

# Bifurcations successives de l'écoulement transverse en cavité ouverte et interaction avec les oscillations de la couche cisailée

G. Feger<sup>a</sup>, F. Lusseyran<sup>b</sup>, L. Pastur<sup>c</sup>

a. LIMSI, CNRS - UPR3251 Université Paris-Sud, Université Paris-Sud, France +  
guillaume.feger@netcourrier.com

b. LIMSI, CNRS - UPR3251 Université Paris-Saclay, France + francois.lusseyran@limsi.fr

d. IMSIA - UMR9219, ENSTA ParisTech, France + luc.pastur@ensta-paristech.fr

...

## Résumé :

*Une cavité rectangulaire ouverte sur un écoulement incident présente successivement, quand la vitesse incidente croît, des instabilités centrifuges intra-cavitaires puis une oscillation auto-entrenue de la vitesse dans la couche de mélange. Dans ce travail expérimental nous présentons les mesures des valeurs critiques du nombre de Reynolds seuils de 3 instabilités centrifuge. La troisième de ces instabilités n'avait pas encore été détectée ni expérimentalement, ni numériquement. De plus, nous donnons les premières mesures du nombre de Reynolds critique d'apparition des instabilités de la couche de mélanges. Enfin nous évoquons les conséquences de l'interaction entre les deux familles d'instabilités.*

## Abstract :

*A rectangular cavity open to an incident flow successively presents, as the incident velocity increases, intra-cavitary centrifugal instabilities and then a self-input oscillation of the velocity in the mixing layer. In this experimental work we present measurements of the critical values of the Reynolds number of 3 centrifugal instabilities thresholds. The third of these instabilities had not yet been detected either experimentally or numerically. In addition, we give the first measurements of the critical Reynolds number of instabilities in the mixture layer. Finally, we discuss the consequences of the interaction between the two families of instability.*

**Mots clefs : Ecoulement de cavité ouverte, seuil d'instabilité, expérience, vélocimétrie laser à effet Doppler, couplage nonlinéaire entre modes.**

## 1 Introduction

La dynamique de l'interaction entre une couche limite et une cavité ouverte sur l'écoulement principal, est un sujet étudié de longue date [13, 12, 9, 10, 11]. Les oscillations auto-entretenuées de la couche

cisaillée sont le phénomène énergétiquement dominant de l'écoulement, mais l'écoulement se compose également d'une recirculation principale intra-cavitaire, propice au développement d'instabilités centrifuges, du fait de la forte courbure des trajectoires des particules fluides [4, 7]. L'écoulement intra-cavitaire développe ainsi des structures bien avant que la couche cisaillée impactante n'oscille. Nous présentons ici des résultats expérimentaux récents qui complètent des travaux antérieurs [6, 5, 11]. A partir de séries temporelles de la vitesse mesurée par LDV, nous avons déterminé précisément les nombres de Reynolds critiques  $Re_c^{3D}$  des seuils des 2 premières bifurcations, ainsi que les dynamiques résultantes, en accord avec une analyse de stabilité linéaire d'un état de base tri-dimensionnel [6]. Nous avons pu aussi montrer l'existence d'une troisième bifurcation, qui confirme que le rapport  $R = L/D = 1.3$  (largeur  $L$  et hauteur  $D$  de la cavité), sépare bien deux familles de modes sélectionnés au seuil de l'instabilité. A plus haut nombre de Reynolds, la couche cisaillée se déstabilise à son tour et entre dans un régime d'oscillations auto-entretenues [12]. Nous préciserons la valeur de ce nouveau seuil critique et son écart aux trois valeurs de  $Re_c^{2D}$  associées aux modes d'instabilité centrifuge. Cet écart conditionne les couplages non-linéaires entre les instabilités intra-cavitaires et les oscillations de la couche de mélange, et conditionne donc les caractéristiques de la route vers le chaos de l'écoulement quand le nombre de Reynolds croît.

## 2 Dispositif expérimental

La cavité est insérée dans le conduit de section rectangulaire d'une petite soufflerie hauteur 75 mm et de largeur  $S = 300$  mm. La cavité, insérée en dépression par rapport au plancher est de profondeur  $D = 50$  mm de largeur  $S = 6D$  et de longueur  $L$  variable. Les parois sont constituées de plaques de verre traitées anti-reflet fixées à une armature métallique (figure 1). En amont de la cavité se développe une couche limite de type Blasius développée sur 300 mm de distance d'un bord elliptique. Les fluctuations résiduelles de la vitesse sont inférieures au %.

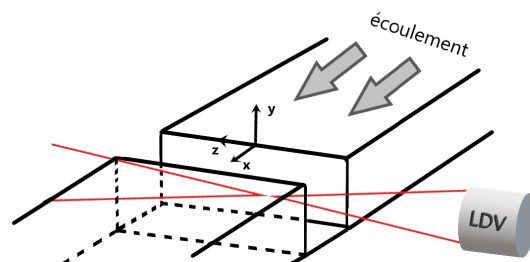
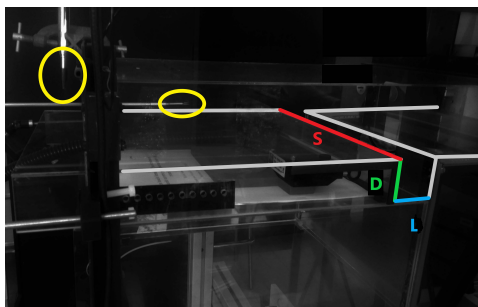


FIGURE 1 – Photographie de la cavité et schéma du point de mesure LDV et du référentiel dans la cavité.

La marche avale de la cavité mobile se compose d'une marche de verre de 50 mm de hauteur qui, selon sa position, détermine le rapport de forme de la cavité, compris entre 1 et 2 pour cette étude :  $R = L/D = \{1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0\}$ .

Une composante de la vitesse instantanée peut être mesurée par vélocimétrie laser à effet Doppler par un système DANTEC doté d'un laser de longueur d'onde 660nm, et de puissance 35mW. La focale de la lentille de sortie est de 300 mm conduisant à un interfrange de 3.345μm. Ce facteur de calibration est connu à 0.07% près. L'un des deux faisceaux traverse une cellule de Bragg excitée à 80MHz, permettant la mesure de la vitesse nulle.

	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$Re_1^{3D}$	3380	*	*	*	*	*
$Re_2^{3D}$	3815	*	–	–	–	–
$Re_3^{3D}$	4295	3500	–	–	–	–

TABLE 1 – Valeurs critiques des premières, deuxième et troisième instabilités intra-cavitaires, à nombre de Reynolds croissant; – instabilité absente; \* mesure ultérieur.

La valeur de la vitesse dans le plan d'entrée de la cavité  $U_0$  est contrôlée pendant toute la durée des acquisitions du signal de vitesse par une mesure de fil chaud (système TESTO 425) de résolution 0.01m/s et de précision minimum  $\pm 0.03$  m/s et recalibré à l'aide de la LDV ce qui ramène la précision à la valeur de la résolution. Le nombre de Reynolds  $Re = U_0 L / \nu$  de référence est construit sur cette vitesse et la longueur de la cavité.

La visualisation des structures tourbillonnaires est obtenue grâce à une nappe de lumière blanche dans le plan transversale  $\{x, y = -0.02m, z\}$  et un ensemencement de l'écoulement par de la fumée de spectacle.

### 3 Instabilités centrifuges

#### 3.1 Etat de base sous-critique

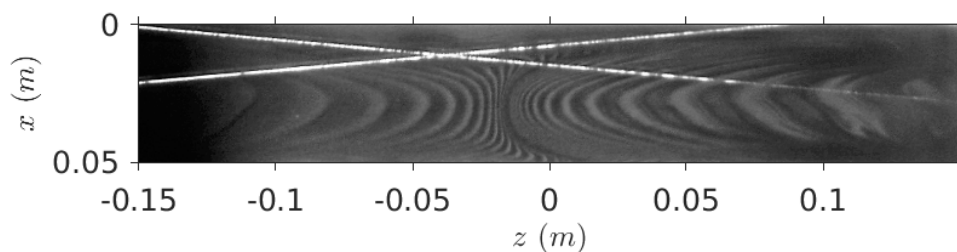


FIGURE 2 – Visualisation par fumée de spectacle de l'état de base.

L'état de base présente, dans un plan de coupe  $(x, z)$  horizontal, deux larges cellules de recirculation qui partent des bords latéraux de la cavité et reviennent vers le centre, comme on peut le voir sur les visualisations de fumée de la figure 2. Les vitesses  $y$  sont très faibles, de l'ordre du mm/s. Dans un plan de coupe vertical  $(x, y)$ , l'écoulement se caractérise par une recirculation principale globalement circulaire de diamètre d'ordre  $D$ , plongeant vers le fond de la cavité depuis le bord aval et remontant vers la couche de mélange au niveau du bord amont, avec des vitesses de l'ordre de  $U_0/5$  [14]. Dans les cavités de rapport de forme plus grand, un écoulement de recirculation secondaire, contra-rotatif, peut se développer au voisinage de la face amont de la cavité [6]. Il est à noter que la couche cisailée, à l'aplomb de la cavité, ne présente pas encore d'oscillations auto-entretenues à ces valeurs du nombre de Reynolds.

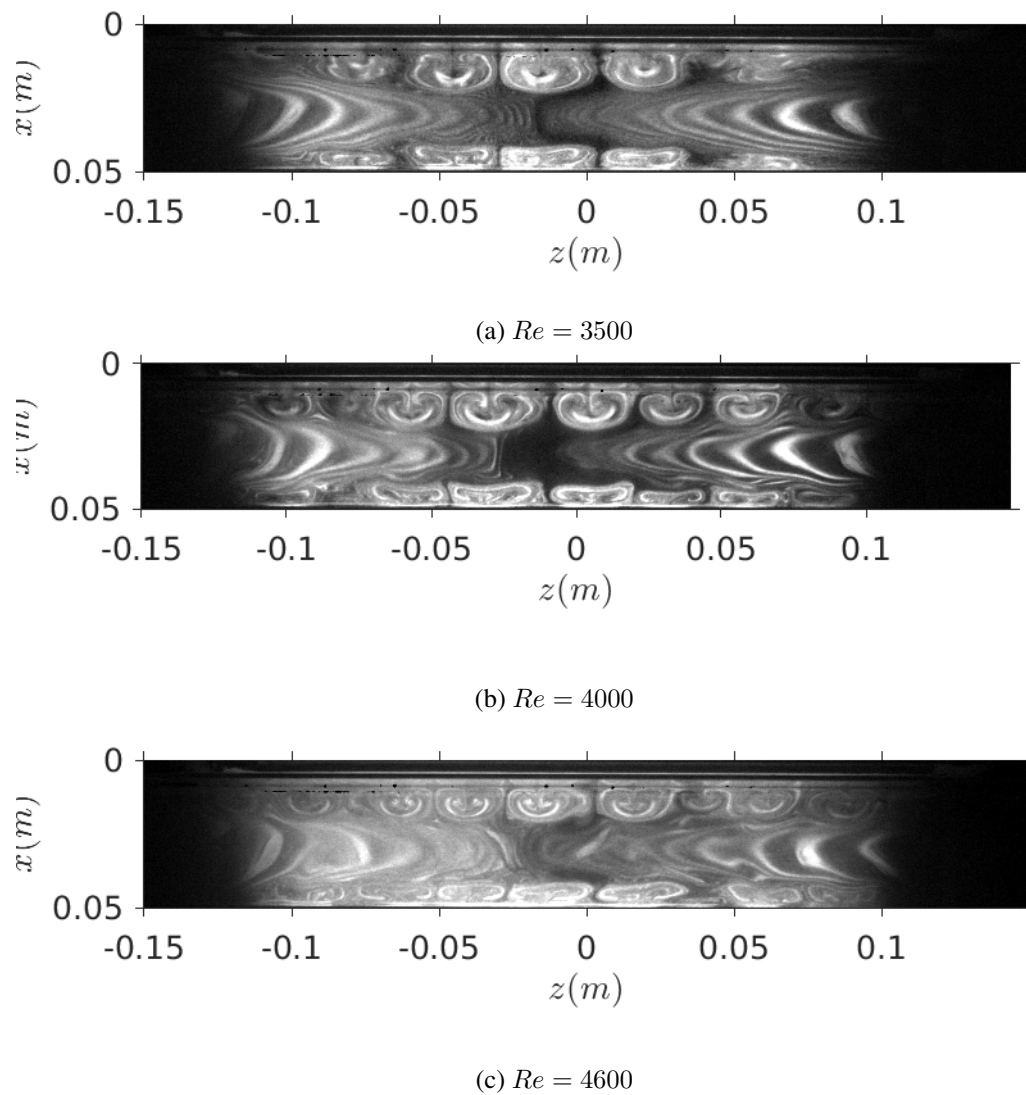


FIGURE 3 – Visualisations des paires tourbillonnaires dans le cas  $R = 1$  pour 3 valeurs de  $Re$ , a) en deÁa de  $Re_{c1}^{3D}$ , b) entre  $Re_{c1}^{3D}$  et  $Re_{c2}^{3D}$ , c) au-delà de  $Re_{c3}^{3D}$ .

### 3.2 Instabilité primaire

Les instabilités centrifuges, au-delà de la première valeur critique du nombre de Reynolds  $Re_1^{3D}$ , se développent dans les couches limites présentes sur les bords amont et aval ainsi que le fond de la cavité, comme cela est manifeste sur les figures 3. L'instabilité se traduit par la formation de paires de tourbillons contra-rotatifs qui ensèrent l'écoulement de recirculation intra-cavitaire principal, et forme une allée de paires tourbillonnaires le long de l'envergure de la cavité, caractérisée par une longueur d'onde  $\Lambda \approx 2D$  [7, 8, 6, 5, 11]. En coupe sur la figure 3, l'allée tourbillonnaire se traduit par un motif répétitif de structures en forme de champignons, rendues visibles le long de l'envergure, contre les bords amont et aval de la cavité. Comme cela a été décrit par Douay *et al* (2016), la dynamique de ces structures dépend du rapport de forme de la cavité. Pour des cavités de rapport de forme  $L/D \leq 1.2$ , les structures dérivent lentement depuis le plan de symétrie, à mi-envergure, vers les bords latéraux. Il en résulte, dans le spectre de puissance d'une mesure locale de vitesse, à l'intérieur de la cavité, l'émergence d'un pic à la fréquence  $F = \Lambda/c$ , où  $c$  est la vitesse de dérive des structures vers les bords latéraux [6].

Cette fréquence, associée à la dérive des structures, est d'environ un ordre de grandeur supérieure pour des cavités de grand rapport de forme,  $L/D \geq 1.4$  [5]. Cela est attribué à la sélection, au seuil, de familles de solutions différentes selon que  $L/D$  est inférieur ou supérieur à 1.3. La famille de structures sélectionnée lorsque  $L/D \leq 1.2$  est (quasi) stationnaire, tandis que la famille sélectionnée à  $L/D \geq 1.4$  est propagative [6, 10]. Le diagramme espace-temps de la figure 5(a) matérialise, par ensemencement avec de la fumée, ces structures quasi-stationnaires pour  $L/D = 1$ . Le seuil est mesuré à  $Re_1^{3D} \approx 3380$  pour  $L/D = 1$  (figure 4b; les valeurs seuils de l'instabilité centrifuge pour les différents rapports de forme explorés dans cette étude sont regroupés dans la Table 1, encore lacunaire.

### 3.3 Instabilités secondaire et tertiaire

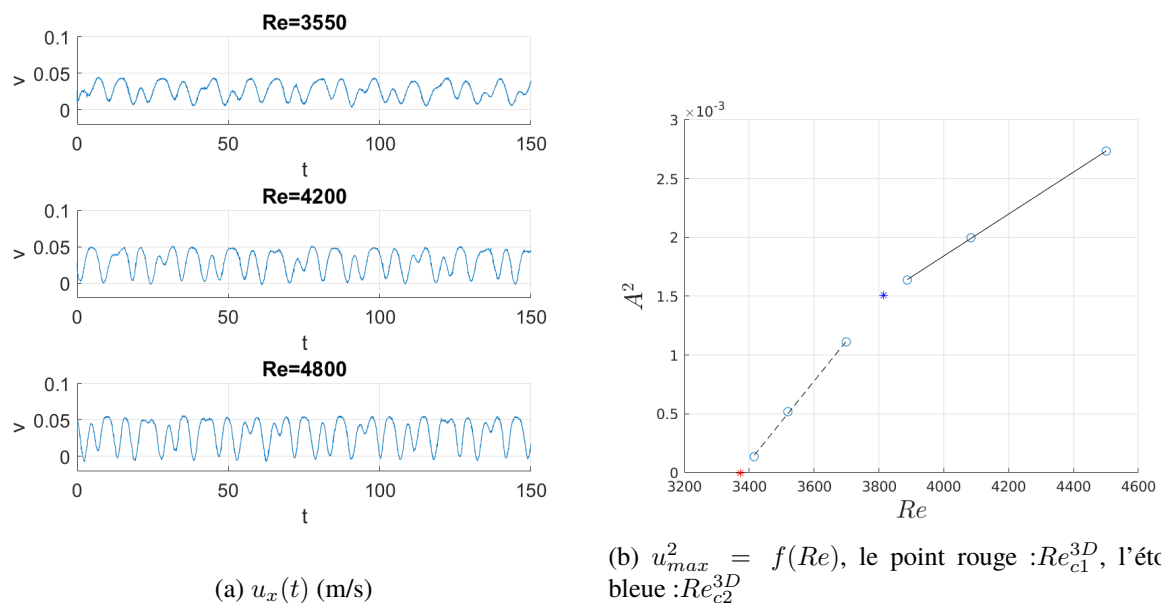


FIGURE 4 – Evolution de l'amplitude des structures centrifuges au seuil de l'instabilité.

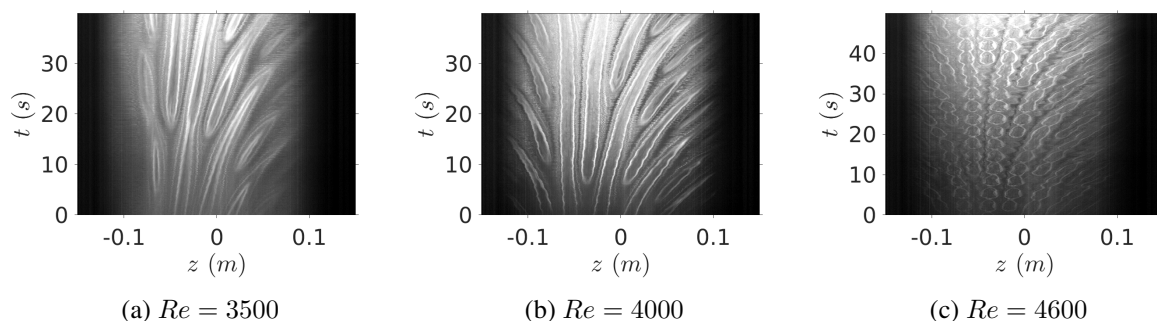
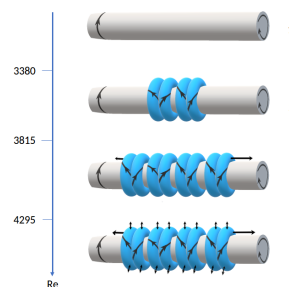
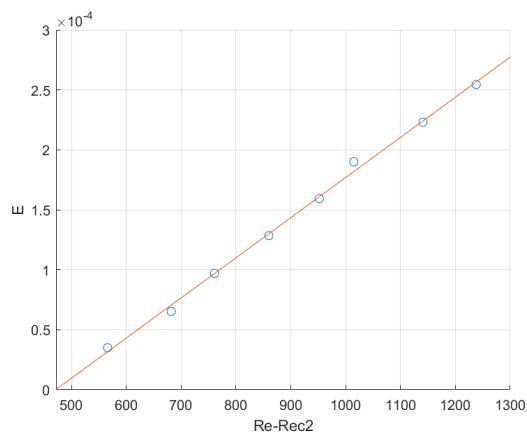


FIGURE 5 – Diagrammes spatio-temporel obtenus à partir des images de visualisation par la fumée de spectacle, pour une cavité de rapport de forme  $L/D = 1$ . Une ligne de niveau de gris est reportée pour chacun des 1000 instantanés sauvegardés à la fréquence de 10 Hz pour a) b) et 20 Hz pour c)

Une analyse de stabilité linéaire tri-dimensionnelle sur le premier état bifurqué, conduite par Picella *et al* (2018) et confirmée expérimentalement, a montré que les structures (quasi) stationnaires, en cavité carrée ( $L/D = 1$ ), subissaient à leur tour une instabilité secondaire, pour une nouvelle valeur critique  $Re_2^{3D} > Re_1^{3D}$  du nombre de Reynolds. Le nouvel état résultant est caractérisé par des structures tourbillonnaires

stationnaires autour du plan de symétrie médian ( $z = 0$ ), issues de la première instabilité, tandis que les structures tourbillonnaires au-delà de cette zone ( $|z/S| > 1/4$ ), issues de la seconde instabilité, se propagent en direction des bords latéraux, comme on peut le voir sur le diagramme espace-temps de la figure 5(b) (bien visible à gauche de l'image). Cette transition secondaire n'est pas expérimentalement observée dans les cavités de grand rapport de forme, l'état de base étant déjà propagatif au seuil [5].

Dans l'étude expérimentale que nous avons menée ici, nous avons identifié une troisième bifurcation, dans les cavités de petit rapport de forme ( $L/D \leq 1.2$ ), pour une valeur critique  $Re_3^{3D} > Re_2^{3D}$  du nombre de Reynolds. Le nouvel état résultant présente une oscillation temporelle, spatialement uniforme, de l'amplitude des paires tourbillonnaires  $A(t) = A_0 \cos(\Omega_r t) \exp(2i\pi(Ft - z/\Lambda))$ , où  $\Omega_r$  est la pulsation de la modulation temporelle de l'amplitude. Ce nouveau régime dynamique se traduit, dans le diagramme espace-temps de la figure 5(c), par une modulation temporelle (selon l'axe  $t$  vertical) spatialement uniforme (selon l'axe  $z$  horizontal) de la taille des têtes des champignons de fumée, qui passent pas une phase « d'extinction » avant de croître à nouveau.



(a)  $u_{max}^2 = f(Re - Re_2^{3D})$ , mesurer sur les PSD à  $f = 0.3Hz$  (b) Schéma des transitions successives des instabilités centrifuges pour  $R \leq 1.3$

FIGURE 6 – Mesure du nombre de Reynolds critique  $Re_3^{3D}$

Les valeurs critiques  $Re_2^{3D}$  et  $Re_3^{3D}$  des instabilités secondaire et tertiaire, pour les différentes configurations de cavité explorées ici, sont regroupées dans la Table 1. Les états stables successivement observés lorsque le nombre de Reynolds augmente sont schématiquement représentés sur la figure 6b. Notons qu'aux valeurs du nombre de Reynolds jusque dans le régime tertiaire, pour les cavités de petit rapport de forme ( $L/D \leq 1.2$ ), la couche cisailée n'a pas encore développé d'oscillations auto-entretenues. Ces dernières font l'objet de la section suivante et sont illustrées dans le cas de la cavité carrée ( $L/D = 1$ ), à nombre de Reynolds toujours croissant.

## 4 Seuil des oscillations auto-entretenues de la couche de mélange, pour $R = 1$

Lorsque le nombre de Reynolds augmente, au-delà des valeurs critiques d'apparition des instabilités centrifuges transversales présenté au paragraphe 3, l'énergie des oscillations dans la couche de mélange peut augmenter de plusieurs ordres de grandeurs. La cavité est alors entrée en résonance et devient susceptible d'émission sonores importantes. C'est la configuration généralement étudiée, soit que l'on souhaite tirer bénéfice de ce régime d'oscillations, comme pour les instruments de musique, soit qu'on

souhaiter diminuer les nuisances associées. Des études numériques récentes montrent, dans une configuration bi-dimensionnelle de rapport de forme  $R = 1$ , que les oscillations spontanées de la couche cisailée résultent de bifurcations successives de l'état de base, constitué soit de la solution stationnaire des équations de Navier-Stokes, soit de l'écoulement moyen au nombre de Reynolds considéré, sur lequel l'analyse de stabilité linéaire donne des résultats quantitativement meilleurs que sur la solution stationnaire [3].

Pour identifier un seuil d'instabilité dans la plage de vitesse correspondant à la résonance ( $Re > 6000$ ) il faut identifier le mode dont on veut suivre la croissance parmi les modes d'oscillations de la couche cisailée susceptibles d'être sélectionnés par la longueur de la cavité. A tous les nombres de Reynolds  $Re$  explorés (cf. Table 2), même avant la résonance, on observe des pics d'énergie à différentes fréquences. Lorsque le pic résulte de la résonance, la fréquence  $f$  correspondante doit croître proportionnellement à  $U_0$  et proportionnellement à l'inverse de  $L$ , de sorte que le nombre de Strouhal  $St = fU_0/L$  associé doit être constant à nombre de Reynolds croissant. Cette remarque nous permet d'éliminer les spectres correspondant aux valeurs  $Re = \{6000, 6300, 6600\}$  (figure 7a), dont la fréquence  $f$  reste indépendante de la valeur de  $Re$ . Cependant, il a été montré que le nombre de Strouhal n'est pas seulement fonction du nombre de Reynolds, mais également du rapport  $L/\theta_0$  entre la longueur de cavité  $L$  et l'épaisseur de la couche limite  $\theta_0$  à l'aplomb de la cavité, de sorte que les nombres de Strouhal des différents modes  $n \in \mathbb{N}$  d'oscillation suivent une loi affine

$$St_n \approx 3n/8 + \frac{L/\theta_0}{340} \quad (1)$$

, où  $\theta_0 \propto Re^{-1/2}$  dans notre expérience [2]. Cette légère dépendance peut être observée sur les figures 7b et 7c.

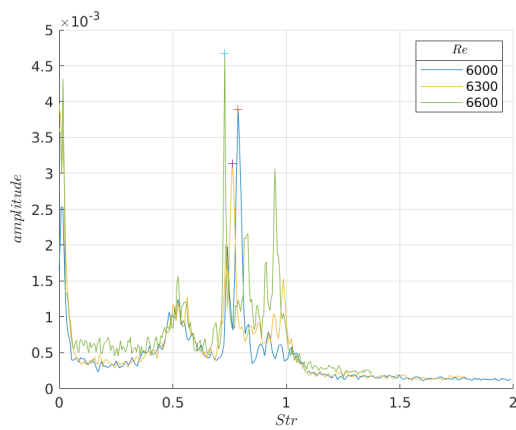
$U(m/s)$	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.4	2.6	2.7	2.8	2.9
$Re$	6000	6300	6600	6900	7200	7500	7800	8100	8700	9000	9400	9800
$L/\theta_0$	47.6	48.8	49.9	51.1	52.2	53.2	54.3	55.3	57.3	58.3	59.6	60.9

TABLE 2 – Valeurs du nombre de Reynolds explorées, correspondant à  $L/\theta_0$ , avec  $\theta_0 = 0.470\sqrt{2\nu l_x/U_0}$  et  $l_x$  la distance entre le point d'arrêt et la cavité [1]

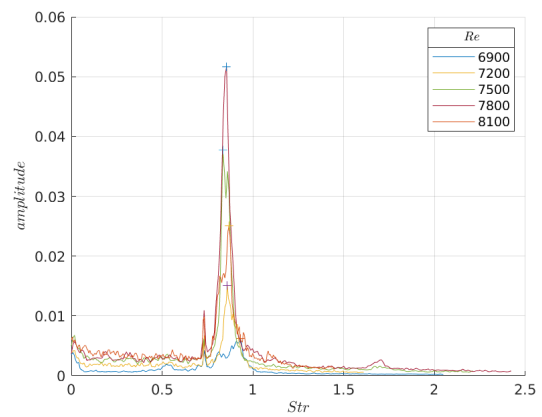
Sur la plage de  $Re$  étudiée, on constate l'émergence de deux modes successifs, correspondant au seuil  $Re_1^{2D}$  à  $n = 2$  ( $St_1 = 0.90$  selon la formule empirique eq (1)), puis le second mode émergeant au-delà de  $Re_2^{2D}$  ( $St_2 = 0.92$  selon eq (1), toujours pour  $n=2$ ). Ce deuxième mode est clairement distinct du premier quand on suit l'évolution de l'amplitude de saturation avec l'augmentation de  $Re$ , mais ne peut cependant pas être associé à  $n = 3$  ( $St = 1.30$ ) selon cette formule. L'émergence d'un mode se traduit par une forte croissance de son énergie spectrale au delà de son seuil critique (figures 7b et 7c ainsi que figure 7d). Les valeurs seuils  $Re_{1,2}^{2D}$  du nombre de Reynolds en sont donnés dans la Table 3 avec la valeur du nombre de Strouhal estimée de nos mesures. Ces valeurs se révèlent inférieures à celles prédites par la relation (1) de 5% et 1% respectivement.

$R$	$Re_1^{2D}$	$Re_2^{2D}$	$St_1$ mesuré	$St_2$ mesuré
1.0	7146	8711	$\approx 0.85$	$\approx 0.91$

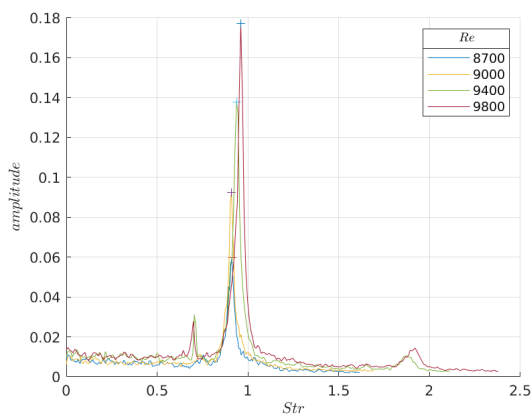
TABLE 3 – Nombre de Strouhal et valeur du nombre de Reynolds critique



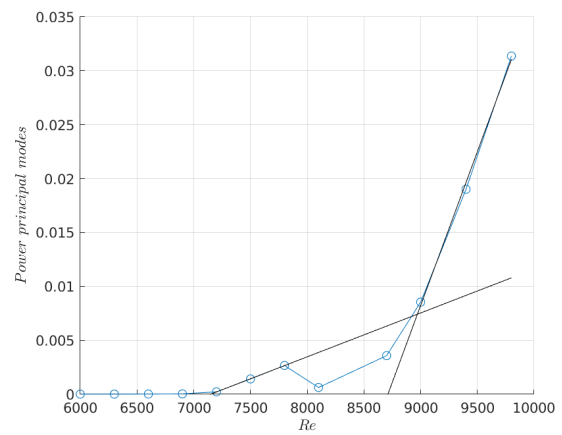
(a) Amplitude v.s. fréquence : avant la résonance



(b) Amplitude v.s.  $St$  : pour  $Re \geq Re_1^{2D}$



(c) Amplitude v.s.  $St$  : pour  $Re \geq Re_2^{2D}$



(d) Maximum de la puissance des 2 modes successivement instables  $A_{1,2}^2 = f(Re)$

FIGURE 7 – Spectres d'amplitudes pour  $R = 1$ , pour la mesure de  $Re_{1,2}^{2D}$



## 5 Conclusion

En résumé, nous avons exploré les bifurcations successives de la dynamique intra-cavitaire pour une cavité carrée ( $R = 1$ ). Nous avons retrouvé les valeurs des nombres de Reynolds critiques  $Re_{1,2}^{3D}$  données par la littérature pour les deux premières bifurcations. Une troisième instabilité centrifuge a été mise en évidence et la valeur de  $Re_3^{3D}$  estimée par la méthode classique de prolongation des amplitudes carrées en fonction de l'écart à la valeur critique. Nous avons montré que cette nouvelle instabilité n'existait que pour les rapports de forme  $R \leq 1.2$ , confirmant qu'il y a un changement de régime au-delà de cette valeur. Les valeurs des seuils critiques  $Re_{1,2}^{3D}$  pour les cavités rectangulaires restent à mesurer. Enfin, dans le cas de la cavité carrée, la mise en résonance de la cavité pour des nombres de Reynolds supérieurs à  $Re_3^{3D}$  a été analysée à partir de la composante verticale de la vitesse mesurée par LDV en aval de la couche de mélange.

Les valeurs seuils et nombres de Strouhal des 2 modes d'oscillation classiquement observés en géométrie carrée ont été mesurés. L'échange de stabilité entre deux modes d'oscillation de la couche cisailée a été récemment mis en évidence dans des calculs numériques dans une cavité carrée bi-dimensionnelle [3]. Les cavités rectangulaires seront explorées ultérieurement. Il est intéressant de noter que lorsqu'on augmente la largeur de la cavité, la couche de mélange devient plus instable, conduisant à une baisse de la valeur des nombres de Reynolds critiques. Les domaines d'instabilités 3D et 2D se rapprochent de ce fait pouvant même potentiellement se recouvrir.

## Références

- [1] J. Basley. *An Experimental Investigation on Waves and Coherent Structures in a Three-dimensional Open Cavity Flow*. PhD thesis, 2012.
- [2] J. Basley, L. R. Pastur, F. Lusseyran, J. Soria, and N. Delprat. On the modulating effect of three-dimensional instabilities in open cavity flows. *J. Fluid Mech.*, 759 :546–578, 2014.
- [3] Yacine Bengana and Laurette S Tuckerman. Cycles limites et quasipériodiques dans une cavité cisailée. *Livret des résumés de la 22 e Rencontre du Non-Linéaire Paris 2019*, page 11.
- [4] Guillaume A Bres and Tim Colonius. Three-dimensional instabilities in compressible flow over open cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 599 :309–339, 2008.
- [5] Christelle L Douay, François Lusseyran, and Luc R Pastur. The onset of centrifugal instability in an open cavity flow. *Fluid Dynamics Research*, 48(6) :061410, 2016.
- [6] CL Douay, LR Pastur, and F Lusseyran. Centrifugal instabilities in an experimental open cavity flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 788 :670–694, 2016.
- [7] T. M. Faure, P. Adrianos, F. Lusseyran, and L. Pastur. Visualizations of the flow inside an open cavity at medium range Reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, 42 :169–184, 2007.
- [8] T. M. Faure, L. Pastur, F. Lusseyran, Y. Fraigneau, and D. Bisch. Three-dimensional centrifugal instabilities development inside a parallelepipedic open cavity of various shape. *Experiments in Fluids*, 47 :395–410, 2009.
- [9] M. A. Kegerise, E. F. Spina, S. Garg, and L. N. Cattafesta. Mode-switching and nonlinear effects in compressible flow over a cavity. *Physics of Fluids*, 16(3) :678–687, March 2004.
- [10] F. Meseguer-Garrido, J. de Vicente, E. Valero, and V. Theofilis. On linear instability mechanisms in incompressible open cavity flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 752 :219–236, 2014.

- 
- [11] F Picella, J-Ch Loiseau, F Lusseyran, J-Ch Robinet, S Cherubini, and L Pastur. Successive bifurcations in a fully three-dimensional open cavity flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 844 :855–877, 2018.
- [12] D Rockwell and Et Naudascher. Review - self-sustaining oscillations of flow past cavities. *Journal of Fluids Engineering*, 100(2) :152–165, 1978.
- [13] J. Rossiter. Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. volume 3438, 1964.
- [14] F. Tuerke, L. Pastur, Y. Fraigneau, D. Sciamarella, F. Lusseyran, and G. Artana. Nonlinear dynamics and hydrodynamic feedback in two-dimensional double cavity flow. *J. Fluid Mech.*, 813 :1–22, 2017.