou et al. le réglage pour le cas des absorbeurs viscoélastiques [3], Dell'Elce le cadre des systèmes incertains [9].

Une des principales limitations d'un TMD est liée à son efficacité réduite à une bande fréquentielle étroite qui, par conséquent, s'avère très sensible à la présence d'incertitudes. Le TMD perd alors grandement en efficacité face à la variation de la fréquence propre de la structure principale [9]. Une stratégie pour améliorer la robustesse et élargir la bande fréquentielle d'efficacité de tels dispositifs est d'utiliser un réseau d'absorbeurs afin de contrôler une seule fréquence propre d'intérêt. Ce type de dispositif est généralement appelé *Multiple Tuned Mass Damper* (MTMD). Le réglage optimal de ces filtres peut être mené sur une multitude de critères différents [1] comme la minimisation de l'amplitude de la réponse en accélération, en déplacement ou, la minimisation de l'énergie de déformation ou encore, une combinaison d'un ensemble de critères à l'échelle locale ou globale. Certains travaux plus récents tentent de définir un cadre plus précis pour le dimensionnement des MTMDs en proposant une certaine distribution des masses de chaque TMD [2] ou une certaine répartition fréquentielle des TMDs par rapport à la fréquence propre de la structure porteuse [6]. En résumé, le désaccordage des propriétés des absorbeurs permet de garantir l'efficacité du dispositif sur une large bande fréquentielle et de pallier aux incertitudes. Cependant, la robustesse des MTMD optimisés est souvent observée a posteriori, la performance étant la principale préoccupation. Lorsque ces deux objectifs sont considérés de manière simultanés, on parle alors d'optimisation robuste comme cela est présentée dans [13]. Certaines travaux se basent sur la résolution de deux problèmes d'optimisation grâce à un algorithme génétique [8] ou en ajoutant un ratio de bande fréquentielle avec un coefficient pondérateur dans le critère de performance à minimiser [12].

Le travail présenté dans cet article a pour objectif de proposer une méthode d'évaluation de la robustesse d'un MTMD optimal en présence d'une méconnaissance sur la fréquence propre de la structure principale à contrôler. Une méconnaissance est une incertitude épistémique pour laquelle une quantité importante d'information est manquante et pour laquelle il n'existe pas de description probabiliste. Dans ce cas, les approches stochastiques ne sont donc pas appropriées. Les conditions environnementales, le vieillissement des matériaux, les assemblages et bien d'autres sources peuvent modifier la fréquence propre de la structure principale et donc créer ce contexte incertain. La méthodologie de conception proposée dans ce papier s'appuie sur la théorie Info-Gap développée par Yakov Ben-Haim [4] : cette

théorie est appliquée pour évaluer la robustesse d'un MTMD optimal.

Le papier est organisé comme suit. La structure porteuse est présentée dans la Section 2 ainsi que la solution technologique retenue pour concevoir le MTMD et la formulation éléments finis associée. Dans la Section 3 une optimisation déterministe du MTMD accordé sur une fréquence propre spécifique de la structure porteuse est proposée. La Section 4 est dédiée à l'analyse de robustesse de la solution optimale déterministe grâce à la méthode Info-Gap. Les conclusions de ces travaux sont exposées dans la Section 5.

2 Modélisation

La structure principale, étudiée pour illustrer ces travaux, accueille des systèmes optroniques pour lesquels les vibrations réduisent la précision de mesure. La Figure 1 - gauche présente la géométrie 3D de la structure de test. Elle est composée d'un bras, aussi appelé support optique, relié à plusieurs lests dont l'inertie est proche de celle des systèmes optiques et autres systèmes mécaniques embarqués.

Le premier mode de flexion peut être excité durant l'utilisation des systèmes optroniques et affecte leur stabilité (Figure 1 - droite). Afin de réduire le niveau vibratoire au voisinage de ce mode, un MTMD constitué d'un ensemble de N absorbeurs est intégré à la structure principale.

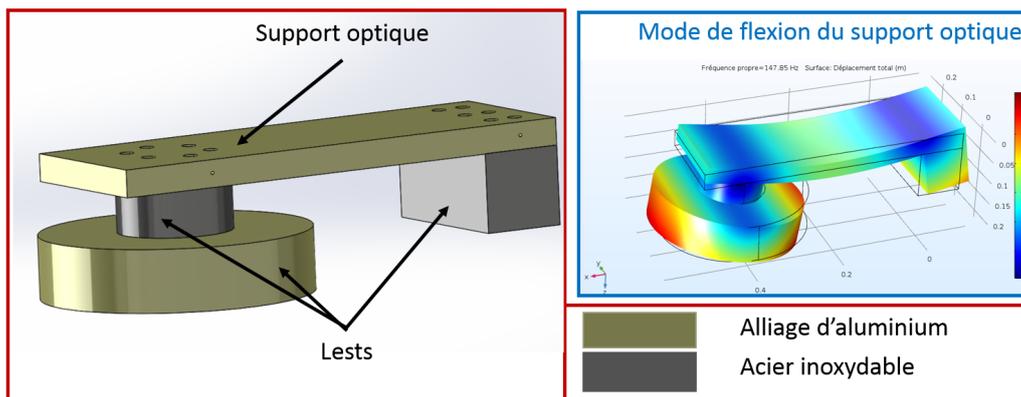


FIGURE 1 – CAO du support optique et des lests (Gauche) ; Premier mode de flexion de du SO en libre-libre (Droite).

Pour prédire le comportement de la structure, les simulations numériques sont effectuées dans le cadre de l'élasto-dynamique linéaire formulée dans le domaine fréquentiel. L'amortissement est pris en compte par un modèle d'amortissement structural. La résolution est basée sur une approximation par Éléments Finis (EF) standards :

$$-\omega^2 M \hat{U} + K^* \hat{U} = \hat{F} \quad (1)$$

$$\text{avec } K^* = (1 + j\eta)K + (1 + j\eta_{abs})K_{abs} \quad (2)$$

où M et K^* sont respectivement les matrices de masse et de raideur complexe du système incluant les absorbeurs dynamiques. \hat{U} désigne le vecteur de déplacement complexe et \hat{F} représente le vecteur d'excitation.

Afin d'éviter les temps de calcul excessifs, les opérateurs sont projetés sur la base des modes normaux

$[\Phi_e]$ en supposant que les facteurs de perte considérés sont trop faibles pour modifier la forme des modes du système conservatif sous-jacent. L'équation peut alors s'écrire :

$$[-\omega^2 m + k^*] \hat{q} = \hat{f} \quad (3)$$

où $m = \Phi_e^T M \Phi_e$ et $k^* = \Phi_e^T K^* \Phi_e$ sont les opérateurs projetés et $\hat{f} = \Phi_e^T \hat{F}$ représente la force d'excitation généralisée. $\hat{q} = \Phi_e \hat{U}$ sont les coordonnées généralisées du système réduit. La base de projection est choisie de façon à ce que l'erreur moyenne liée à la projection sur l'intervalle fréquentiel soit de l'ordre de 0.1%.

3 Optimisation déterministe des propriétés du MTMD

Dans cette partie, nous définissons une fonction objectif, des paramètres de conception et une procédure d'optimisation des propriétés du réseau d'absorbeurs.

3.1 Paramétrage

Les variables de conception sont donc les raideurs des N absorbeurs formant le MTMD. Un coefficient $\alpha_i (1 \leq i \leq N)$ est introduit pour chaque des absorbeurs de sorte que la matrice de raideur réduite du MTMD s'écrit sous la forme suivante :

$$k_{abs} = \sum_{i=1}^N \alpha_i k_{abs}^i \quad (4)$$

où k_{abs}^i est la matrice de raideur réduite du i ème absorbeur. La distribution des α_i est représentative de la distribution de fréquences propres dans le réseau d'absorbeurs.

En termes d'objectifs, il a été choisi de minimiser l'énergie de déformation moyennée sur une bande de fréquence autour de la fréquence propre à contrôler. Cet indicateur est une quantité globale spatialement, ce qui permet de s'assurer que le MTMD sera efficace sur toute la structure, et fréquemment, ce qui garantit l'efficacité sur la bande passante du filtre. Elle est définie par la relation suivante :

$$\mathcal{E} = \int_{\Omega_m}^{\Omega_M} \hat{q}(\omega)^T Re(k^*(\alpha_i)) \hat{q}(\omega) d\omega \quad (5)$$

Le problème d'optimisation consiste donc à minimiser \mathcal{E} en jouant sur les paramètres α_i dans un intervalle permettant de contrôler la bande de fréquence $[\omega_m \ \omega_M]$ centrée autour de la fréquence propre f_0 du premier mode de flexion de la structure principale. Le problème d'optimisation est résolu en utilisant la fonction *fmincon* disponible sous *MATLAB*. Les facteurs de perte sont respectivement choisis à 0.1% pour la structure porteuse et 1% pour les absorbeurs. Le nombre d'absorbeurs constituant le réseau est fixé à $N = 9$.

3.2 Résultats

La Figure 2a présente les Fonctions de Réponse en Fréquence calculées à l'extrémité de la structure porteuse lorsqu'elle est excitée à l'aide d'une force harmonique variable sur la face inférieure du lest arrière (Figure 2b), avec et sans le MTMD. Les résultats sont présentés en fonction d'une fréquence

adimensionnelle, ratio entre la fréquence d'excitation et la fréquence propre. Il apparaît que l'ajout du MTMD permet de réduire significativement l'amplitude de la réponse sur une large plage fréquentielle autour de la fréquence à contrôler. De plus, l'ensemble des α_i est initialement fixé à 1 et la Figure 2c montre les valeurs de ces neuf paramètres après optimisation. La répartition est quasi linéaire sur une bande réduite autour de la fréquence d'accordage ce qui signifie que les fréquences propres des absorbeurs formant le MTMD sont proches de cette fréquence.

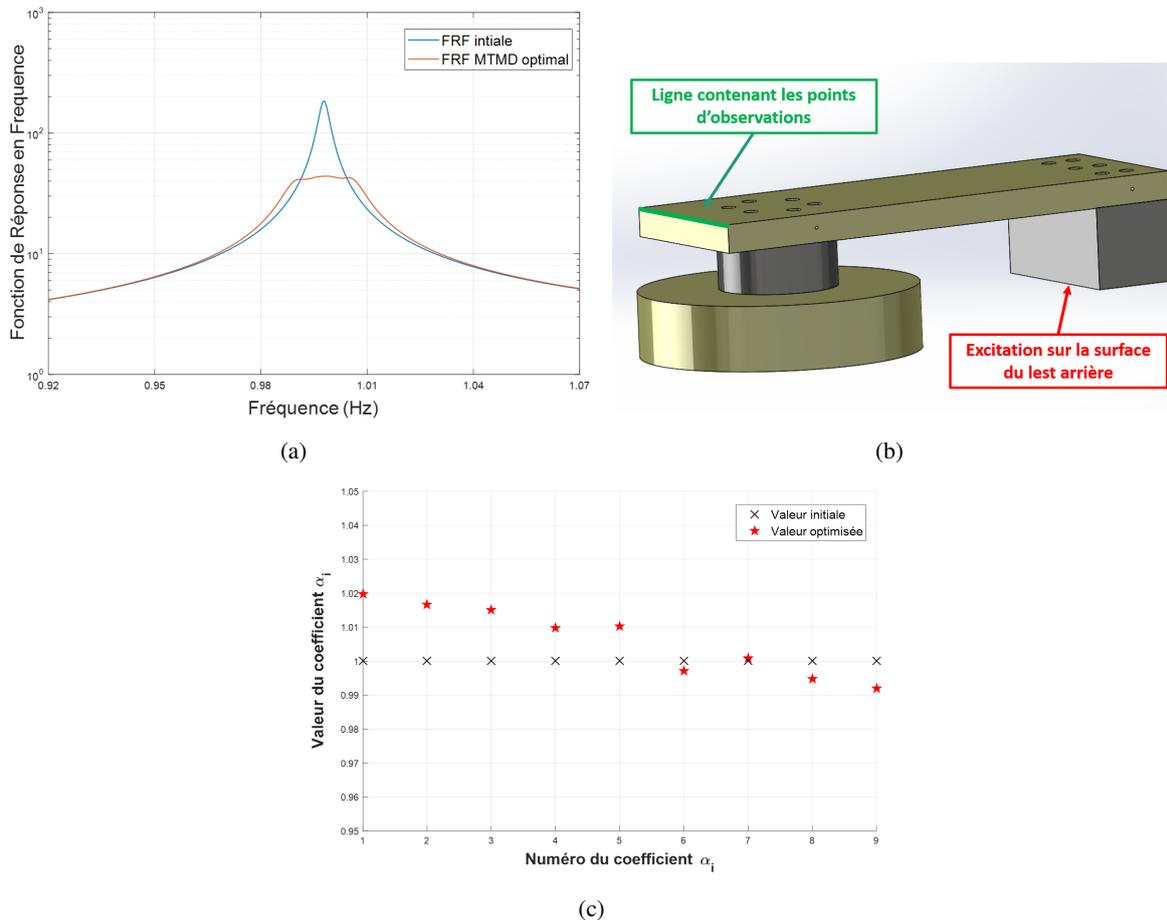


FIGURE 2 – Comparaison entre la FRF du SO et la FRF du SO avec un MTMD optimal (a), localisation de la source d'excitation et des points de mesures (b) et, valeur des coefficients α_i pour les neuf TMDs (cas $N = 9$) (c)

Le design optimal proposé pour le MTMD dans cette section a été obtenu de manière déterministe, c'est-à-dire en supposant qu'il n'existe pas d'incertitudes sur le modèle. Dans le cas d'une méconnaissance sur une grandeur comme la fréquence propre à contrôler, l'efficacité de la solution optimale peut être remise en question et il devient nécessaire d'évaluer la robustesse de la solution à cette incertitude.

4 Robustesse de la solution optimale déterministe

L'objectif de cette section est d'évaluer la robustesse de la solution optimale déterminée dans la section précédente lorsque la fréquence à contrôler de la structure porteuse est considérée comme une méconnaissance. En effet, lors de l'utilisation de ce type de système, la répartition des masses embarquées peut varier, les conditions environnementales peuvent être modifiées entraînant ainsi des changements du comportement des matériaux et de la structure ce qui peut impacter la fréquence à contrôler. Il est

donc nécessaire d'analyser la robustesse du MTMD face à ses variations c'est-à-dire évaluer sa capacité à réduire les vibrations dans le cas d'incertitudes de type méconnaissances. La méthodologie proposée ici s'appuie sur la théorie Info-Gap qui représente un outil d'aide à la décision en cas d'incertitude sévère [4].

4.1 Approche Info-Gap

La méconnaissance sur la fréquence de structure porteuse à contrôler est introduite grâce à un coefficient α_0 appliqué à la matrice de raideur réduite k de la structure porteuse :

$$[k(\alpha_0 + j\eta) + k_{abs}(1 + j\eta_{abs}) - \omega^2 m]\hat{q} = \hat{f} \quad (6)$$

tel que lorsque $\alpha_0 = 1$ cette équation correspond à l'équation à résoudre du problème initial. Le modèle d'incertitude Info-Gap est un modèle de type enveloppe qui peut s'écrire sous la forme :

$$U(h, \tilde{\alpha}_0) = \{\alpha_0 : |\alpha_0 - \tilde{\alpha}_0| \leq h\}, h \geq 0 \quad (7)$$

h est l'horizon d'incertitude sur la valeur nominale $\tilde{\alpha}_0$ du coefficient α_0 de la matrice de raideur de la structure porteuse. À chaque niveau d'incertitude h , U contient tous les coefficients α_0 dont la distance à $\tilde{\alpha}_0$ est inférieure à h . La performance du MTMD est alors estimée à partir du calcul du ratio R_0^{MTMD} entre l'énergie de déformation élastique sur la bande de fréquence d'intérêt avec et sans le MTMD,

$$R_0^{MTMD} = \frac{E^{MTMD}}{E^0} \quad (8)$$

où, E^{MTMD} est l'énergie de déformation élastique calculée lorsque le MTMD est attaché à la structure porteuse et E^0 est l'énergie sans le MTMD. Quand l'efficacité du MTMD décroît, ce ratio augmente et tend vers 1. La fonction qui définit le pire des cas (max ratio) pour des valeurs croissantes de l'horizon d'incertitude est calculée comme,

$$\hat{R}(h) = \max_{\alpha_0 \in U(h, \tilde{\alpha}_0)} R_0^{MTMD} \quad (9)$$

De plus, il est possible de fixer une valeur critique de ce ratio R_0^c et ainsi de définir un critère de performance,

$$R_0^{MTMD} \leq R_0^c \quad (10)$$

La fonction de robustesse \hat{h} est alors définie comme étant le plus grand horizon d'incertitude h , c'est-à-dire la plus grande variation de la fréquence propre à contrôler, pour lequel le pire des ratios (max) calculé reste inférieur à la valeur critique,

$$\hat{h}(R_0^c) = \max_{h \geq 0} \left\{ \max_{\alpha_0 \in U(h, \tilde{\alpha}_0)} \{R_0^{MTMD} \leq R_0^c\} \right\} \quad (11)$$

Plus \hat{h} est grand, plus le MTMD est insensible à la méconnaissance sur la fréquence propre de la structure porteuse à contrôler et donc plus il est robuste.

4.2 Résultats

La Figure 3 présente la performance du pire des cas pour la configuration optimale déterministe déterminée dans la section 3 c'est-à-dire, lorsque l'horizon d'incertitude h est égal à 0. Au fur et à mesure que l'incertitude augmente, la fréquence à contrôler dévie de plus en plus de la valeur nominale pour laquelle le MTMD a été accordé et le ratio d'énergie R_0^{MTMD} augmente. Cela signifie que le MTMD est de moins en moins efficace. Pour assurer que ce ratio ne soit pas inférieur à 90%, il faut que la méconnaissance sur la raideur de la structure porteuse soit inférieure à 4%. Cette conclusion est étayée par les tracés des FRFs avec et sans le MTMD pour différentes valeurs de l'horizon d'incertitude présentées elles aussi sur la Figure 3. Lorsque $h = 0$, les FRFs correspondent à celles du cas déterministe déjà présentées sur la Figure 2a. Lorsque $h = 1.7\%$ et $h = 3.7\%$, l'efficacité du MTMD décroît fortement et les vibrations ne sont plus réduites même lorsque le MTMD est attaché à la structure quand h approche des 14%.

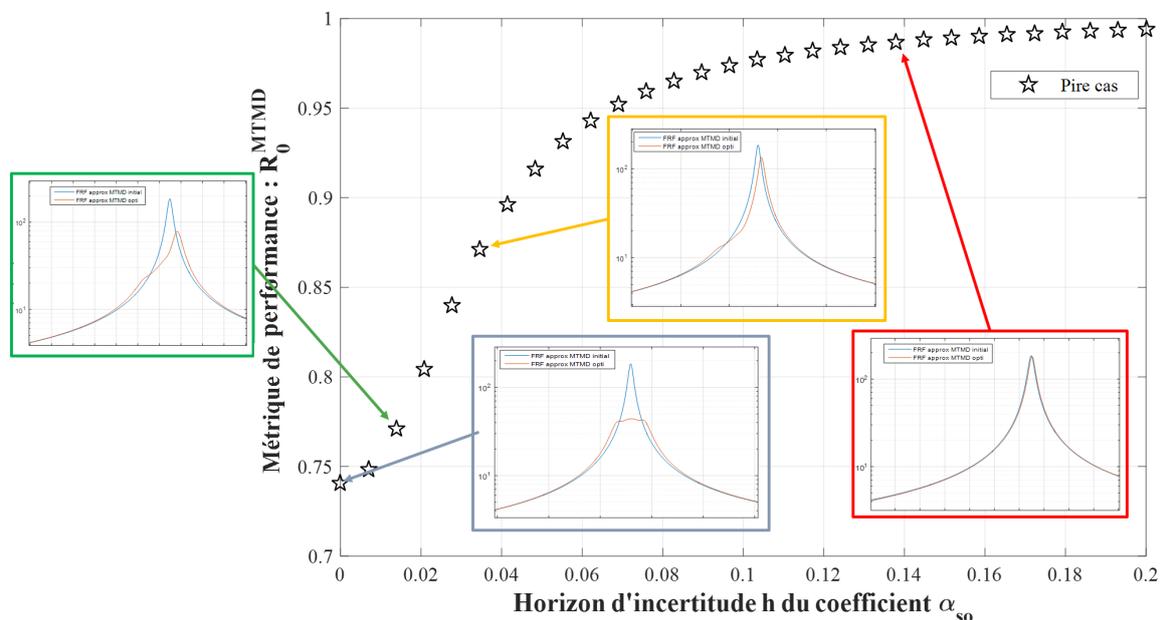


FIGURE 3 – Fonction de robustesse de la solution optimale nominale et les FRFs comparatives avec et sans MTMD pour différentes valeurs de h

5 Conclusions

Ce papier propose une méthodologie afin d'évaluer la robustesse d'une distribution optimale des fréquences propres d'un réseau d'absorbeurs à masses accordées dans le cas d'une méconnaissance sur la fréquence d'une structure porteuse à contrôler. Les fréquences propres des absorbeurs sont contrôlées par un ensemble de paramètres. Ces paramètres sont déterminés grâce à un procédé d'optimisation visant à minimiser l'énergie de déformation élastique moyenne sur une bande de fréquence d'intérêt. La méthode d'analyse de robustesse repose la théorie Info-Gap pour évaluer la sensibilité d'un MTMD optimal à un niveau d'incertitude donné sur la fréquence à contrôler. Cette méthode est mise en œuvre sur un cas d'étude complexe modélisé par la méthode des éléments finis. En se basant sur ces travaux, il est alors possible d'améliorer la robustesse du MTMD en utilisant une méthode d'optimisation robuste permettant de coupler le processus d'optimisation à l'analyse de robustesse.

Références

- [1] Anissa Allani. *Design and optimization of tuned mass dampers for civil engineering structures*. PhD thesis, Université Paris-Est, November 2015.
- [2] TP Bandivadekar and RS Jangid. Mass distribution of multiple tuned mass dampers for vibration control of structures. *International Journal of Civil and Structural Engineering*, 3(1) :70–84, 2012.
- [3] A Batou and S Adhikari. Optimal parameters of viscoelastic tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 445 :17–28, 2019.
- [4] Yakov Ben-Haim. *Info-gap decision theory : decisions under severe uncertainty*. Elsevier, 2006.
- [5] RED Bishop and DB Welbourn. The problem of the dynamic vibration absorber. *Engineering, Lond*, 174 :769, 1952.
- [6] A Carcaterra, A Akay, and C Bernardini. Trapping of vibration energy into a set of resonators : Theory and application to aerospace structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 26 :1–14, 2012.
- [7] Stephen H Crandall and William D Mark. *Random vibration in mechanical systems*. Academic Press, 2014.
- [8] Ehsan Dehghan-Niri, Seyed M Zahrai, and Arash Mohtat. Effectiveness-robustness objectives in mtmd system design : An evolutionary optimal design methodology. *Structural Control and Health Monitoring : The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, 17(2) :218–236, 2010.
- [9] L Dell’Elce, E Gourc, and G Kerschen. A robust equal-peak method for uncertain mechanical systems. *Journal of Sound and Vibration*, 414 :97–109, 2018.
- [10] Jacob Pieter Den Hartog. *Mechanical vibrations*. Courier Corporation, 1985.
- [11] Hermann Frahm. Device for damping vibrations of bodies., April 18 1911. US Patent 989,958.
- [12] Chi-Chang Lin, Ging-Long Lin, and Kuo-Cheng Chiu. Robust design strategy for multiple tuned mass dampers with consideration of frequency bandwidth. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 17(01) :1750002, 2017.
- [13] Leandro FF Miguel, Rafael H Lopez, André J Torii, Letícia FF Miguel, and André T Beck. Robust design optimization of tmds in vehicle–bridge coupled vibration problems. *Engineering Structures*, 126 :703–711, 2016.