

Comparaison de différentes méthodes pour l'identification quantitative de la dispersion des essais de fatigue : simulation de procédures d'essais Staircase et comparaison avec la modélisation d'essais d'auto-échauffement

V. ROUÉ^{a,b}, S. CALLOCH^a, C. DOUDARD^a,
A. MATTIELLO^b, Q. PUJOL D'ANDREBO^b

a. Institut de Recherche Dupuy de Lôme, UMR CNRS 6027, Brest.

b. Safran Aircraft Engines, Villaroche.

Résumé :

Cette étude a pour but d'évaluer le nombre d'éprouvettes nécessaire pour correctement estimer le paramètre de dispersion. Pour cela, un large nombre d'essais de fatigue sont simulés afin d'évaluer deux procédures d'essais Staircase. La méthode classique est comparée à une variante proposée où les éprouvettes sont rechargées jusqu'à rupture. Les résultats sont également comparés à un cas idéal, qui correspond aux incertitudes minimales en fonction du nombre d'éprouvettes dans l'échantillon de départ. Les incertitudes sur le paramètre de dispersion restent logiquement très élevées avec peu d'éprouvettes. Un modèle de Weibull a été choisi pour représenter la distribution de propriétés en fatigue initiale, car il intervient dans la modélisation des essais d'auto-échauffement. Avec cette modélisation, le module de Weibull correspondant au paramètre de dispersion est identifiable sur une courbe d'auto-échauffement obtenue à partir d'une seule éprouvette.

Abstract :

The goal of this study is to evaluate the minimum number of specimens needed to correctly evaluate the fatigue scatter. A large number of specimens are generated in order to simulate fatigue test procedures. The classical Staircase procedure and a variant with the reuse of unbroken specimens are compared to an ideal case, which corresponds to the lowest achievable uncertainties as a function of the number of specimens in the sample. The uncertainties are quite large on the fatigue scatter parameter. A Weibull distribution is chosen to describe the fatigue properties of the material because it appears in the self-heating curve modelling. Indeed, the Weibull modulus, which corresponds to the fatigue scatter parameter, could be directly determined by analysing a self-heating curve from one specimen.

Mots clefs : Fatigue, Auto-échauffement, Staircase, modèle de Weibull

1 Introduction

Pour dimensionner des pièces en fatigue à grand nombre de cycles, il est important de prendre en compte la nature probabiliste du phénomène de rupture en fatigue. En effet, pour assurer la tenue de la pièce pour sa durée de vie prévue, le dimensionnement s'effectue à une certaine contrainte admissible déterminée pour une probabilité de rupture très faible. Ainsi il ne suffit pas de caractériser la limite d'endurance médiane du matériau et il est important d'estimer la dispersion des propriétés en fatigue associée. Les propriétés en fatigue à un certain nombre de cycles, généralement 10^7 cycles, peuvent être représentées par une distribution de limite d'endurance (**Fig. 1. a**). Le but des protocoles d'essais de fatigue est d'optimiser le nombre d'éprouvettes afin de correctement évaluer cette distribution et ainsi réduire le temps et le coût de caractérisation. Les méthodes d'analyse permettent alors de faire le lien entre la nature probabiliste d'un essai de fatigue, portée sur le nombre de cycles à rupture pour une contrainte donnée (**Fig. 1. b**), et cette distribution de propriétés en fatigue.

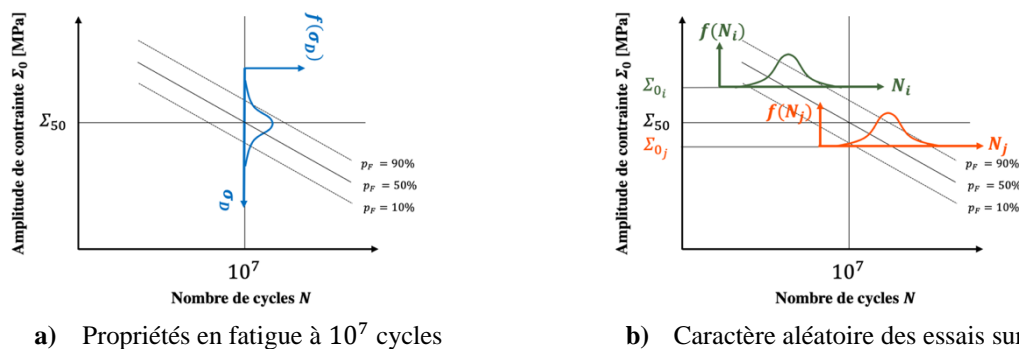


Fig. 1. Représentation schématique de la nature probabiliste des propriétés en fatigue est des essais de fatigue

Dans un contexte industriel, la caractérisation des propriétés en fatigue, ou du moins la limite d'endurance à 10^7 cycles, se fait généralement à partir de protocole de type Staircase (ou méthode de l'escalier). L'amplitude de contrainte d'une éprouvette dépend du résultat de l'éprouvette précédente. Si elle a rompu, alors l'amplitude de contrainte est augmentée d'un certain pas de contrainte et inversement. Ce protocole a été proposé et statistiquement analysé par Dixon et Mood [1] en 1948. Il s'avère efficace pour réduire le nombre d'éprouvettes nécessaire à la détermination de la limite d'endurance médiane. Cependant, la détermination du paramètre de dispersion reste délicate. De nombreuses études se sont intéressées à l'évaluation des incertitudes de cette méthode, notamment Pollak *et al.* [2] par simulation numérique.

L'objectif de ce papier est d'évaluer par différentes méthodes l'identification quantitative du paramètre de dispersion. Pour cela, des essais de fatigue sont simulés afin d'estimer les incertitudes du protocole Staircase Classique. Un deuxième protocole d'essai Staircase est également évalué. Il se base sur la réutilisation des éprouvettes non rompues lors d'un protocole d'essais Staircase. Toutes les éprouvettes sont rechargées jusqu'à rupture. Ces résultats sont ensuite comparés dans la deuxième partie à la méthode d'auto-échauffement, qui consiste à réaliser un suivi de température de l'éprouvette au cours d'une succession de blocs de chargement avec des amplitudes de chargement croissantes. Cette méthode permet de détecter l'activation de mécanismes dissipatifs, pouvant être responsables de la ruine en fatigue. Une modélisation probabiliste à deux échelles permet de décrire les courbes d'auto-échauffement et fait intervenir un modèle de Weibull. L'analyse de la courbe d'auto-échauffement permet alors de déterminer les propriétés en fatigue, limite d'endurance et dispersion associée. Le modèle est présenté rapidement et des courbes d'auto-échauffement sont analysées.

2 Simulation d'essais Staircase

L'objectif de cette partie est de présenter le cadre de la simulation des Staircase, avec les différentes hypothèses adoptées. Les Staircase simulés sont alors analysés à l'aide de l'estimateur du maximum de vraisemblance. De nombreux Staircase sont analysés afin d'obtenir une étude statistique pour évaluer les incertitudes liées à la détermination des propriétés en fatigue des deux procédures de Staircase.

2.1 Cadre de la simulation

Afin de pouvoir simuler et dépouiller les essais de type Staircase, des hypothèses doivent être formulées pour fixer le cadre de l'étude. Tout d'abord, un seul phénomène de ruine est considéré. Ainsi les propriétés en fatigue (à un certain nombre de cycles de référence) peuvent être représentées par une unique distribution. Une distribution de Weibull [3] à deux paramètres est postulée pour représenter la distribution de propriétés en fatigue, car cette modélisation permet de prendre naturellement en compte les effets de volume et d'hétérogénéités de contrainte [4]. De plus elle apparaît dans la modélisation des essais d'auto-échauffement [5-6].

Chaque éprouvette est caractérisée par sa limite d'endurance à 10^7 cycles. Ainsi pour générer un échantillon, des tirages aléatoires des limites d'endurances des éprouvettes sont effectués dans la distribution de propriétés en fatigue. La fonction de répartition de cette distribution est donnée par

$$F(\sigma_D) = 1 - \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{\sigma_D}{\Sigma_{50}}\right)^m\right), \quad \text{eq 2-1}$$

où Σ_{50} est la limite d'endurance médiane de la population, m le module de Weibull représentant la dispersion en fatigue et σ_D la limite d'endurance de chaque éprouvette pour ce nombre de cycles (variable aléatoire). Afin de faciliter l'analyse du paramètre de dispersion, les résultats seront également présentés avec le coefficient de variation, qui s'exprime uniquement en fonction de m par

$$C_v = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)}. \quad \text{eq 2-2}$$

Ainsi lors de la génération de n éprouvettes, n valeurs de limite d'endurance sont tirées aléatoirement dans la distribution représentant les propriétés en fatigue. L'échantillon de n éprouvettes est alors utilisé pour générer des Staircase. Lors de la simulation des Staircase, les essais sont considérés comme parfaits, *i.e.* la contrainte est exactement appliquée sur l'éprouvette et il n'y a pas de bruit. De plus, dans cette étude, aucun cumul de dommage n'est considéré.

L'objectif à l'issue de l'analyse des Staircase est évidemment de retrouver la distribution ayant servi à la génération des éprouvettes. Dans la suite de l'étude, la distribution choisie correspond à une limite d'endurance médiane normée de $\Sigma_{50} = 1$, et à un coefficient de variation de $C_v = 0,05$, ce qui correspond à un module de Weibull de $m = 25$.

2.2 Procédure Staircase

Les Staircase sont simulés à partir des éprouvettes générées. La simulation se fait simplement en comparant la limite d'endurance de l'éprouvette tirée aléatoirement et l'amplitude de contrainte

appliquée à ce niveau de chargement. Si la contrainte appliquée est supérieure à la limite d'endurance, alors il y aura rupture de l'éprouvette, et inversement.

Deux protocoles d'essais Staircase sont étudiés, le premier est le Staircase classique. Lorsqu'une éprouvette est rompue, alors l'amplitude de contrainte de l'éprouvette suivante est diminuée d'un pas p . Inversement, lorsqu'une éprouvette est non rompue, l'éprouvette suivante est alors sollicitée à une amplitude de contrainte augmentée de ce pas p (**Fig. 2. a**). La variante étudiée a pour but de réutiliser les éprouvettes non rompues, afin d'extraire le maximum d'information de chaque éprouvette. Ainsi, toutes les éprouvettes sont rechargées jusqu'à rupture (**Fig. 2. b**). Une hypothèse de non-cumul de dommage est réalisée dans cette étude, ainsi les éprouvettes sont rechargées jusqu'à ce que l'amplitude de contrainte appliquée soit supérieure à la limite d'endurance de l'éprouvette. D'autres études sur l'impact d'un cumul d'endommagement ont été réalisées, mais ne sont pas présentées ici. Il y a deux paramètres importants lors de la simulation de ces Staircase ; le pas p et la dispersion du matériau (correspondant à la distribution initiale). De nombreuses études existent dans la littérature sur l'impact du pas de contrainte sur le déroulement du Staircase. Dixon et Mood [1] montrent dès 1948 que le ratio entre le pas de rechargement et l'écart-type de la distribution initiale doit se situer dans un intervalle compris entre 0,5 et 2. Ces résultats ont été retrouvés par simulation par Pollak *et al.* [2]. Un pas trop petit nécessiterait trop d'éprouvettes pour correctement osciller autour de la limite d'endurance médiane, ce qui va à l'encontre de l'objectif initial de réduction du nombre d'éprouvettes de la procédure. Inversement, un pas trop grand ne permettrait pas d'avoir suffisamment de niveaux d'amplitude de contrainte différents (cas extrême avec uniquement deux niveaux, un avec que des ruptures et l'autre avec uniquement des non-ruptures, ce qui rend l'analyse du Staircase impossible). De même, l'impact du pas a été étudié pour la variante proposée, mais les résultats ne sont pas présentés dans cet article. Afin de pouvoir évaluer rapidement les potentiels gains de la variante proposée, les deux procédures sont simulées avec un pas de rechargement égal au coefficient de variation (qui correspond environ à un ratio de 1). Les deux procédures sont illustrées avec un même échantillon de 15 éprouvettes (**Fig. 2.**).

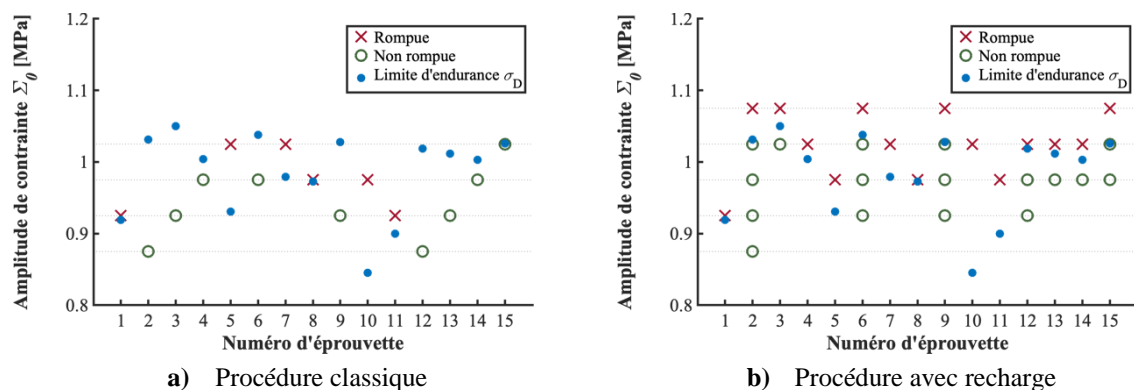


Fig. 2. Simulations de Staircase à 15 éprouvettes avec les deux procédures étudiées ($C_v = 0,05$, $p = 0,05$).

2.3 Évaluation des propriétés en fatigue

Afin d'analyser ces Staircase et de déterminer les propriétés en fatigue à partir de l'échantillon d'éprouvettes, la méthode du maximum de vraisemblance est utilisée. Le principe est de maximiser une fonction représentant la probabilité de ce qui est observé afin de déterminer les paramètres de la loi de distribution, *i.e.* ce qui a été observé est ce qui était le plus probable de se produire.

Une fonction de vraisemblance L est alors construite avec le produit des probabilités de chaque éprouvette. Cette fonction s'écrit

$$L(\Sigma_{50}, m) = \prod_{i=1}^n f(\sigma_{D_i}) \quad \text{eq 2-3}$$

avec f la fonction densité de probabilité du modèle de Weibull (qui dépend donc également des paramètres Σ_{50} et m), et σ_{D_i} les limites d'endurance des éprouvettes de l'échantillon.

Cependant, lors de la réalisation d'un protocole d'essai Staircase, les limites d'endurance des éprouvettes ne sont pas directement déterminées. En effet, si une éprouvette n'a pas rompu, la seule information est que l'amplitude de contrainte appliquée est inférieure à la limite d'endurance de l'éprouvette ($\sigma_{D_i} \geq \Sigma_{0_i}$). Dans la méthode du maximum de vraisemblance, la probabilité P_i observée de l'éprouvette i remplace alors la fonction densité de probabilité de l'éprouvette, et s'exprime à partir de la fonction de répartition (eq 2-1). Dans le cas d'une éprouvette non rompue, cette probabilité s'écrit

$$P_i(\sigma_{D_i} \geq \Sigma_{0_i}) = 1 - F(\Sigma_{0_i}) \quad \text{eq 2-4}$$

et correspond alors à une censure à gauche.

De même, lorsqu'une rupture est observée, l'unique information est que la limite d'endurance de l'éprouvette est inférieure à l'amplitude de contrainte appliquée, une censure à droite est alors réalisée et la probabilité observée est

$$P_i(\sigma_{D_i} \leq \Sigma_{0_i}) = F(\Sigma_{0_i}). \quad \text{eq 2-5}$$

Dans le cas d'une éprouvette rechargée, une autre censure peut être réalisée. En effet, la limite d'endurance de l'éprouvette se situe nécessairement entre l'avant dernier niveau où il n'y a pas eu rupture ($\Sigma_{0_i} - p$) et le niveau correspondant à la rupture (Σ_{0_i}), lorsqu'il n'y a pas de cumul de dommage. Une censure par intervalle [7] peut alors être réalisée et la probabilité observée s'exprime par

$$P_i(\Sigma_{0_i} \geq \sigma_{D_i} \geq \Sigma_{0_i} - p) = F(\Sigma_{0_i}) - F(\Sigma_{0_i} - p). \quad \text{eq 2-6}$$

Les formules proposées par Dixon et Mood en 1948 [1] ont été obtenues par l'analyse du maximum de vraisemblance dans le cas d'une loi normale. Ainsi, le dépouillement d'un Staircase classique avec uniquement des censures à droite et à gauche donne des résultats très proches d'un dépouillement avec ces formules. Müller *et al.* [8] ont simulé des Staircase et les ont dépouillés avec différents estimateurs. Les résultats obtenus avec l'estimateur du maximum de vraisemblance et les formules de Dixon et Mood sont logiquement très proches. Les résultats présentés par la suite seront obtenus uniquement avec l'estimateur du maximum de vraisemblance et les différentes censures, en fonction des observations réalisées au cours des Staircase (rupture, non-rupture ou rupture après rechargement).

2.4 Incertitudes sur la détermination du paramètre de dispersion

Afin d'évaluer le gain potentiel sur l'incertitude du paramètre, un très grand nombre d'échantillons est généré (1000 par conditions). La distribution initiale (donc à retrouver à l'issue du dépouillement) est caractérisée par un coefficient de variation $C_v = 0,05$ soit un module de Weibull de $m = 25$.

Les distributions des paramètres obtenues par le dépouillement des 1000 Staircase sont représentées par leur médiane et les bornes correspondent au 5^{ème} et 95^{ème} centile (**Fig.3**). Un cas idéal est également représenté, il correspond au dépouillement direct des limites d'endurance tirées aléatoirement, et sans censures. Les distributions ne dépendent alors plus que du nombre d'éprouvettes

n par échantillon. Ce cas idéal montre alors les incertitudes minimales possibles, le maximum d'information étant extrait de l'échantillon.

Les distributions des paramètres de dispersion doivent être analysées avec le Tableau 1, qui rassemble les proportions de calculs possibles pour ce paramètre. En effet, lorsqu'il y a peu d'information, donc peu d'éprouvettes ou uniquement des censures, le calcul de la dispersion est parfois impossible.

Les distributions de modules de Weibull (**Fig. 3. a**) et de coefficients de variation (**Fig. 3. b**) représentent les mêmes résultats. Cependant, il est plus facile d'analyser les distributions de coefficient de variation. Assez logiquement, plus le nombre d'éprouvettes dans l'échantillon est important, moins l'incertitude est élevée (et la proportion de calcul possible augmente également). La variante de Staircase avec rechargement des éprouvettes jusqu'à rupture permet d'apporter plus d'informations et donc de diminuer les incertitudes tout en rendant le calcul plus souvent possible. Les incertitudes se rapprochent du cas idéal, et l'estimation du paramètre de dispersion est bien plus facile. Par exemple, les niveaux d'incertitude à 15 éprouvettes avec la recharge sont quasiment identiques à ceux à 50 éprouvettes avec le protocole classique (et recommandé par Dixon et Mood pour l'estimation de la dispersion).

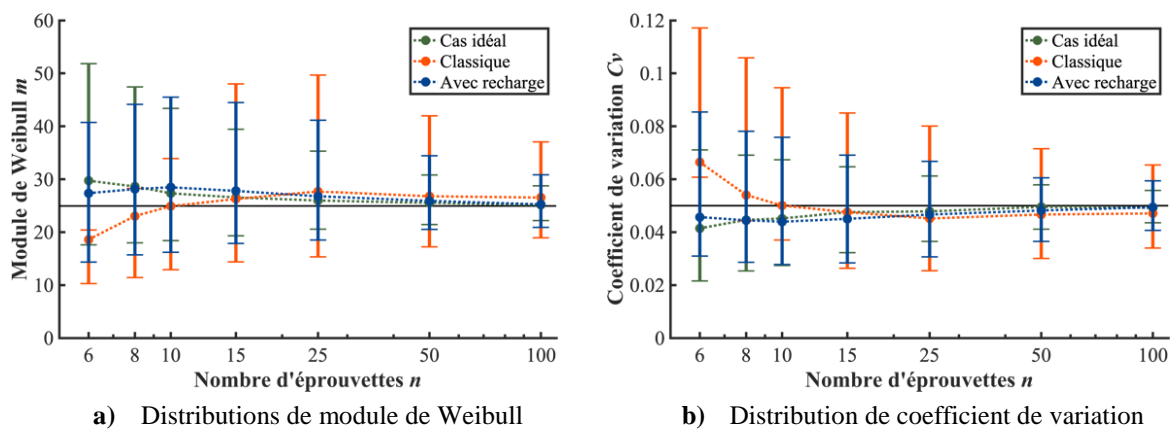


Fig. 3. Résultats des simulations sur le paramètre de dispersion en fatigue ($C_v = 0,05$ $m = 25$).

Tableau 1

Proportion de calcul possible du paramètre de la dispersion en fatigue en fonction du nombre d'éprouvettes par Staircase pour les deux procédures Staircase

Nombre d'éprouvettes n	Cas idéal	Staircase Classique	Staircase avec recharge
6	96 %	24 %	70 %
8	99 %	34 %	82 %
10	100 %	51 %	91 %
15	100 %	73 %	98 %
25	100 %	91 %	100 %
50	100 %	99 %	100 %
100	100 %	100 %	100 %

Cependant les incertitudes sont toujours très élevées, même avec beaucoup d'éprouvettes. Par exemple, dans le cas du Staircase classique à 100 éprouvettes, la médiane des 1000 valeurs déterminées est $m = 26,0$ avec le 5^{ème} centile à $m = 20,6$ et le 95^{ème} centile à $m = 35,3$.

De par la nature même du Staircase classique, la dispersion est forcément mal évaluée. En effet, la philosophie de la méthode est d'utiliser plusieurs éprouvettes (un minimum) afin d'osciller autour de la limite d'endurance médiane. Nécessairement, la détermination de la dispersion est compliquée, car les queues de distribution sont très mal représentées. Pour cela, il faudrait proposer d'autres méthodes d'essais ou se donner les moyens d'avoir énormément d'éprouvettes (ce qui perd tout l'intérêt de ce type de méthode dans la réduction du nombre d'éprouvettes).

D'autres protocoles ou stratégies peuvent être envisagés. Par exemple avec la simple recharge des éprouvettes, plus d'informations sont extraites de chaque éprouvette, ce qui permet alors de réduire le nombre d'éprouvettes nécessaire pour obtenir un même niveau d'incertitude sur le paramètre de dispersion, bien que d'autres questions se posent, notamment concernant les histoires de cumul de dommage.

Ces résultats permettent également de relativiser sur les valeurs de module de Weibull parfois obtenue à partir de l'analyse de données de fatigue, qui semblent parfois élevés. Cela s'explique par le fait qu'avec peu d'éprouvettes, les queues de distribution sont mal représentées et la dispersion est nécessairement sous-estimée.

3 Modélisation des essais d'auto-échauffement

L'obtention d'une courbe d'auto-échauffement se fait à partir d'un suivi de température sur une éprouvette. Une succession de blocs de chargement de quelques milliers de cycles permet de relier l'élévation de température de l'éprouvette à l'amplitude de contrainte du bloc de chargement. L'objectif est alors de détecter les niveaux d'activation des phénomènes dissipatifs, également à l'origine de l'endommagement en fatigue. La modélisation probabiliste des essais d'auto-échauffement [5] fait apparaître un modèle de Weibull. Le module de Weibull m est directement identifiable à partir de la courbe d'auto-échauffement. La comparaison entre ce module identifié à partir d'une seule éprouvette et de la dispersion des essais de fatigue a été réalisée pour une large gamme d'acier [6]. Munier observe que de manière générale, le module identifié par auto-échauffement est légèrement plus faible que celui déterminé par les essais de fatigue (souvent déterminé avec peu d'éprouvettes, donc en sous estimant probablement la dispersion, ce qui se traduit par une surestimation probable du module de Weibull).

L'objectif de cette partie est de présenter rapidement la philosophie de la modélisation et l'identification des paramètres à partir d'une courbe d'auto-échauffement.

3.1 Modèle probabiliste à deux échelles

Le Volume Élémentaire Représentatif (VER) du modèle est constitué d'une matrice élasto-plastique dans laquelle des inclusions élasto-plastique s'activent avec l'augmentation de l'amplitude du chargement (Fig. 4).

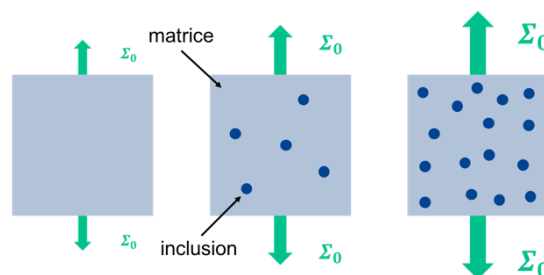


Fig. 4. VER du modèle probabiliste à deux échelles : activation de sites (inclusions) élasto-plastiques dans une matrice élasto-plastique avec l'amplitude de contrainte.

Chaque site est défini par un écrouissage cinématique linéaire qui s'active à partir d'un certain niveau d'amplitude σ_y^H . Le VER est constitué d'une population d'inclusion suivant un Processus Ponctuel de Poisson (P.P.P.). L'intensité du processus de poisson est définie par une loi puissance

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\Sigma_0}{S_0} \right)^m \quad \text{eq 3-1}$$

Avec l'hypothèse du maillon le plus faible, la probabilité de rupture du volume V est alors celle de trouver au moins un site actif, soit avec le P.P.P. et l'intensité en loi puissance

$$P_F = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\Sigma_0}{S_0}\right)^m\right), \quad \text{eq 3-2}$$

ce qui correspond alors au modèle de Weibull (eq 2-1).

À partir du scénario d'activation des sites, il est alors possible de calculer la dissipation d'une éprouvette en fonction de l'amplitude de chargement [5-6]. La résolution de l'équation de la chaleur permet alors de faire le lien entre l'élévation de température de l'éprouvette sous chargement cyclique en fonction de l'amplitude de chargement appliqué. Cette température se décompose en deux contributions, celle d'un régime primaire (correspondant à la dissipation de la matrice élasto-plastique) et celle du régime secondaire (correspondant à la dissipation de la population de sites élasto-plastique, à l'origine de l'endommagement en fatigue). Cette température stabilisée s'écrit alors

$$\bar{\theta} = \alpha \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{max}} \right)^2 + \beta \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{max}} \right)^{m+2}, \quad \text{eq 3-3}$$

où Σ_0 est l'amplitude de contrainte du bloc de chargement. Le régime primaire est caractérisé par une intensité α et le régime secondaire par une intensité β . La puissance $m+2$ est alors directement identifiable à partir d'une seule courbe d'auto-échauffement.

3.2 Résultats d'essais

Deux essais d'auto-échauffement sur un alliage de titane (TA6V) sont présentés (Fig. 5.). Les essais ont été réalisés pour un rapport de charge de $R = 0$ et à température $T = 150^\circ\text{C}$. Les essais d'auto-échauffement sur éprouvettes homogènes se veulent répétables. En effet, l'essai d'auto-échauffement permet de caractériser l'ensemble de la population de site de dissipation et possède donc un aspect moyen, à l'inverse d'un essai de fatigue qui va uniquement caractériser le défaut critique.

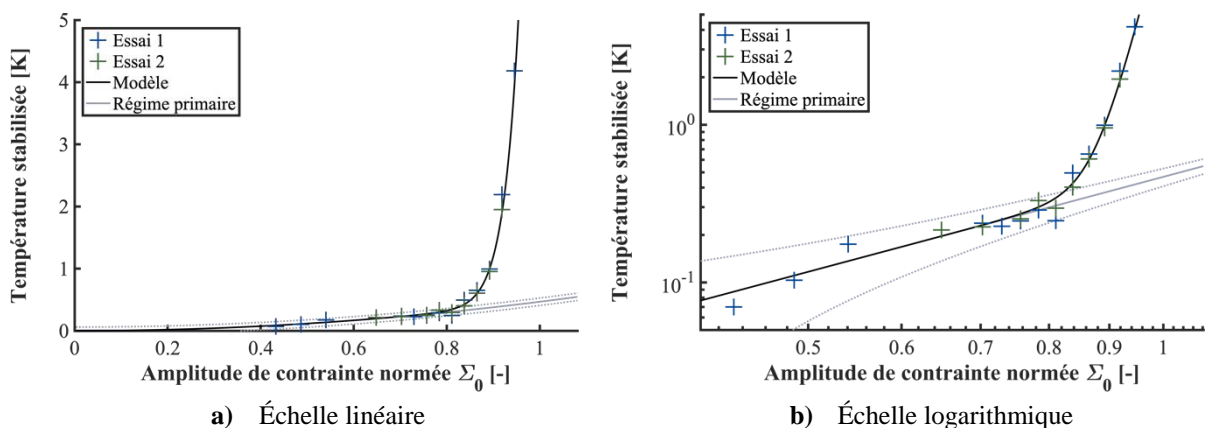


Fig. 5. Exemple d'essais d'auto-échauffement (TA6V, $R = 0$ et $T = 150^\circ\text{C}$).

Deux régimes d'auto-échauffement sont bien présents, avec un régime primaire pour les faibles amplitudes de contraintes (l'intervalle correspond environ au bruit de mesure). À partir d'un certain niveau d'amplitude, la température stabilisée augmente brutalement, signifiant l'activation de mécanismes dissipatifs, alors même que la sollicitation est toujours dans le domaine élastique macroscopique. Il s'agit alors du régime secondaire traduisant l'activation de sites de microplasticité, à

l'origine de l'endommagement en fatigue. La limite d'endurance médiane Σ_{50} est généralement associée au début du régime secondaire (autour de $\Sigma_0 \approx 0,8$ ici) et le module de Weibull est directement identifiable sur le régime secondaire. Pour les deux essais, un module de Weibull de $m = 28$ est directement identifié à partir des courbes d'auto-échauffement. Ce qui correspond à un coefficient de variation de $C_v = 0,045$.

Dans le cadre d'une étude sur les effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte, des lots d'éprouvettes avec des géométries différentes ont été testés en fatigue. Toutes les éprouvettes sont issues du même lot matière de TA6V. Les essais ont été réalisés avec des procédures similaires, *i.e.* avec rechargement des éprouvettes non rompues. L'objectif de l'étude était alors d'analyser les gains et pertes de propriétés en fatigue, en évaluant la limite d'endurance médiane des différents lots, en fonction des géométries d'éprouvette et donc du volume effectif des éprouvettes. Une valeur du paramètre de dispersion a pu être estimée à partir de ces essais de fatigue. Les trois lots d'une vingtaine d'éprouvettes semblent avoir une dispersion proche (ou du moins du même ordre de grandeur, l'incertitude étant très importante avec une vingtaine d'éprouvettes, comme constaté avec les simulations).

Par exemple avec un des lots de $n = 19$ éprouvettes, un module de Weibull de $m = 34$ a été identifié, soit un coefficient de variation de $C_v = 0,037$. Un intervalle de confiance à 90% a été déterminé par une méthode du Bootstrap [9]. Pour le module de Weibull, cet intervalle est [27 ; 44], soit pour le coefficient de variation, [0,029 ; 0,046]. Il s'agit bien des intervalles de confiance sur la méthode de détermination des paramètres pour cet échantillon particulier de 19 éprouvettes. Comme présenté précédemment, l'interprétation du module de Weibull est délicate. L'ordre de grandeur sur le coefficient de variation déterminé par auto-échauffement est en accord avec ces résultats d'essais de fatigue. D'autant plus qu'avec un petit échantillon d'une vingtaine d'éprouvettes (qui reste quand même très conséquent dans un contexte industriel), l'incertitude sur le paramètre de dispersion est assez élevée (cf. Partie 2). Ainsi, la dispersion estimée à partir de l'échantillon considéré (donc « du tirage aléatoire » lors de la fabrication des éprouvettes) peut ne pas être représentatif de la population entière du fait du « faible » nombre d'éprouvettes.

La détermination du module de Weibull par des essais d'auto-échauffement (qui reste modèle dépendant) semble être plus robuste, dans le sens où les essais d'auto-échauffement sont très répétables. Le lien entre le module identifié par auto-échauffement et la dispersion des essais de fatigue a déjà été réalisé pour une large gamme d'acier [6] et de très bonnes tendances sont observées pour le TA6V dans cette étude.

4 Discussion

La détermination de la dispersion des données en fatigue est parfois très compliquée, mais est nécessaire afin de correctement dimensionner les pièces en fatigue à grand nombre de cycles. L'étude du cas idéal (lorsque l'ensemble des limites d'endurance des éprouvettes tirées aléatoirement sont connues) montre bien que les incertitudes sur le paramètre de dispersions restent très élevées. De plus les résultats de cette étude sont très idéalisés dans le sens où plusieurs hypothèses fortes ont été réalisées (forme de la distribution connue pour l'analyse des données, essais parfaits...).

Afin de correctement déterminer la dispersion des essais de fatigue, il faudrait donc se donner les moyens de tester un nombre très important d'éprouvettes. Cependant, cela n'est pas envisageable dans un contexte industriel. Des essais plus complexes, soit avec rechargement des éprouvettes non rompues ou instrumentés (*e.g.* avec des thermocouples pour les essais d'auto-échauffement) permettent alors d'apporter plus d'informations sur les éprouvettes ou sur les mécanismes à l'origine de la fatigue.

Dans le cas des essais d'auto-échauffement, les courbes d'auto-échauffement sont très répétables et ainsi un seul essai permet de caractériser la population de sites de dissipation. L'interprétation de la courbe d'auto-échauffement dépend alors d'un modèle probabiliste à deux échelles, qui permet de déterminer la limite d'endurance et le module de Weibull avec une seule éprouvette. Le lien entre auto-échauffement et propriétés en fatigue a déjà été réalisé pour de nombreux matériaux. Ce qui s'avère être une piste très intéressante dans la réduction du temps et donc du coût de caractérisation.

D'autres types d'essais ou de procédures permettraient d'identifier le module de Weibull. Il serait en effet envisageable d'identifier ce module à partir du gain sur la limite d'endurance du matériau en fonction des effets de volume ou des effets d'hétérogénéité de contrainte [4], en imaginant par exemple des éprouvettes avec des géométries différentes ou des sollicitations hétérogènes (*e.g.* flexion rotative).

Références

- [1] W. Dixon, A. M. Mood, A method for obtaining and analyzing sensitivity data, *Journal of the American Statistical Association* 43 (241) (1948) 109–126.
- [2] R. Pollak, A. Palazotto, T. Nicholas, A simulation-based investigation of the staircase method for fatigue strength testing, *Mechanics of Materials* 38 (12) (2006) 1170–1181.
- [3] W. Weibull, A statistical distribution function of wide applicability, *Journal of applied mechanics* 103 (1951) 293–297.
- [4] F. Hild, De la rupture des matériaux à comportement fragile, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6 (1992).
- [5] C. Doudard, M. Poncelet, S. Calloch, C. Boue, F. Hild, A. Galtier, Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading, *International Journal of Fatigue* 29 (4) (2007) 748–757.
- [6] R. Munier, Étude de la fatigue des aciers laminés à partir de l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique : essais, observations, modélisation et influence d'une pré-déformation plastique, Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale (2012).
- [7] G. Gómez, M. L. Calle, R. Oller, Frequentist and Bayesian approaches for interval-censored data, *Statistical Papers* 45 (2) (2004) 139–173.
- [8] C. Müller, M. Wächter, R. Masendorf, A. Esderts, Accuracy of fatigue limits estimated by the staircase method using different evaluation techniques, *International Journal of Fatigue* 100 (2017) 296–307.
- [9] P. Compère, Détermination des intervalles de confiance d'une loi de survie par la méthode du Bootstrap, *Revue de statistique appliquée* 45 (1997), 21-37.