

Contrôle d'écoulement turbulent par aimants permanents

O. DOCHE^a, S. TARDU^b

a. SIMAP-EPM, Univ. Grenoble Alpes, Grenoble INP, SIMaP, 38000 Grenoble,
olivier.doche@simap.grenoble-inp.fr

b. LEGI, Univ. Grenoble Alpes, Domaine Universitaire CS 40700, 38058, Grenoble
Cedex 9, sedat.tardu@legi.grenoble-inp.fr

Résumé :

L'effet d'un champ magnétique permanent et localisé dans la zone de proche paroi d'un écoulement turbulent développé en canal est investigué par Simulation Numérique Directe (DNS). La distribution de champ magnétique est définie par une disposition d'aimants permanents situés sur les parois inférieure et supérieure du canal. Par le biais d'une simplification du problème MHD, on s'intéresse ici à deux configurations de champ magnétique : une configuration permettant de privilégier la composante de champ longitudinale (i.e. dans le sens de l'écoulement) et une autre transverse (le champ magnétique est non aligné avec l'écoulement mais toujours parallèle aux parois). La structuration de la turbulence est alors étudiée en fonction de la zone de pénétration du champ magnétique, cette dernière pouvant s'étendre jusqu'au début de la couche externe de l'écoulement turbulent (i.e. la limite supérieure de la couche logarithmique). On montre que l'application d'un champ transverse confiné entre la paroi et la couche logarithmique réduit de manière importante la population de structures cohérentes et, en conséquence, affecte aussi significativement l'agitation et le frottement turbulent associé. Ces informations permettront notamment d'optimiser l'arrangement de tableaux d'aimants en paroi afin de maximiser leur action sur la turbulence.

Abstract :

Results from high resolution Direct Numerical Simulations for a fully developed turbulent flow under a permanent magnetic field in an electrically insulating channel are discussed. Pairs of magnets placed at walls create non-uniform DC magnetic fields and their interactions with the turbulent flow are analyzed through a simplified MHD model. This approach of the magneto-fluid interaction makes possible a statistical analysis by retaining the near wall characteristics of a turbulent MHD flow. Two magnetic fields configurations are investigated: streamwise (i.e. aligned with the flow) and spanwise (nonaligned with the flow but parallel to the walls). It is found that the Lorentz force should be effective in the viscous, buffer and the logarithmic layer in order to alter the near-wall turbulence properties. For spanwise magnetic fields, the coherent structure population and the turbulent activity is drastically reduced by comparison with the streamwise case. These results give an insight for further optimizations of wall magnet arrays arrangement in order to control the near wall turbulence.

Mots clefs : MHD, Turbulence, DNS, Aimants permanents

1 Introduction

La capacité à manipuler un écoulement afin de le forcer dans un état désiré est évidemment d'une importance cruciale pour beaucoup d'applications technologiques. Le contrôle des écoulements turbulents par voie MHD à faible nombre de Reynolds magnétique est une solution intéressante car elle n'est pas intrusive et permet d'agir directement au sein de l'écoulement. Les travaux de [1] ont notamment montré que l'effet d'un champ magnétique aligné avec l'écoulement permettait d'obtenir des valeurs de frottements moyens variant du cas laminaire au cas pleinement turbulent en fonction de l'intensité magnétique imposée. On vise ici à montrer la faisabilité d'un contrôle d'écoulement turbulent électro-conducteur au moyen d'aimants permanents disposés sur les parois d'un canal. L'une des limitations principales à ce dispositif est la très forte atténuation spatiale du champ magnétique généré. Il est alors difficilement concevable de pouvoir atteindre le cœur des écoulements classiquement utilisés à l'échelle du laboratoire au moyen de ces systèmes. De nombreuses études ont montré que la turbulence de paroi peut être effectivement contrôlée plus ou moins efficacement au moyen d'actions localisées en paroi [2]. Les contrôles de type passif reposent généralement sur des modifications géométriques de l'interface tels que les *riblets*. Des stratégies de contrôle beaucoup plus sophistiquées ont été réalisées par asservissement spatio-temporel (*contrôle actif en boucle fermée*). Parmi elles, on peut trouver les méthodes de contrôle optimal [3] ou suboptimal [4] qui permettent, par exemple, de définir une carte de soufflage/aspiration fluctuante en paroi minimisant une fonction de coût (*e.g.* l'intégrale du frottement sur la paroi) sur un horizon temporel de recherche important (cas du contrôle optimal) ou très limité (cas du contrôle suboptimal). Le contrôle par aimants permanents ne nécessitant pas d'apport énergétique externe, il peut donc être rigoureusement catégorisé comme contrôle passif. Le sujet principal de cette étude porte donc sur la simulation numérique d'un écoulement turbulent en canal soumis à des champs magnétiques non uniformes. On s'attache notamment ici à comprendre comment les différentes composantes du champ interagissent avec la turbulence de proche paroi.

2 Description du problème et résolution numérique

2.1 Système d'équation MHD

On s'intéresse à un écoulement turbulent soumis à un champ magnétique \mathbf{B} dans un canal de demi hauteur h et dont la vitesse au centre est U_{cp} , *i.e.* la vitesse centrale pour un écoulement de débit équivalent en régime laminaire. Les écoulements MHD sont régis par les équations classiques de la dynamique des fluides, enrichies du terme de Lorentz et des équations de Maxwell. En complément, ces équations sont couplées à la loi d'Ohm généralisée caractérisant le comportement électrique du fluide considéré. Ainsi, dans le cas d'un écoulement Newtonien électro-conducteur et incompressible, ce système adimensionné par les échelles externes peut être simplifié lorsque le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu\sigma U_{cp}h$ est suffisamment faible :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} &= -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + N(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \\ \nabla^2 \phi &= \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ \mathbf{j} &= -\nabla \phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \end{aligned}$$

où \mathbf{u} est le champ de vitesse, p est la pression, \mathbf{B} le champ magnétique solénoïdal, \mathbf{j} la densité de courant et ϕ est le potentiel électrique s'établissant au sein du fluide. Les paramètres physiques intervenant dans ce problème MHD sont : ρ la densité, ν la viscosité cinématique, μ la perméabilité magnétique et σ la

conductivité électrique du fluide. Le nombre de Reynolds $Re = \frac{U_{cp}h}{\nu}$ est fixé à 4200 dans toute cette étude. Le paramètre d'interaction $N = \frac{Ha^2}{Re}$ représente le rapport entre les forces de Lorentz et les forces d'inertie et fait intervenir Ha , le nombre de Hartmann. On notera donc que $Ha^2 = (Bh)^2 \left(\frac{\sigma}{\rho\nu}\right)$ représente le rapport entre les forces de Lorentz et les forces visqueuses. On distinguera par la suite le paramètre d'interaction d'un champ à dominance longitudinale x et transverse z par les notations respectives N_x et N_z (ou alternativement Ha_x et Ha_z si on considère les nombres de Hartmann).

2.2 Aspects numériques

On étudie ici un écoulement turbulent en canal de dimensions $[4\pi h, 2h, \frac{4}{3}\pi h]$ dans les directions respectives $[x, y, z]$. Pour des raisons pratiques, des notations mixtes seront utilisées par la suite, *i.e.*, les directions longitudinale x_1 , normale à la paroi x_2 , et transverse x_3 seront aussi appelées, respectivement, x , y , and z et associées aux composantes de vitesse u (u_1), v (u_2), and w (u_3). Les conditions limites sur la vitesse et le potentiel électrique sont périodiques dans les directions longitudinale et transverse. On considère un problème satisfaisant des conditions d'adhérence et de transpiration nulle ($u, v, w = 0$ en $y = 0$ et h) sur des parois non conductrices (*i.e.* $\frac{\partial\phi}{\partial y}\Big|_{y=0,h} = 0$). Une condition supplémentaire est imposée afin de garantir que le bilan des courants moyens est nul sur tout le domaine de calcul à chaque instant. La résolution numérique est effectuée à partir du code de simulation numérique directe MULTIFAST ([5], [6]) dont la discrétisation spatiale est assurée par des schémas *explicitement optimisés* (EO) exprimés par différences finies. L'avancement temporelle est effectuée par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 et la résolution du couplage entre les variables ϕ et u_i est analogue à celle présentée dans [7]. Les calculs ont été effectués sur un maillage $257(x) \times 128(y) \times 128(z)$ et l'avancement temporelle est réalisé avec un pas de temps $\Delta t = 0.01$ ($\Delta t^+ = 0.07$). Les variables utilisées par défaut dans ce papier sont exprimées dans les échelles externes basées sur les grandeurs globales caractéristiques de l'écoulement, *i.e.* la demi hauteur h , la vitesse au centre du canal pour un écoulement de Poiseuille équivalent et une valeur B_{ref} définissant une valeur de référence pour le champ magnétique. Les unités de paroi, liées aux échelles internes seront classiquement définies par la notation $()^+$. L'adaptation au forçage magnétique à partir de champs turbulents standards pleinement développés, est vérifiée après une période de 1000 unités code. Une fois l'état manipulé établi, le calcul est poursuivi sur 2000 unités code (200.000 itérations temporelles) afin de générer les données nécessaires aux traitements statistiques dans les plans $[x, z]$ avec une fréquence de 20 champs toutes les 100 unités code. L'implémentation MHD dans le code MULTIFAST a été validée par comparaison directe avec les résultats obtenus au moyen d'un code pseudo spectral [8] soumis à $Re = 13300$ (basé sur la vitesse moyenne) et pour $Ha = 20$ dans la direction transverse (résultats non montrés ici).

3. Cas de deux paires d'aimants disposées sur chaque paroi du canal turbulent

On cherche à évaluer la possibilité de contrôler un écoulement turbulent au moyen d'aimants permanents disposés sur les parois du canal. A la différence des études sous champs uniformes, la disposition d'aimants de tailles finies sur les parois inférieure et supérieure implique nécessairement l'existence d'un champ magnétique bi-composante. La distribution spatiale du champ magnétique imposé dans notre domaine de calcul est préalablement déterminée par application de la formulation analytique proposée par [9] pour chacun des aimants modélisés. Une première disposition d'aimant

transverse est présentée sur la Fig. 1 (Gauche). Cette configuration compte deux paires d'aimant, chacune d'elle étant positionnée sur une paroi du canal par alternance de pôle positif et négatif. Les aimants ont une extension $l_z = 0.1\pi$ et leur étendue est considérée infinie dans la direction x . Leurs centres sont équirépartis d'une distance de $\Delta_z = \frac{2\pi}{3}$ et ils sont positionnées à une distance $l_y = 0.3\pi$. La Fig. 1 (Droite) montre ainsi la répartition des lignes de champ magnétique ainsi que la répartition des composantes B_z et B_y .

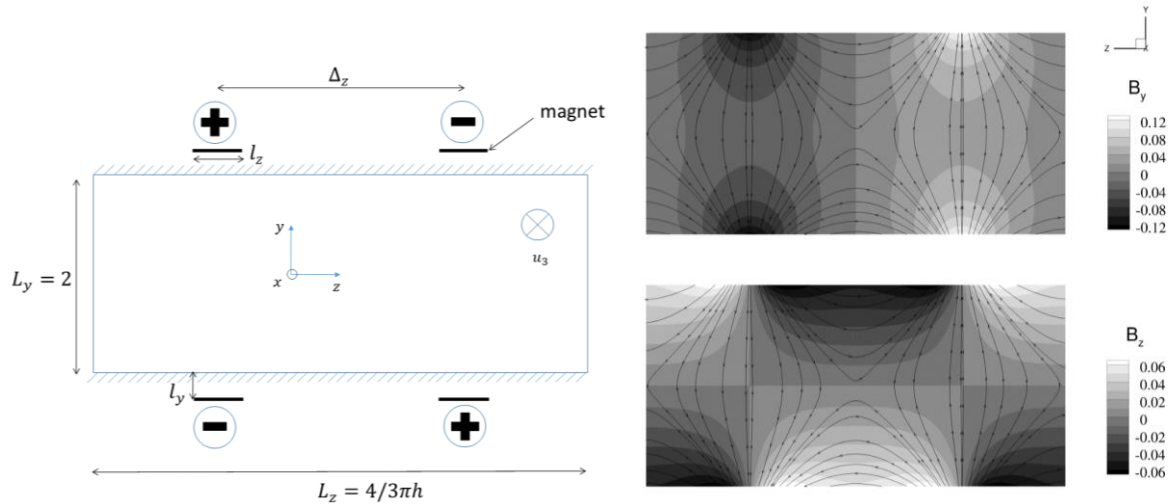


FIGURE 1. (Gauche) Schéma présentant la position des deux paires d'aimant dans le cas d'une configuration transverse. (Droite) Contours en niveaux de gris de la composante B_y (Haut) et B_z (Bas). Les vecteurs correspondent aux lignes de champ magnétique. L'écoulement est orienté suivant la direction x .

La Fig. 2 montre une diminution nette du pic de fluctuations de vitesse longitudinale u_{RMS} lorsque l'intensité magnétique associée à la surface de chaque aimant correspond à une valeur de $Ha = 150$. Dans ce papier, la moyenne d'une quantité q sera notée \bar{q} alors que la moyenne quadratique des fluctuations q' sera définie par $q_{RMS} = \sqrt{\overline{q'^2}}$.

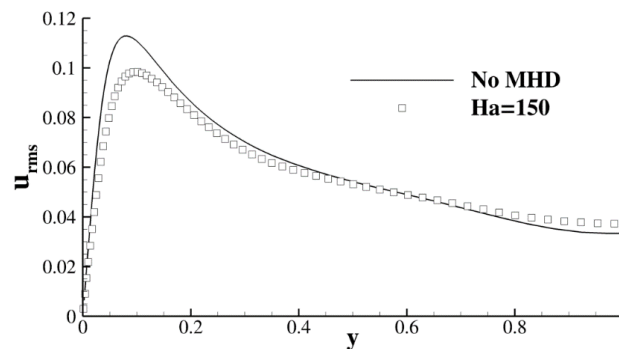


FIGURE 2. Profils de vitesse fluctuante moyennée sur chaque plan $[x, z]$ dans le cas non manipulé (sans MHD) et pour $Ha=150$.

On sait, d'après les études de [7], qu'un champ uniforme transverse se révèle plus efficace en terme de réduction de frottement turbulent qu'un forçage, d'intensité magnétique équivalente, mais résultant de l'application d'un champ magnétique longitudinal. En outre, la relaminarisation intervient pour un nombre d'interaction plus faible dans le cas transverse ($N_x = 0.6$ contre $N_z = 0.1$ pour $Re = 3300$, voir [7]). Ce résultat est important et il est tentant de vouloir le transposer directement à notre problème d'aimants localisés. Cependant, ces études ne nous renseignent pas sur l'impact de la profondeur de pénétration du champ ainsi que la valeur moyenne de l'intensité magnétique minimale nécessaire à

appliquer dans cette zone active (*i.e.* la zone soumise à une force de Lorentz) en vue d'une manipulation efficace de l'écoulement. La difficulté majeure à relever pour réaliser ce type d'étude réside alors dans l'analyse statistique des bases de données temporelles générées. En effet, l'organisation des aimants sous forme de *pattern* ne permet plus de traiter les champs de données (vitesses, pressions, etc.) dans chaque plan périodique $[x, z]$. L'écoulement n'est plus homogène que dans une direction, et ceci bien que la condition d'ergodicité soit maintenue, rendant ainsi les études statistiques nécessairement plus coûteuses en temps de calcul. Afin de contourner cette difficulté, on propose ci-après une modélisation visant à évaluer l'effet d'un forçage résultant d'une composante de champ unidirectionnel B_x ou B_z , actif seulement sur une profondeur imposée dans le canal.

4. L'approximation « Rough MHD » : application d'un champ magnétique uniforme sur une zone du canal

L'application d'un champ magnétique uniforme sur une partie seulement du canal (*i.e.* semi-uniforme) est une simplification importante permettant de découpler les effets inhérents à l'existence du champ B_y , nécessairement présent dans les configurations étudiées. Il est surtout important de souligner que ce type de champ magnétique ne peut exister dans la réalité. En effet, même si le champ reste solénoïdal, la loi d'Ampère $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j}$, implique nécessairement l'existence d'un courant à l'interface entre la zone active (*i.e.* soumise à une valeur non nulle d'intensité magnétique) et le cœur du canal. A défaut, une autre composante de champ doit nécessairement s'établir dans les directions orthogonales, permettant ainsi de satisfaire $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$. On considère ici que la création de densité de courant près de l'interface est enclin à polluer l'interprétation du modèle visant à comprendre l'interaction entre une composante magnétique et la turbulence de proche paroi. Par la suite, des configurations géométriques d'aimants pourront être optimisées afin de maximiser la valeur d'une composante dans une direction tout en satisfaisant les équations de Maxwell. Cette approche sera dénommée « Rough-MHD (RMHD) » et on s'intéressera particulièrement à l'impact de deux épaisseurs actives : $\delta_{0.17h}$ et $\delta_{0.3h}$. La première zone $\delta_{0.17h}$ recouvre la sous couche laminaire ainsi que la sous-couche tampon, elle s'étend donc de la paroi jusqu'à une distance $y^+ = 30$ correspondant à une distance de $y = 0.17$ pour un écoulement développé en canal non manipulé à $Re = 4200$. Elle englobe donc la zone de production d'énergie turbulente dont le pic est localisé autour de $y^+ \approx 10$. La seconde zone est définie entre $0 < y < \delta_{0.3h}$ et intègre en plus la couche logarithmique. Cette dernière s'étend jusqu'à une distance $y = 0.3$ (limite gouvernée principalement par les échelles externes) incluant ainsi la quasi-totalité des effets de parois pour des nombres de Reynolds modérés.

La Fig. 3 montre l'évolution du frottement pariétal moyen pour plusieurs profondeurs de pénétration de champ magnétique B_x et plusieurs valeurs du paramètre d'interaction N_x . Le gradient de pression moyen ne dépend pas ici directement de la force de Lorentz et s'exprime donc par : $-\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}\right) = \frac{1}{V} \int \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2} dV$ où V représente le volume total de la boîte de calcul.

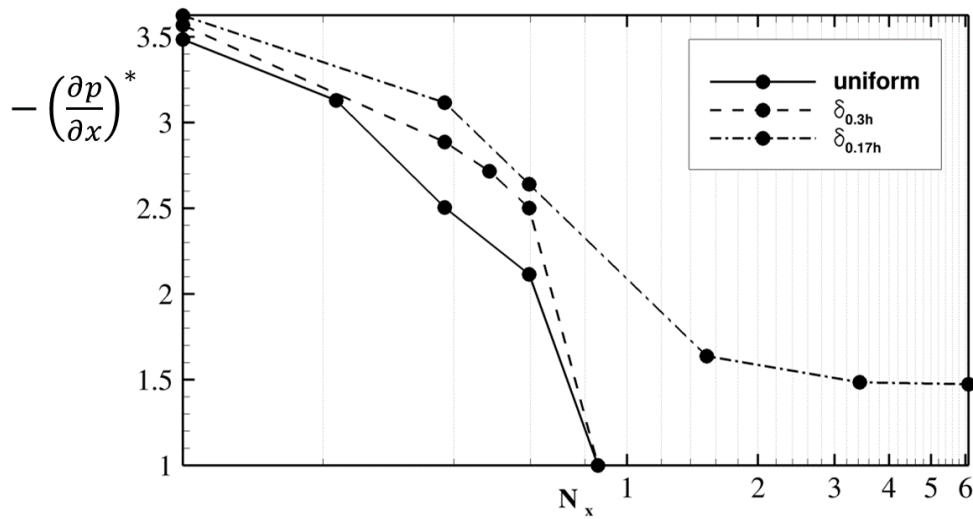


FIGURE 3. Evolution de la perte de pression de l'écoulement pour différentes épaisseurs de couches actives sous un champ magnétique longitudinal. $-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^*$ est adimensionné par la valeur obtenue dans le cas d'un écoulement équivalent de Poiseuille non manipulé (*i.e.* laminaire et sans MHD)

Il est intéressant de noter que les évolutions de la pression moyenne sont très similaires dans les cas de champ uniforme et pour $\delta_{0.3h}$. On constate aussi qu'un état de relaminarisation est observé seulement pour ces deux cas à une valeur identique du paramètre d'interaction $N_x = 0.9$ ($Ha \approx 60$). Ceci laisse donc supposer que l'information nécessaire pour contrôler un écoulement turbulent réside dans la zone $0 < y < 0.3$ et qu'une force de retour dans la direction i ($i \neq 3$) $F'_i \propto -u'_i B_i^2$ et agissant directement sur les fluctuations v' et w' propres à la dynamique des structures vorticitaires, est suffisante pour altérer la cohérence de la turbulence et empêcher sa régénération.

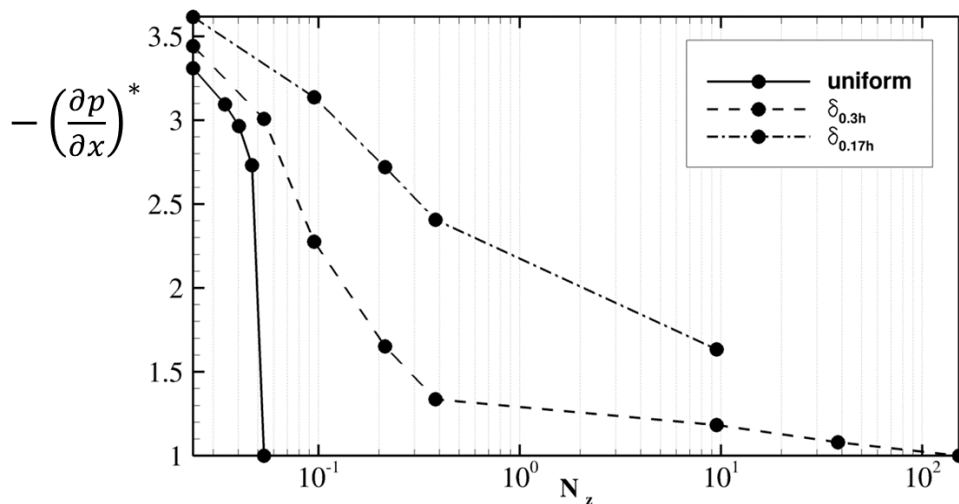


FIGURE 4. Identique à la figure 3 mais pour un champ magnétique purement transverse.

La Fig. 4 présente les évolutions du frottement dans le cas d'un champ imposé dans la direction transverse. Il n'est pas surprenant de constater que le forçage par un champ B_x ou B_z uniforme a plus d'impact sur l'écoulement qu'une application d'un champ constant sur une profondeur plus faible : $\delta_{0.17h}$ ou $\delta_{0.3h}$. L'application d'un champ transverse semble ainsi beaucoup plus efficace pour réduire

le frottement pariétal généré par la turbulence. L'état relaminarisé est aussi obtenu pour des paramètres d'interaction significativement plus faibles, *i.e.* $N_z = 0.05$ contre $N_x = 0.9$. Les travaux de [7] montrent un état relaminarisé de l'écoulement pour $N_x = 0.6$, la différence pouvant être expliquée par un Reynolds significativement différent entre nos études (3000 contre 4200 ici). Une relaminarisation est donc bien observée si le champ magnétique pénètre dans l'écoulement jusqu'à une distance $y = 0.3$ mais elle est plus difficile à atteindre pour les plus faibles profondeurs de pénétration. Il est intéressant de constater que même si la chute de frottement est beaucoup plus importante pour B_z , c'est tout de même le cas B_x qui relaminarisera en premier. Pour des valeurs $N_{x,z} < 0.9$, les forçages par champs transverses sont toujours plus efficaces que pour des champs longitudinaux. En comparant les résultats de la Fig. 3 et la Fig.4, on constate d'ailleurs une réduction de frottement similaire pour le cas B_x uniforme (la meilleure¹ configuration longitudinale) et B_z sur $\delta_{0.17h}$ (la plus mauvaise en transverse) pour $N_{x,z} = 0.4$.

L'étude des profils de fluctuation de vitesse sous champ longitudinal actif sur $\delta_{0.3h}$ (Fig. 5a) montre que la composante fluctuante de u est très faiblement affectée jusqu'à la valeur $Ha_x = 60$ (relaminarisation) alors que les autres composantes et les contrainte de Reynolds subissent un effet plus graduel du champ magnétique.

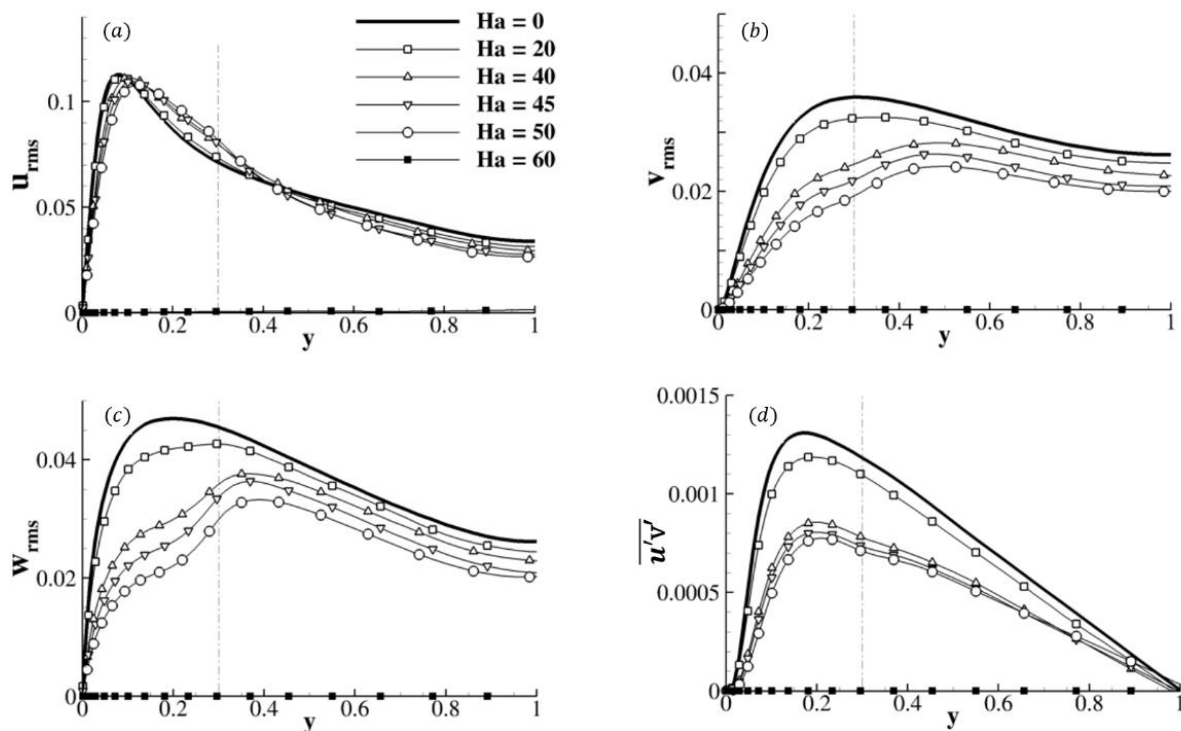


FIGURE 5. Profils RMS et des contrainte Reynolds pour un champ magnétique longitudinal et une épaisseur active $\delta_{0.3h}$.

¹ en terme de réduction de frottement pariétal

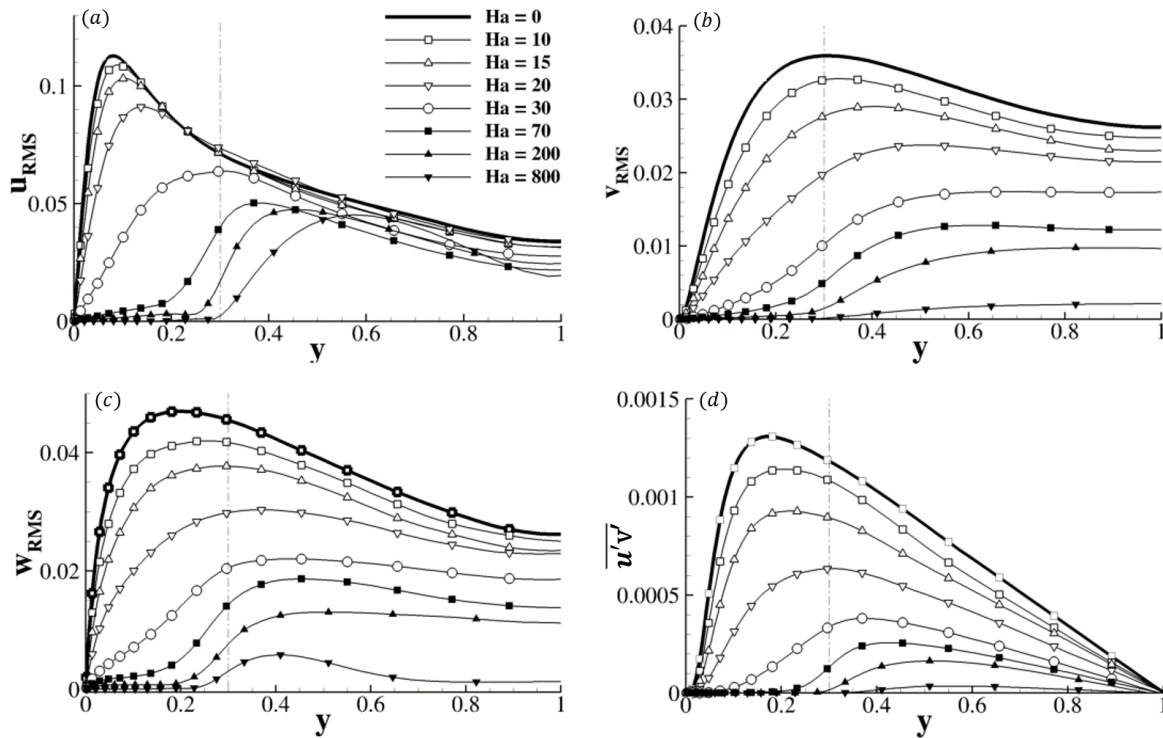


FIGURE 6. Identique à la figure 5 mais pour un champ magnétique transverse.

La figure 6 (a-d) montre que toutes les composantes sont affectées dans le cas d'un forçage par champ transverse sur $\delta_{0,3h}$. L'effet du champ magnétique est beaucoup plus graduel dans la zone active et reste significativement plus important que pour le cas longitudinal, même si ce dernier ne conduit pas à un état relaminarisé. Cette observation semble indiquer que le cycle de régénération de la turbulence est fondamentalement perturbé par une action résultant d'un champ transverse.

A la vue de cette étude paramétrique, il apparaît qu'une manipulation par champ transverse est beaucoup plus sensible que son homologue longitudinal imposé au même nombre de Hartmann. On peut aussi conclure qu'un forçage magnétique est généralement plus efficace pour $\delta_{0,3h}$ que $\delta_{0,17h}$. On remarque notamment un effet très significatif du forçage dans le cas $Ha_z = 30$, $\delta_{0,3h}$ sur l'ensemble des statistiques liées à l'activité turbulente.

L'efficacité du champ transverse est très certainement liée à un amortissement des fluctuations u' (*streaks*) conjointement aux fluctuations de vitesses verticales. Ainsi, le cycle d'auto-régénération de la turbulence, proposé entre autre par [10], et donc la génération même des QSV (*Quasi Streamwise Vortices*) est directement affectée par le forçage. Un champ B_x n'agit que sur les composantes de vitesses associées à la rotation des QSV (*i.e.* v' et w') et l'interaction entre la structure et le champ magnétique ne devient significative qu'une fois la structure déjà formée. L'effet d'un champ B_x n'est donc pas régulateur car il n'empêche pas la création des structures vorticitaires, du moins pour des valeurs modérées de Ha_x (*i.e.* < 60). L'analyse des fluctuations des densités de courant révèle que, dans le cas d'un forçage transverse, des fluctuations importantes de courant s'établissent près de la paroi. Or, ces fluctuations étant colinéaires à la composante du champ magnétique B_z , elles ne peuvent être induites directement par une contribution du terme $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$. Une analyse des champ instantanés montre alors que des structures longitudinales se développent à l'extérieur de la zone active. Leur rôle est alors identique à celui des QSV en générant des fluctuations de vitesses verticales. Ces fluctuations de vitesses créent des courants j'_y qui, à leur tour, vont générer des fluctuations de courant transverses j'_z par conduction près des parois afin de fermer les boucles.

Les Fig. 7 et 8 permettent de comparer les effets du champ magnétique confiné en $\delta_{0,3h}$ sur la structuration instantanée de la turbulence de proche paroi. Pour cela, on présente un champ 3D (figures de gauche) où une analyse λ_2 permet d'identifier les populations de structures cohérentes et à laquelle on ajoute un plan de contour afin de visualiser la vitesse longitudinale instantanée dans un plan situé en $y^+ = 10$. Un plan de coupe sur la demi hauteur, positionné arbitrairement dans le canal, (figures de droite) permet de visualiser l'interaction entre les vitesses verticale et longitudinale. La comparaison des figures 7 (Gauche) et 8 (Gauche) montrent que la densité de population de structure est bien moindre dans le cas d'un forçage B_z que B_x . L'intensité des zones de hautes et basses vitesses qui en découle est aussi naturellement affectée, et associée à une diminution notable du frottement en paroi comme exposé au début de la section. La figure 8 (Droite) montre que dans le cas transverse, la formation des structures n'est pas totalement désactivée au-delà de $\delta_{0,3h}$, mais qu'elle est clairement inhibée dans la zone active. Cette couche devient passive car elle ne participe plus au cycle de régénération de la turbulence et n'est pas non plus modulée par les fluctuations de vitesse générées au cœur de l'écoulement.

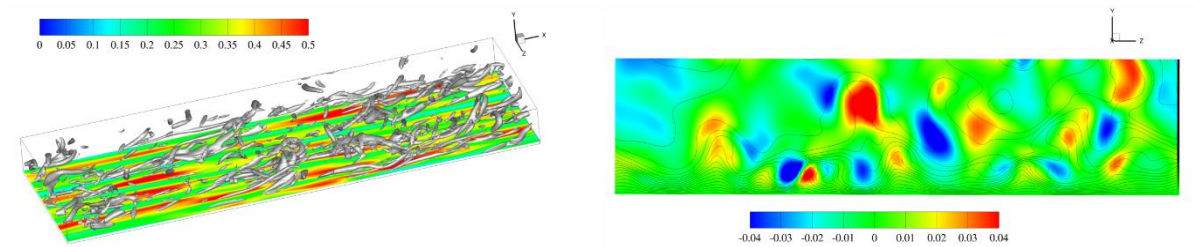


FIGURE 7. Champ instantané sous un forçage magnétique longitudinal ($Ha_x = 40$) actif sur une épaisseur $\delta_{0,3h}$. (Gauche) Isovaleur de $\lambda_2 = -1$ avec contours de vitesse longitudinale u sur un plan situé à une distance $y^+ = 10$. (Droite) Contours de vitesse v' sur un plan de coupe $[y, z]$ arbitraire. Les lignes correspondent aux iso-contours de vitesse longitudinale.

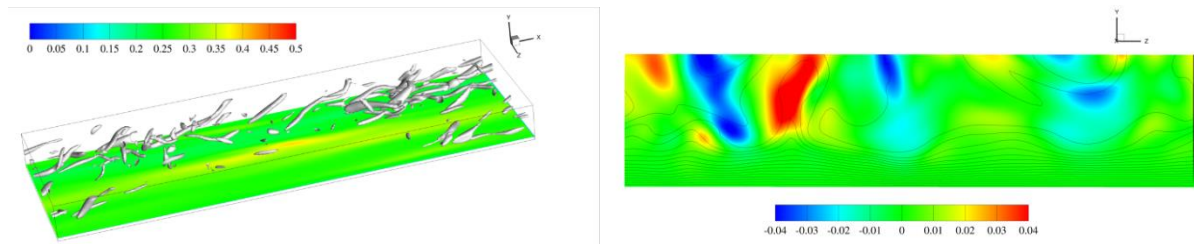


FIGURE 8. Identique à la Fig. 7 mais pour un champ transverse B_z ($Ha_z = 30$).

5. Conclusion

La faisabilité d'un contrôle magnétique passif, c'est-à-dire sans injection de courant externe et par la simple utilisation d'aimants permanents positionnés en paroi est établie pour un écoulement turbulent électro-conducteur. On constate notamment que l'action d'un champ magnétique à prédominance transverse, confinée dans une zone recouvrant la couche logarithmique est efficace quant à la réduction de la traînée et de l'agitation turbulente. Ces résultats sont obtenus à partir d'un modèle MHD simplifié mais les futurs essais numériques ou expérimentaux, visant l'utilisation de tableaux d'aimants pariétaux à des fins de contrôle de la turbulence, devraient trouver ici des éléments utiles pour leurs conceptions.

Références

- [1] F. Fraim, W. Heiser. The effect of a strong longitudinal magnetic field on the flow of mercury in a circular tube, *Journal of Fluid Mechanics*, 33(2), (1968) 397-413
- [2] F. Bushnell, C. McGinley. Turbulence control in wall flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 21, (1989) 1-20
- [3] T. R. Bewley, P. Moin, et R. Temam, DNS-based predictive control of turbulence: an optimal benchmark for feedback algorithms, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 447, (2001) p. 179-225
- [4] S. F. Tardu et O. Doche, One-information suboptimal control repercussion on the fine structure of wall turbulence, *Computers & Fluids*, vol. 38, 3, (2009) p. 637-647,
- [5] J. Schillings, O. Doche, M. Tano Retamales, F. Bauer, J. Deseure, et S. Tardu, Four-way coupled Eulerian–Lagrangian Direct Numerical Simulations in a vertical laminar channel flow, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 89, (2017), p. 92-107
- [6] F. Bauer, S. Tardu, et O. Doche, Efficiency of high accuracy DRP schemes in direct numerical simulations of incompressible turbulent flows, *Computers & Fluids*, vol. 107, (2015), p. 123-140
- [7] D. Lee et H. Choi, Magnetohydrodynamic turbulent flow in a channel at low magnetic Reynolds number », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 439, (2001), p. 367–394,
- [8] D. Krasnov, O. Zikanov, J. Schumacher, et T. Boeck, Magnetohydrodynamic turbulence in a channel with spanwise magnetic field, *Physics of Fluids*, vol. 20, 9, (2008), p. 95-105
- [9] G. Akoun et J. P. Yonnet, 3D analytical calculation of the forces exerted between two cuboidal magnets, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 20, 5, (1984), p. 1962-1964
- [10] J. Jiménez et A. Pinelli, The autonomous cycle of near-wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 389, (1999), p. 335-359