# Mécanisme de transfert de chaleur pour la modélisation du flux transféré lors d'un contact périodique

Amina Zemmouri<sup>a</sup>, Salaheddine Azzouz<sup>b</sup>, Amar Ayad<sup>c</sup>, Kamel Chaoui<sup>a</sup>

a. Mechanics of Materials and Plant Maintenance Research Laboratory (LR3MI), Mechanical Engineering Dept., Badji Mokhtar University, PO Box 12, Annaba 23000, Algeria. <u>Chaoui k@yahoo.fr</u>, <u>zemmourimina@hotmail.fr</u>
b.LR3MI, graduate department, Higher School of Industrial Technology P.O.BOX.218, 23012, Annaba – Algeria Box 218. <u>s.azzouz@esti-annaba.dz</u>
c.LMI, graduate department, Higher School of Industrial Technology P.O.BOX.218, 23012, Annaba – Algeria Box 218. <u>s.azzouz@esti-annaba.dz</u>
c.LMI, graduate department, Higher School of Industrial Technology P.O.BOX.218, 23012, Annaba – Algeria Box 218. <u>a.ayad@esti-annaba.dz</u>

### Résumé :

Le problème de contact thermique périodique a suscité beaucoup d'intérêt et reste un sujet d'actualité. L'application la plus connue est celle des sièges-soupapes des moteurs à combustion interne. Le présent travail vient comme une étude complémentaire dont l'intérêt consiste à modéliser le flux de chaleur transféré à l'interface d'un contact périodique en tenant compte de l'évolution de la surface de contact. L'approche de ce problème se fait par le choix d'un modèle de résistances thermique de contact variables. Le modèle retenu pour décrire le comportement à étudier se présente comme deux cylindres de même diamètre en contact périodique à travers l'intégralité de leurs surfaces de base. Les paramètres fondamentaux à considérer sont la période  $\tau$  et le coefficient de partage de la période  $\gamma$  qui représente le rapport de la durée de contact sur la période.

## Abstract:

The problem of periodic thermal contact has aroused a lot of interest and still a current topic. The best known application is that of the exhaust valve and its seat in internal combustion engine. The present work comes as a complementary study whose interest is to model the heat flux transferred between periodic contacting surfaces, taking in consideration the evolution of the contacting surfaces. The approach to this problem is done by choosing a model of variable thermal contact resistance. The chosen model to describe studied behavior is as two cylinders of the same diameter in periodic contact across all of their basic surface. The considered fundamental parameters are the period  $\tau$  and the partition coefficient of the period  $\gamma$  which represents the ratio of duration contact over the period.

**Mots clefs :** contact périodique, moteurs à combustion interne, résistances de contact, coefficient de partage.

#### **1** Introduction

Le problème des résistances de contact, intervient à chaque fois qu'un transfert de chaleur s'effectue entre solides accolés. Notre étude s'intéresse au contact périodique, qui n'est pas très développé dans la littérature. Assez peu d'auteurs se sont consacrés à cette étude malgré le fait que les applications soient nombreuses dans l'industrie (forgeage par marteau pilon, contact siège soupape dans les moteurs à combustion interne...). Dans la bibliographie ce sujet a suscité de l'intérêt pour les deux aspects théoriques et expérimentaux. Au départ Howard et Sutton [1-3] ont procédé à une analyse pour prédire le taux de flux de chaleur transféré entre deux surfaces en contact régulier et périodique. Puis d'autres travaux se sont intéressés à la résolution du problème par des méthodes semi-numériques et analytiques [4-8]. Les travaux expérimentaux [9-12] avaient en commun objectif l'évaluation des résistances thermiques par le biais des champs de température développés lors de ce type de contact. Les dispositifs réalisés sont de type pneumatique, présentant le défaut de ne pas assurer une bonne planéité des surfaces de contact. D'autres travaux en complément des expériences se sont intéressés à l'étude du problème inverse [13-14]. L'étude que nous comptons mener sur le contact thermique périodique, vient en complément des travaux déjà réalisés, on s'intéresse plus particulièrement à la modélisation du flux transféré à l'interface, en tenant compte de la déformation de la surface de contact, ce qui engendrera l'évolution de la résistance de contact. A cet effet trois modèles de résistance thermique sont retenu parabolique, triangulaire et sinusoïdale. Le but est de se rapprocher au maximum du cas réel. Les paramètres qui gouvernent le flux de chaleur transféré à l'interface de contact sont la fréquence f et le coefficient de partage de la période, représenté par la fraction de période y pendant laquelle prévaut le contact solide-solide.

### 2 Model mathématique

Le modèle retenu se présente comme deux barreaux cylindriques de sections droites circulaires égales, en contact périodique établi, constitués d'un matériau homogène et isotrope. La surface latérale des deux solides est thermiquement isolée sur toute sa longueur. Au cours de la période notée  $\tau$ ,le contact entre les deux solides n'a lieu que durant une fraction de période  $\gamma\tau(s)$ ,  $\gamma$  étant le coefficient de partage de la période ( $\gamma$ <1). Le schéma de principe du modèle cylindrique monodimensionnel retenu est représenté sur la (fig. 1). Le système d'équation est construit autour de l'équation de conduction de la chaleur linéaire, avec les conditions aux limites appropriées, notamment à l'interface :



Fig. 1 Schéma de principe.

Equation de la conduction

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \qquad 0 < x_1 < L_1; 0 < x_2 < L_2 \qquad j = 1, 2 \qquad t > 0 \tag{1}$$

Contact ouvert (flux ne passe pas)  $\forall t \text{ tel que } (k.\tau + \tau_c \le t \le [k+1]\tau)$ 

 $\frac{\partial}{\partial t}$ 

$$\left(\frac{T_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=L_1} = \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} 0 \tag{2}$$

Contact fermé  $\forall t \text{ tel que }: k\tau \leq t \leq (k+\gamma)\tau$ :

$$\lambda_1 \left( \frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1} \right) = \lambda_2 \left( \frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x_2} \right)$$

$$R_c \lambda_1 \left( \frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1} \right) = T_2(0,t) - T_1(L_1,t)$$
(3)

A l'interface quatre types de résistances de contact peuvent se présenter :

- Contact parfait (R<sub>c</sub>=0)
- Contact imparfait: Dans notre cas, on modélise la résistance de contact par des approches basée sur sa distribution lors du passage d'un solide à un autre en contact imparfait(Rc≠0), on sera dans une situation à l'interface par une condition oû la Résistance de contact Rc sera variable, situation correspondant à l'évolution de la surface de contact. Pour cela les valeurs extrêmes retenues de Rc sont 10<sup>-3</sup>,10<sup>-4</sup> (m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup>), valeurs courantes des résistances de contact correspondant respectivement à la situation sous charge et à la situation sans charge. Trois modèles de résistances sont retenus

#### 1. Rc : forme parabolique

La forme générale de la parabole s'écrit de la manière suivante

$$Rc = a t^{2} + bt + c$$

$$\forall 0 \le t \le \tau \gamma$$

$$si t = 0 R_{c} = 10^{-3}$$

$$si t = \tau \gamma R_{c} = 10^{-3}$$

$$si t = \frac{\tau \gamma}{2} R_{c} = 10^{-4}$$

$$R_{c} = 10^{-4}$$

$$R_{c} = 10^{-4}$$

Par identification on trouve les valeurs des constantes a et b :

Donc: 
$$Rc = \left(\frac{36.10^{-4}}{(\tau\gamma)^2}\right) t_2 - \left(\frac{36.10^{-4}}{\tau\gamma}\right) t + 10^{-3}$$
 (5)

2. Rc : forme Triangulaire

La forme générale du triangle s'écrit de la manière suivante :

$$si 0 \le t \le \frac{\tau \gamma}{2} \qquad Rc = a_1 t + b_1$$

$$si t = 0 R_c = 10^{-3}$$

$$si t = \frac{\tau \gamma}{2} R_c = 10^{-4}$$
(6)

Par identification on trouve les valeurs des constantes a1 et b1 :

Donc: 
$$Rc = \left(-\frac{10^{-4}.18}{\tau\gamma}\right)t + 10^{-3}$$
 (7)

Sinon

$$si \tau \gamma_2 \leq t \leq \tau \gamma \qquad Rc = a_2 t + b_2$$

$$si t = 0 R_c = 10^{-3}$$

$$si t = \frac{\tau \gamma}{2} R_c = 10^{-4}$$
(8)

Par identification les valeurs des constantes a2 et b2 peuvent être trouvées:

Donc: 
$$Rc = (\frac{10^{-4} \cdot 18}{\tau \gamma}) t + 8.10^{-4}$$
 (9)

3. Rc : Forme Sinusoïdale

La forme générale du triangle s'écrit de la manière suivante :

$$R_{c} = a \sin(wt) + b$$

$$\forall 0 \leq t \leq \tau \gamma$$

$$Si t = 0 \quad R_{c} = 10^{-3}$$

$$Si t = \tau \gamma R_{c} = 10_{-3}$$

$$Si t = \frac{\tau \gamma}{2} R_{c} = 10^{-4}$$

$$R_{c} = 10^{-4}$$

$$R_{c} = 10^{-4}$$

Par identification on trouve les valeurs des constantes a et b : Donc :

$$R_c = -9.10^{-4} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau \gamma}\right) + 10^{-3} \tag{11}$$

$$\forall$$
 t tel que :  $(k+\gamma)\tau \leq t \leq (k+1)\tau$ :

$$\left(\frac{\partial T_1(L_1,t)}{\partial x_1}\right) = \left(\frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x_2}\right) = 0 \text{ avec} \begin{cases} T_2(L_1 + L_2, t) = T_{2\infty} \\ T_j(x,t) = T_j(x,t+\tau) \end{cases}$$
(12)

On ignore le début de la solution correspondant au régime transitoire pour ne considérer que le cas des temps très longs illustrant la solution en régime périodique établi. La solution analytique est difficile à obtenir et elle présente la difficulté de mise en œuvre pour la compréhension des phénomènes mise en jeu. Nous allons de ce fait pour la solution du problème utiliser un modèle numérique, on choisi la méthode des différences finies (schéma de Crank-Nicolson). Cette méthode convient aux problèmes complexe de ce type non linéaire, et présente de nombreux avantages, notamment la facilité de programmation, la faible demande en ressources CPU.

# 3 Modélisation du flux transféré d'une interface de contact périodique

La modélisation du flux est basé principalement sur la théorie de brusque mise en contact que nous l'avons pris comme référence pour le contact périodique.

#### 3.1 Brusque mise en contact et contact périodique

Si on considère que le contact périodique est une succession de brusque mise en contact on peut penser que la fréquence à une forte incidence sur le flux moyen transféré tel que le suggère le schéma suivant :



Fig. 2 Evolution du flux de la brusque mise en contact transféré pour deux fréquences données.

C'est sur cette idée de base que nous allons modéliser le flux périodique moyen en considérant comme référence le flux transféré lors de la brusque mise en contact. Nous étudierons les deux situations de contact parfait et imparfait. On commence par la détermination, des densités de flux instantanées, puis on calcule le flux moyen transféré à l'interface en changeant à chaque fois la résistance de contact, constante ou variable (parabolique , triangulaire et sinusoïdale).

# **3.2 Modèle approché du flux transféré d'une interface de contact périodique**

Les paramètres qui déterminent la densité de flux thermique traversant une interface de contact périodique, sont l'effusivité harmonique  $\overline{b}$  des matériaux en contact, la qualité du contact thermique (parfait ou imparfait) lors de la phase de contact et les paramètres d'intermittence, à savoir la fréquence de contact f et le coefficient de partage de la période  $\gamma$  défini précédemment. Pour l'application numérique le choix s'est porté sur quatre matériaux (cuivre, aluminium, acier, Titane)

#### • Contact parfait

Pour le contact parfait une étude a été déjà faite que nous la reprenons [8]. Le problème de la brusque mise en contact de deux milieux semi-finis pour le cas d'un contact parfait donne comme solution de la température instantanée la relation suivante :

$$T_{j}(x;t) = \theta_{0} + (-1)^{j-1} \frac{\overline{b}}{2b_{j}} (T_{1}^{0} - T_{2}^{0}) \operatorname{erfc}\left(\frac{-x}{2\sqrt{a_{j}t}}\right), \quad j=1,2$$
(13)

A partir de la relation (17) on peut déterminer la densité de flux instantané transféré à l'interface est :

$$\varphi_{bc}\left(t\right) = -\lambda \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\overline{b}}{2\sqrt{\pi \cdot t}} \cdot \Delta T^0$$
(14)

La densité de flux moyen transférée à l'interface pendant  $\gamma.\tau$  se calcule comme suit

$$\overline{\varphi}_{bc} = \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\gamma.\tau} \varphi_{bc}(t) dt = \overline{b} \cdot \Delta T^{0} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\pi.\tau}}$$
(15)

Afin de comparer le contact périodique à celui de la brusque mise en contact, on détermine le rapport des densités de flux de chaleur  $Q_I/Q_{bc}$  en fonction du coefficient de partage de la période  $\gamma$  pour trois fréquences (20, 50, 100 Hz) et cinq couples de matériaux (Fig. 3). Le flux de chaleur moyen du contact périodique  $Q_I$  qu'on cherche à modéliser est déterminé en résolvant le système d'équation (1), (2) et (3) par différences finies au moyen du schéma de Crank - Nicolson [8].



#### Fig. 3 Rapport de densités $\overline{\varphi}_{_{I}} / \overline{\varphi}_{_{bc}}$ en fonction de $\gamma$

On constate qu'on obtient le même rapport de densité en fonction de  $\gamma$  et ce quelle que soit la fréquence et l'effusivité harmonique du couple de matériaux. On remarque pour  $\gamma < 0.2$  ce rapport est pratiquement égale à 1, cependant on peut considérer, pour ce domaine de  $\gamma$ , le contact parfait est une succession de brusque mise en contact.

• Contact imparfait

Nous allons maintenant étudier le cas du contact imparfait, on commence par présenter l'expression du champ de température instantané de la brusque mis en contact :

$$T_{1}(x,t) = \theta_{i} - \frac{b_{2}}{b_{1} + b_{2}} \Delta T^{0} \times \left[ erf(\frac{x}{2\sqrt{a_{1}t}}) + \exp\left(\frac{x}{\sqrt{a_{1}h_{1}}} + \frac{t}{h_{1}}\right) erfc\left(\sqrt{\frac{t}{h_{1}}} + \frac{x}{2\sqrt{a_{1}t}}\right) \right]$$

$$(16)$$

$$avec \ \bar{b} = 2\left(\frac{b_{1}b_{2}}{b_{1} + b_{2}}\right) et \ h = \left(\frac{R_{c}\bar{b}}{2}\right)^{2}$$

- Cas parabolique

$$Rc = \left(\frac{36.10^{-4}}{(\tau\gamma)^2}\right)t^2 - \left(\frac{36.10^{-4}}{\tau\gamma}\right)t + 10^{-3} \quad \forall \ 0 \le t \le \tau\gamma$$
$$h_1 = h_p = \left(\frac{\left(\frac{(36.10^{-4}}{(\tau\gamma)^2})t_2 - (\frac{36.10^{-4}}{\tau\gamma})t + 10^{-3}\right)\bar{b}}{2}\right)^2 \tag{17}$$

- Cas triangulaire

$$\begin{cases} Rc = \left(-\frac{10^{-4} \cdot 18}{\tau\gamma}\right)t + 10^{-3}, \forall 0 \le t \le \frac{\tau\gamma}{2} \\ Rc = \left(\frac{10^{-4} \cdot 18}{\tau\gamma}\right)t + 8 \cdot 10^{-4}, \forall \frac{\tau\gamma}{2} \le t \le \tau\gamma \\ h_1 = h_T = \left(\frac{\left(\left(-\frac{10^{-4} \cdot 18}{\tau\gamma}\right)t + 10^{-3}\right)\bar{b}}{2}\right)^2, \forall 0 \le t \le \frac{\tau\gamma}{2} \end{cases}$$
(18)

$$h_1 = h_T = \left(\frac{\left(\left(\frac{10^{-4} \cdot 18}{\tau\gamma}\right)t + 8 \cdot 10^{-4}\right)\bar{b}}{2}\right)^2 \forall \ \frac{\tau\gamma}{2} \le t \le \tau\gamma$$
(19)

- Cas sinusoïdale

$$R_{c} = -9.10^{-4} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau \gamma}\right) + 10^{-3}, \forall 0 \le t \le \tau \gamma$$
  
$$h_{1} = h_{s} = \left(\frac{\left(-9.10^{-4} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau \gamma}\right) + 10^{-3}\right)\overline{b}}{2}\right)^{2}$$
(20)

A partir du champ de température instantané, on peut déduire le flux instantané

$$\varphi(0,t) = \lambda_1 \frac{b_2 \Delta T^{\circ}}{b_1 + b_2} \left[ erfc\left(\sqrt{\frac{t}{h_1}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{a_1 h_1}} \exp\left(\frac{t}{h_1}\right)\right) \right]$$
(21)

A partir du flux instantané (20) on peut déduire le flux moyen transféré à l'interface:

$$\overline{\varphi}(0,t) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \varphi(0,t) dt$$

Donc

$$\overline{\varphi}(0,t) = \frac{1}{\tau} \lambda_1 \frac{b_2 \Delta T^{\circ}}{b_1 + b_2} \frac{h_1}{\sqrt{a_1 h_1}} \times \left[ erfc\left(\sqrt{\frac{\gamma \tau}{h_1}}\right) \exp\left(\frac{\gamma \tau}{h_1}\right) - 1 + 2\sqrt{\frac{\gamma \tau}{\pi h_1}} \right]$$
(22)

Maintenant on passe à la comparaison du contact périodique à celui de la brusque mise en contact. On va étudier trois cas de contact imparfaits dont les résistances peuvent être variables fonctions parabolique figure 4, triangulaire figure 6 et sinusoïdale figure 8. Pour les différentes situations de contacts imparfaits, on détermine le rapport des densités de flux de chaleur  $Q_I/Q_{bc}$  en fonction du coefficient de partage de la période  $\gamma$  pour trois fréquences (2, 10 et 20 Hz) et cinq couples de matériaux. Pour les trois figures 4,6 et 8 on constate pour une valeur fixe de  $\gamma$  les rapports de flux entre brusque mise en contact et contact périodique se convergent vers 1 à l'exception du titane pour une fréquence de 0.01 Hz et  $\gamma$  inferieur à 0.5. Les valeurs maximales des écarts types pour les trois types de résistance parabolique, triangulaire et sinusoïdale sont respectivement 1.18, 0.298 et 0.307. Ces résultats seront regroupés dans une seule courbe en prenant la moyenne du rapport de densité pour chaque valeur de  $\gamma$ . Le fitting du rapport moyen de densité à partir d'une fonction polynomiale, pour chaque cas de résistance est présenté dans les figures 5,7 et 9. A partir de ce fitting on peut déduire les expressions des flux moyens équations 24, 26 et 28.

Cas1 : fonction parabolique



Fig. 4 Rapport de densités  $r = \overline{Q_I} / \overline{Q_{bc}}$  en fonction de  $\gamma$  pour R<sub>c</sub>= parabolique.



Fig. 5 Courbe du fitting à partir du rapport moyen de densité pour Rc=parabolique

$$\overline{\varphi}_{I} / \overline{\varphi}_{bc} = 0,990 + 0,072\gamma - 0,087\gamma^{2} + 0,086\gamma^{3}$$
(23)

Avec la proportion de variabilité  $R^2 = 0.99939$ 

La densité de flux moyen périodique est :  $\varphi_I = \overline{b} \cdot \Delta T^0 \cdot \times (0,990 + 0,072\gamma - 0,087\gamma^2) \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\pi.\tau}}$  (24) Cas 2 : fonction triangulaire



Fig. 6 Rapport de densités  $r = \overline{Q_I} / \overline{Q_{bc}}$  en fonction de  $\gamma$  pour R<sub>c</sub>=triangulaire



Fig. 7 Courbe du fitting à partir du rapport moyen de densité pour Rc=triangulaire

$$\overline{\varphi}_{I} / \overline{\varphi}_{hc} = 0.993 + 0.063\gamma - 0.074\gamma^{2} + 0.084\gamma^{3}$$
<sup>(25)</sup>

Avec la proportion de variabilité  $R^2 = 0,99926$ 

La densité de flux moyen périodique est :  $\varphi_I = \overline{b} \cdot \Delta T^0 \cdot \times (0,993 + 0,063\gamma - 0,074\gamma^2) \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\pi.\tau}}$  (26)

Cas 3 : fonction sinusoïdale



Fig. 8 Rapport de densités  $r = \overline{Q_I} / \overline{Q_{bc}}$  en fonction de  $\gamma$  pour R<sub>c</sub>=sinusoïdale



Fig. 9 Courbe du fitting à partir du rapport moyen de densité pour Rc=sinusoïdale

$$\overline{\varphi}_{I}/\overline{\varphi}_{hc} = 0.992 + 0.070\gamma - 0.083\gamma^{2} + 0.080\gamma^{3}$$
<sup>(27)</sup>

Avec la proportion de variabilité  $R^2 = 0,99881$ 

La densité de flux moyen périodique est :  $\varphi_I = \overline{b} \cdot \Delta T^0 \cdot \times (0.992 + 0.070 \gamma - 0.083 \gamma^2) \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\pi \cdot \tau}}$  (28)

#### Conclusion

L'étude menée a permis de développer pour le contact thermique périodique un modèle approché de la densité de flux moyen transféré à l'interface du contact périodique, pour trois modèles de résistances de contact parabolique, triangulaires et sinusoïdales. La démarche qui a été suivi pour la modélisation du flux consistait à considérer le contact périodique comme une succession de brusque mise en contact. C'est sur cette base qu'on a pu déduire l'expression du flux moyen périodique à partir de celui de la brusque mise en contact. Pour les deux cas de contact parfait et imparfait la densité du flux moyen du contact périodique dépend de la fréquence, de l'effusivité et du coefficient de partage de la période. Il a été montré que pour une valeur fixe du coefficient de partage de la période le rapport de densité entre le résultat du modèle de contact périodique et celui de la brusque mise en contact se converge. C'est ainsi en se basant sur ce résultat que les expressions de densité de flux ont été déterminées.

#### Références

[1] J.R. Howard, An Experimental Study of Heat Transfer Through Periodically Contacting Surfaces. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 9, 1975, pp. 367–372.

[2] J.R. Howard, A.E. Sutton, An analogue study of heat transfer through periodically contacting surfaces. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.13, 1970, p.173-183.

[3] J.R. Howard, A.E. Sutton, The effect of thermal contact resistance on heat transfer between periodically contacting surfaces. J. Heat Transfer, vol.95,1973, p.411-412.

[4] J.R. Reed, G. Mullineux, Quasi-steady state solution of periodically varying phenomena. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.16,1973, p.2007-2012.

[5] M.D. Mikhailov, Quasi-steady state temperature distribution in finite regions with periodically-varying boundary conditions. Int. Jour. Heat Mass Transfer, vol.17,1974, p.1475-1478.

[6] B. Vick, M.N. Ozisik, Quasi-steady state temperature distribution in periodically contacting finite regions. J. Heat Transfer, vol.103, 1981, p.739-744.

[7] A. Degiovanni, J.C. Batsale, Contact périodique en régime établi - résistances thermiques apparentes limites pour des durées de contact nulles et infinies. Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 23, No. 4, 1996, pp. 587-597.

[8] S. Azzouz, E. Chapelle, B. Bourouga And K. Chaoui, Etude théorique du contact intermittent : influence de la fréquence et du coefficient de partage de la période sur le transfert thermique a l'interface. Proc. T.1, Tanger, 2005,pp 5,8.

[9] J.R. Howard, An experimental study of heat transfer through periodically contacting surfaces. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.19, 1976, p.367-372.

[10] W.M. Moses, R.R. Johnson, Experimental study of the heat transfer across periodically contacting surfaces. J. Heat Transfer, vol.2, 1988, p.37-42.

[11] D. Couedel, F. Danes And J.P. Jardon, Experimental study and analysis of heat transfer in a valve-seat periodic contact in an internal combustion engine. A.S.M.E. Jour. Heat Transfer, 1992.

[12] M.H. Shojaeefard, V. Mousapour And M. Mazidi, The investigation of the valve spring stiffness influence on the thermal contact conductance between the exhaust valve and its seat, J. Heat Transfer Engng, Vol. 36, No. 1, P. 58–67 (2015).

[13] T.C. Chen, P.C. Tuan, Inverse problem of estimating interface conductance between periodically contacting surfaces using the weighting input estimation method, Numerical Heat Transfer. Part B: Fundamentals, Vol. 41, 2002, p. 477–492.

[14] M.H. Shojaeefard, K. Goudarzi And M.S. Mazid, Inverse heat transfer problem of thermal contact conductance estimation in periodically contacting surfaces, J. Thermal Sci., Vol. 18, No. 2, 2009, p. 150–159.