

Influence de la rugosité périodique sur les coefficients de réflexion et de transmission d'une plaque élastique

D. MEIER ^a, H. FRANKLIN ^a, M. V. PREDOI ^b, D. LEDUC ^a,
M. ECH CHERIF EL KETTANI ^a, J.-L. IZBICKI ^a

a. Laboratoire des Ondes et Milieux Complexes, UMR CNRS 6294 (LOMC)

Université du Havre Normandie + herve.franklin@univ-lehavre.fr

b. Département de Mécanique, Université Politehnica de Bucarest+predoi@cat.mec.pub.ro

...

Résumé :

La compréhension des interactions entre ondes acoustiques et surfaces rugueuses de plaques planes métalliques revêt une grande importance pour l'industrie. De nombreuses études ont été menées sur le sujet de la rugosité et plusieurs méthodes de calcul proposées (mean field integral transform methods, perturbation methods, ...etc). Le plus souvent, ces méthodes visent à évaluer l'influence des défauts de surface (rouille naturelle ou provoquée, rugosité artificielle) sur le comportement des ondes de surface ou des modes de Lamb. Dans ce travail, on s'intéresse aux rugosités périodiques de forme triangulaire (plusieurs géométries sont étudiées), réparties sur une des faces de la plaque. Cette dernière est immergée dans l'eau et intercepte une onde acoustique sous incidence oblique, soit par sa face lisse, soit par sa face rugueuse. Les coefficients de réflexion et de transmission sont d'abord calculés par une méthode analytique (dérivée de la théorie de la diffusion résonnante). Ils sont ensuite comparés aux résultats numériques obtenus par éléments finis. Les exemples donnés en basse fréquence où seules les modes A_n et S_n ($n=0,1$) existent, montrent un bon accord entre les deux méthodes.

Abstract :

Understanding the interactions between acoustic waves and rough surfaces of flat metal plates is of great importance to the industry. Numerous studies have been led on the subject of roughness and several methods of calculation proposed (mean field integral transform methods, perturbation methods, etc.). Most often, these methods aim to evaluate the influence of surface defects (natural or induced rust, artificial roughness) on the behavior of surface waves or Lamb modes. In this work, we are interested in triangular periodic roughness (several geometries are studied), distributed on one side of the plate. The latter is immersed in water and intercepts an acoustic wave at oblique incidence, either by its smooth face or by its rough face. The reflection and transmission coefficients are first calculated by an analytical method (derived from the resonance scattering theory). They are then compared to numerical results obtained by finite elements. The examples given in low frequency where only the modes A_n and S_n ($n = 0,1$) exist show a good agreement between the two methods.

Mots clefs : plaques métalliques ; rugosités périodiques ; modes de Lamb

1 Introduction

Dans de nombreuses branches de l'industrie, la caractérisation de l'état de surface des objets est primordial. Il en est ainsi du contrôle non destructif des plaques métalliques immergées pouvant être soumises à l'effet de la corrosion ou obéissant à un cahier des charges dans lequel un état de surface est imposé et une analyse des modèles existants est faite en réf. [1]. Des nombreuses études portant sur l'influence de la rugosité des surfaces sur la diffraction des ondes ultrasonores ont été réalisées [2]-[11] ou plus récemment [17], [18]. Plusieurs autres études ont montré que dans ces deux cas de rugosité, les ondes de Lamb restent un bon moyen d'inspection [12]-[15]. Dans le cas d'une rugosité d'amplitude petite où la hauteur des irrégularités est faible comparée à l'épaisseur de la couche, il a été montré que la partie réelle des nombres d'onde de Lamb n'est que légèrement affectée, tandis que la partie imaginaire l'est sensiblement.

La description d'une interface rugueuse à l'aide d'un modèle rhéologique a déjà été mentionnée [16], [19], [20]. Cette interface peut être remplacée par une interface lisse à condition que les conditions aux limites du contact liquide-solide soient convenablement adaptées. Un tel modèle consiste à assimiler l'interface rugueuse à une distribution superficielle des ressorts [2], [19].

Les comparaisons entre les coefficients de transmission pour l'interface à rugosité périodique obtenus par la méthode des éléments finis (FEM), et les coefficients obtenus par le modèle rhéologique [20] ont montré d'excellents accords.

Dans ce travail, nous étudions les coefficients de réflexion et de transmission par une plaque métallique comportant une rugosité périodique, les dents ou creux de forme triangulaire n'étant plus équilatéraux ou isocèles mais quelconques (excentricité du pic des dents, cf. Figure 1). En plus, on étudie l'influence des rugosités périodiques présentes soit sur la face soumise à l'onde incidente (dents en dessus), soit sur la face opposée (dents en dessous). Nous utilisons la méthode des éléments finis (FEM) pour simuler la diffusion acoustique par la plaque et obtenir les courbes des coefficients de réflexion et de transmission.

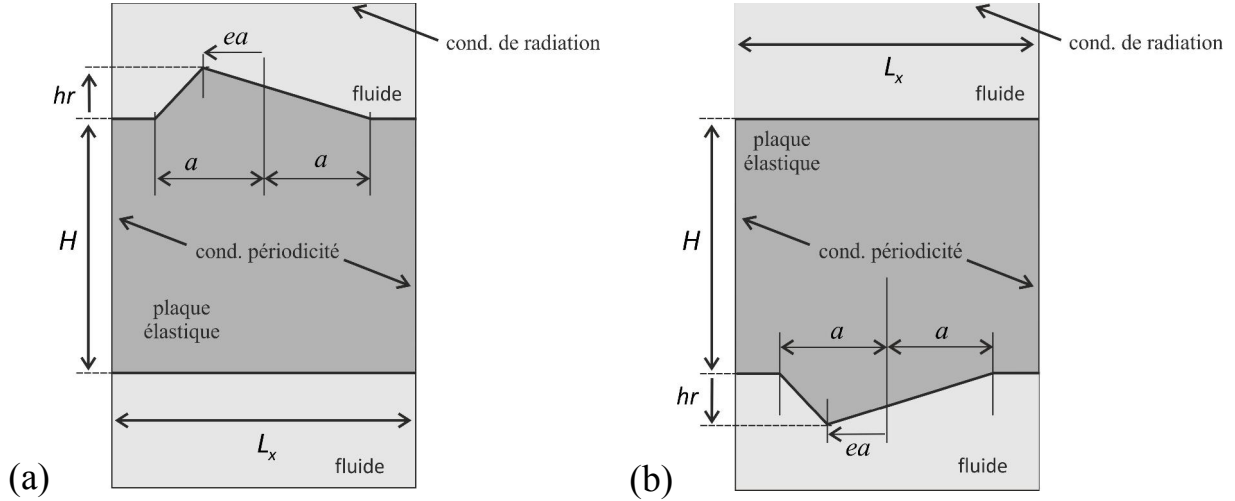
2 Géométrie

Le système étudié est une plaque dont l'interface supérieure ou inférieure présente une rugosité modélisée par une forme triangulaire de géométrie simple et périodique. La période est notée L_x (taille de la cellule de base), l'excentricité e (paramètre ajustable), la hauteur ou la profondeur de l'aspérité h_r (paramètre ajustable mais néanmoins petit devant l'épaisseur de la plaque $h_r \ll H$), a base du triangle formant l'aspérité (dent). Le choix de la longueur L_x est tel qu'elle soit commensurable avec la longueur d'onde des ondes de Lamb qui se propageront dans le solide. Ceci conditionne donc également une bande de fréquence ad-hoc.

L_x (mm)	a (mm)	h_r (μm)	e	H (mm)
8	3	de 50 à 200	de -0.8 à 0.8	5

Tableau 1 : paramètres caractérisant la rugosité

Un schéma des situations physiques étudiées est donné ci-dessous (Figure 1 et 1bis). Une onde incidente se propageant dans l'eau arrive sous l'angle θ (par rapport à la verticale). Celle-ci évolue de 0 (par rapport à la normale) à 90° (dans le sens trigonométrique). Une partie de l'onde incidente est réfléchiée et une partie est transmise. À l'intérieur de la plaque une onde de Lamb va être générée. Celle-ci va réémettre dans le fluide de part et d'autre de la plaque (d'où l'existence de deux domaines fluides).



Figures 1 (a) et 1 (b) : Schéma de la plaque élastique immergée dans un fluide parfait et comportant une rugosité sur la face du haut (figure 1 (a)) et sur la face du bas (figure 1 (b)). Les conditions utilisées pour le calcul numérique des coefficients de réflexion et de transmission sont également indiquées.

La géométrie du maillage qui nous a paru la plus adaptée en termes de temps de calcul est la géométrie rectangulaire. La taille maximale de l'arête d'une maille est de 0,2 mm. Cette valeur est telle que toutes les longueurs d'onde sont grandes (au moins d'un facteur 10) devant l'arête d'une maille.

3 Expressions analytiques issues du modèle rhéologique

La plaque est excitée du côté rugueux par une onde de pression plane progressive harmonique incidente $p_{inc} = p_0 e^{j(\vec{k}_{inc} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ ($\vec{k}_{inc} = (k_x, k_{1z}) = (k_1 \sin \theta, -k_1 \cos \theta)$, $k_1 = \omega/c_1$ nombre d'onde, ω pulsation) qui se propage dans le fluide de masse volumique ρ_1 et de vitesse du son c_1 jusqu'à atteindre la plaque sous l'angle θ . Dans toute la suite $R = p_{ref}/p_{inc}$ et $T = p_{trans}/p_{inc}$ (p_{ref} et p_{trans} pressions réfléchiées et transmises respectivement) désigneront les coefficients de réflexion et de transmission dans le fluide. Fiorito, Madigosky et Überall [5] ont montré qu'un pic (creux) isolé dans la courbe du module coefficient de transmission (réflexion) d'une plaque lisse peut-être décrit par un modèle résonant de Breit-Wigner (BW). En présence de rugosité, nous avons montré que si l'on adopte le modèle rhéologique de Voigt pour décrire les effets des rugosités de faible amplitude sur les ondes, un pic (creux) de transmission (réflexion) peut encore être modélisé mathématiquement par une fonction du type Breit-Wigner. Par exemple, au voisinage d'une résonance antisymétrique (indice a) ou symétrique (indice s) considérée comme isolée, on peut approcher T par

$$T_{p,a,s} = \frac{\pm \frac{i}{2} \gamma_{p,a,s} / \mathcal{E}_{p,a,s}^-}{\left[\bar{k}_x - \bar{k}_{x,p,a,s} - \frac{i}{2} \gamma_{p,a,s} \right] + \frac{i}{4} \gamma_{p,a,s} \left(1 - 1/\mathcal{E}_{p,a,s}^- \right)}, \quad (1)$$

où, au dénominateur, le terme entre les crochets [] correspond à la plaque lisse et le reste à la rugosité. L'indice p donne le numéro du mode. En supposant que dans le modèle rhéologique les raideurs des ressorts sont des quantités complexes de la forme $K_L = K'_L(1+i\beta)$ avec $\beta < 1$, on montre que [20]

$$1 - \frac{1}{\mathcal{C}_{p,a,s}^-} \approx -\beta \frac{K_{L0,p,a,s}}{K'_L} - i \frac{K_{L0,p,a,s}}{K'_L} \quad (2)$$

puis que

$$T_{p,a,s} = \frac{\pm \frac{i}{2} \gamma_{p,a,s} / \mathcal{C}_{p,a,s}^-}{\left[\bar{k}_x - \bar{k}'_{x,p,a,s} - \frac{i}{2} \tilde{T}_{p,a,s} \right]} \quad (3)$$

où $\bar{k}'_{x,p,a,s} = \bar{k}_{x,p,a,s} - \gamma_{p,a,s} K_{L0,p,a,s} / 4K'_L$, $\tilde{T}_{p,a,s} = \gamma_{p,a,s} (1 + \beta K_{L0,p,a,s} / 2K'_L)$ et

$K_{L0,p,a,s} = \rho_1 c_1 \omega / \bar{k}_{z1} (\bar{k}_{x,p,a,s})$ sont des quantités réelles. Les barres au-dessus des lettres "k" signifie que l'on est en présence de quantités adimensionnées (*i.e.* divisées par le nombre d'onde dans le fluide k_1).

L'interprétation de l'Eq. (3) dans le contexte du formalisme résonant est alors que le modèle rhéologique modèle ajoute : (i) un décalage en position de $\bar{k}_{x,p,a,s}$ à $\bar{k}'_{x,p,a,s}$, (ii) un élargissement des largeurs à mi-hauteur de $\gamma_{p,a,s}$ à $\tilde{T}_{p,a,s}$ et (iii) une diminution de l'amplitude de 1 à $|\gamma_{p,a,s} / \mathcal{C}_{p,a,s}^- \tilde{T}_{p,a,s}|$. C'est l'Eq. (3) qui sert à comparer entre eux les résultats de la théorie résonnante et ceux obtenus par la FEM. Dans la suite, les résonances seront étudiées à l'aide des deux quotients suivants

$$\eta_\theta = 100 \frac{\bar{k}_{x,p,a,s} - \bar{k}'_{x,p,a,s}}{\bar{k}_{x,p,a,s}} = 100 \frac{-\gamma_{p,a,s}}{4\bar{k}_{x,p,a,s}} \frac{K_{L0,p,a,s}}{K'_L} \quad (4)$$

et,

$$\eta_\gamma = 100 \frac{\gamma_{p,a,s} - \tilde{T}_{p,a,s}}{\gamma_{p,a,s}} = 100 \frac{-\beta}{2} \frac{K_{L0,p,a,s}}{K'_L}, \quad (5)$$

qui mesurent, respectivement, la variation relative de la position angulaire du mode étudié et la sensibilité de la largeur de résonance aux différents paramètres caractérisant la rugosité. Les valeurs de η_θ et η_γ seront d'abord obtenues par FEM puis ensuite utilisées pour obtenir les valeurs de K'_L et β .

Nous donnons à titre d'illustration le comportement de η_θ dans la Figure 3. Il s'agit d'une évolution relative (en%) de la position angulaire du maximum du mode S1 en fonction de l'excentricité de la dent, située sur la surface insonée (au-dessus sur la Figure 1).

4 Simulations numériques

On ne considèrera, sauf exception, que des données issues du calcul présentant une conservation d'énergie à 5% près c'est-à-dire que $R^2 + T^2 = 0.975 \pm 0,025$. Afin d'identifier les modes de Lamb excités par l'onde incidente, les coefficients R et T sont d'abord calculés pour une plaque d'acier sans rugosité immergée dans l'eau (cf. Tableau 2 pour les paramètres physiques) de 5 mm d'épaisseur exempte de rugosité, sur une large gamme angulaire et pour chaque fréquence

d'étude. Ensuite, l'évolution du module de l'amplitude des coefficients R et T pour la plaque rugueuse est effectuée en fonction de l'angle d'incidence.

Matériau	ρ (kg/m ³)	c_L (m/s)	c_T (m/s)
Eau	1000	1500	-
Acier	7800	6020	3220

Tableau 2 : Matériaux utilisés

Les résultats sont présentés à la Figure 2, pour une insonation par la face rugueuse, pour une fréquence de 600 kHz avec les dents de hauteur variable ($h_r = 50, 100, 150 \mu m$) orientées vers le haut (cas des aspérités) et pour deux excentricités faibles : $e = -0,4$ (décalage à droite) et $0,4$ (décalage à gauche).

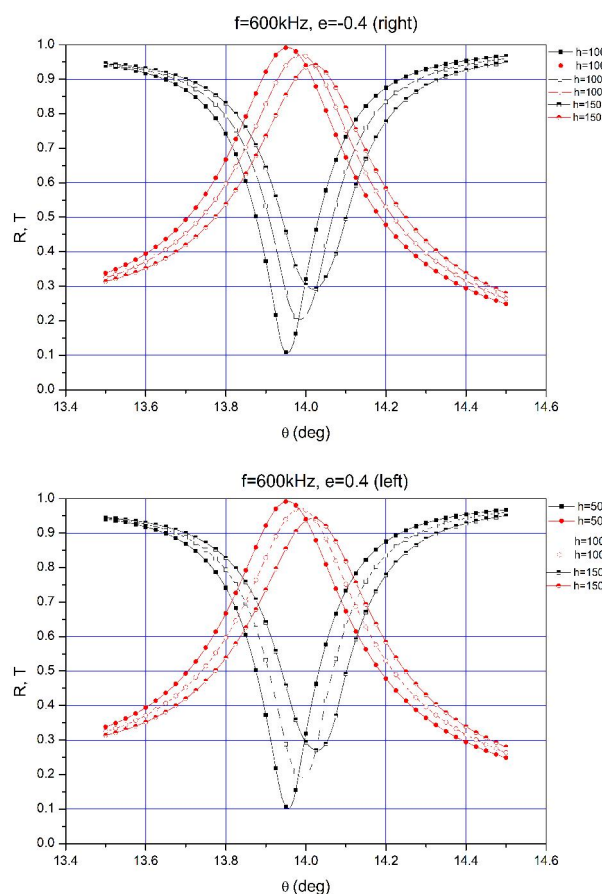
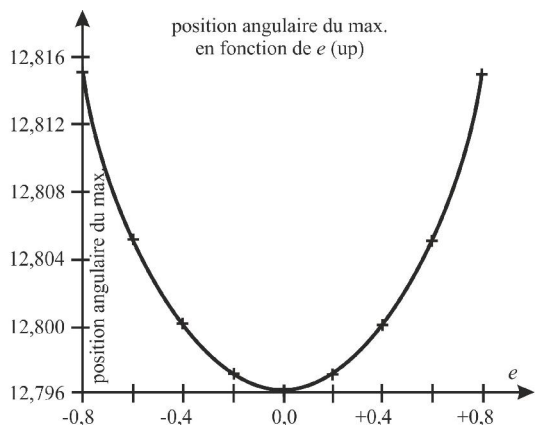
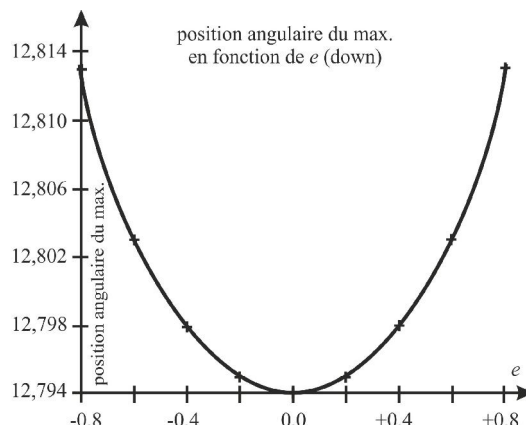


Figure 2 : Modules de R (noir) et T (rouge) à 600 kHz avec $h_r = 50, 100, 150 \mu m$ (mode A1)

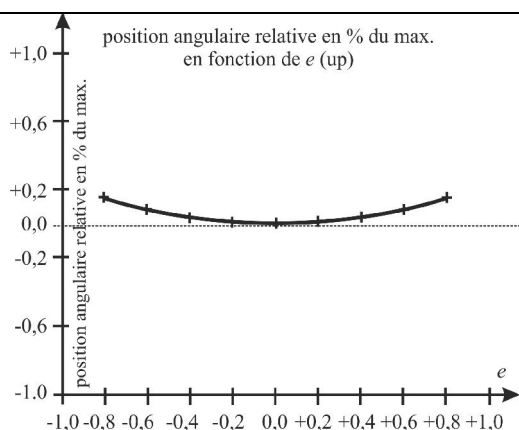
Les résultats de la Figure 2, montrent des différences faibles entre les courbes obtenues pour $e=-0.4$ et celles pour $e=0.4$, visibles pour le coefficient R à $h_r=150 \mu m$. Une analyse plus détaillée a été effectuée pour le mode S_I afin de quantifier plus précisément les influences des paramètres choisis. Sur la Figure 3 est présentée une analyse de l'influence de la direction d'insonation sur la position angulaire de la valeur du maximum du coefficient de transmission T . On constate une influence détectable de l'excentricité e sur le coefficient T , plus forte quand la rugosité est du côté de l'onde incidente (de l'ordre de 8 à 10 %).



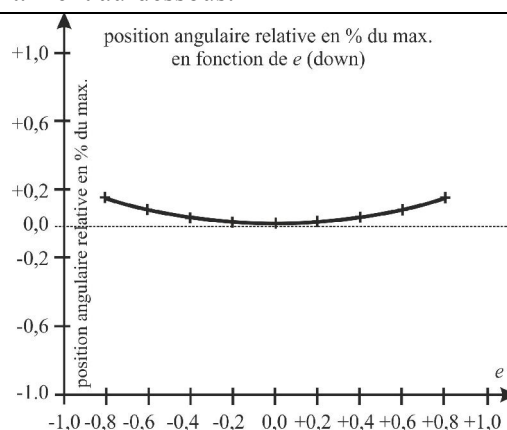
Evolution de la position angulaire du maximum du mode SI en fonction de l'excentricité de la dent. Dent au-dessus.



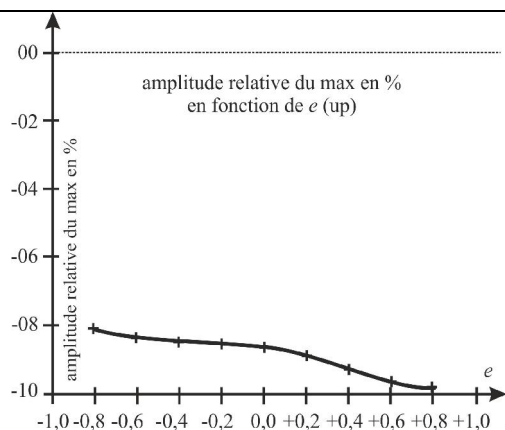
Evolution de la position angulaire du maximum du mode SI en fonction de l'excentricité de la dent. Dent au-dessous.



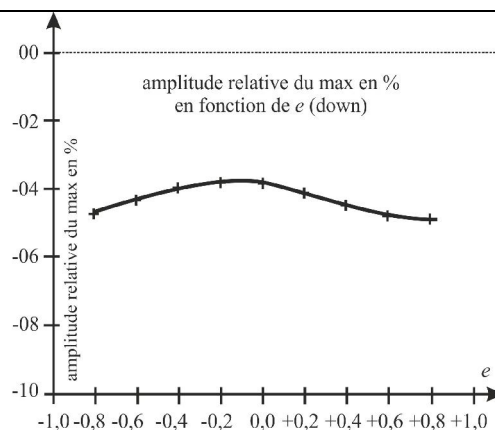
Evolution relative (en%) de la position angulaire du maximum du mode SI en fonction de l'excentricité de la dent. Dent au-dessus.



Evolution relative (en%) de la position angulaire du maximum du mode SI en fonction de l'excentricité de la dent. Dent en dessous.



Variation de l'amplitude relative η_θ du pic du mode SI en fonction de l'excentricité à 600kHz. Dent au-dessus.



Variation de l'amplitude relative η_θ du pic du mode SI en fonction de l'excentricité à 600kHz. Dent en dessous.

Figure 3

Les courbes de la Figure 3 ont été obtenues de la façon suivante. Pour chaque valeur de l'excentricité, à 600 kHz et $h_r = 200 \mu\text{m}$, on fait varier l'angle d'incidence de 0 à 90° par pas de 0,001, en calculant pour chaque valeur, la position du maximum angulaire du pic, l'amplitude et la largeur à -3dB autour de cette position. On réitère tous ces calculs pour la valeur suivante de e puis on trace ensuite les courbes présentées. Il est remarquable de voir que sur les deux courbes du bas de la Figure 3, on détecte une sensibilité à l'excentricité de la dent.

5 Conclusion

On a analysé l'influence de l'excentricité des rugosités périodiques triangulaires. Une analyse par éléments finis a permis de compléter une étude précédente [20] en considérant une onde incidente oblique sur la face rugueuse, mais aussi sur la face plane. Cette influence est faible sur la position angulaire du pic de résonance du mode analysée, mais détectable sur η_θ . Par conséquent, il est possible de détecter une orientation préférentielle des pics des rugosités, et ceci même de l'autre côté de la face insonée.

Références

- [1] J A. Ogilvy, *Theory of wave scattering from random rough surfaces*, Bristol: I.O.P., 1991.
- [2] R. Sinclair, «Velocity dispersion of Rayleigh waves propagating along rough surfaces,» *J. Acoust. Soc. Am.* 50(13), pp. 841-845, 1970.
- [3] M. L. Boyd, R. L. Deavenport, « Forward and specular scattering from a rough surface: theory and experiment », *J. Acoust. Soc. Am.*, 53(3), pp. 791-801, 1973.
- [4] G. Quentin, M. de Billy, F. Cohen Tenoudji, J. Doucet et A. Jungman, «Experimental results on the scattering of ultrasound by randomly or periodically rough surfaces,» *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, 1975.
- [5] R. Fiorito, W. Madigosky, H. Überall, et al., « Resonance theory of acoustic waves interacting with an elastic plate », *J. Acoust. Soc. Am.*, 66 (16), pp 1857–1866, 1979.
- [6] A. Wirgin, « Reflection from a corrugated surface », *J. Acoust. Soc. Am.* 68(2), pp. 692-699, 1980.
- [7] N. F. Haines and D. B. Langston, « The reflection of ultrasonic pulses from surfaces », *J. Acoust. Soc. Am.* 67(5), pp. 1443-1454, 1980.
- [8] P. Nagy et L. Adler, «Surface roughness induced attenuation of reflected and transmitted ultrasonic waves,» *J. Acoust. Soc. Am.* 82 (1), pp. 193-197, 1987.
- [9] S. J. Oh, Y. C. Shin, E. S. Furgason, « Surface roughness evaluation via ultrasonic scanning », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 41 (6), pp. 863-871, 1994.
- [10] B.J. Dean, P.C. Pedersen, « Angular spectrum based formulation of rough surface scattering with applications to surface characterization », *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 693, 1996.
- [11] P.C. Pedersen, A. Grebe, « Measurement of rough surface scattering using time delay spectrometry », *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 827, 1997.
- [12] D.E. Chimenti, O.I. Lobkis, « The effect of rough surfaces on guided waves in plates », *Ultrasonics*, 36, pp. 155-162, 1998.
- [13] J. E. Wilhjelm, P. C. Pedersen, S. M. Jacobsen, « The influence of roughness, angle, range, and transducer type on the echo signal from planar interfaces », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 48, no. 2, pp. 511-521, 2001.

- [14] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, P. Pareige, J.L. Izbicki, C. Depollier, «Lamb wave propagation in isotropic media with rough interface : comparison between theoretical and experimental results », Proceedings of the World Congress on Ultrasonics : WCU 2003, Paris, 2003.
- [15] S. Banerjee, T. Kundu, « Symmetric and anti-symmetric Rayleigh–Lamb modes in sinusoidally corrugated waveguides: An analytical approach », *I. J. Solids and Structures* 43, pp 6551–6567, 2006.
- [16] M. Smith, G. Basile, J. Theriault-Groom, P. Fortier-Poisson, G. Champion and V. Hayward, «Roughness of simulated surfaces examined with a haptic tool : effects of spatial period, friction, and resistance amplitude », *Exp. Brain Res.*, vol. 202, 133-43, 2010.
- [17] Z. Chen, L. Yang, « Signal loss of double transmissions of ultrasonic waves through random rough surfaces », *Ultrasonics*, 51, pp. 49–56, 2011.
- [18] P. Li, J. Shen, « Analysis of the scattering by an unbounded rough surface », *Mathematical Models in the Applied Sciences*, 35 (18), pp 2166-2184, 2012
- [19] A. Zhiwu, W. Xiaomin, « A nonlinear spring model for bonding interface and its applications », Proceedings of ICSV20, Bangkok, Thailand, 7-11 July 2013.
- [20] D.Meier, H. Franklin, M. V. Predoi, M. Rouseau and J. L. Izbicki, « A rheological model for immersed corrugated elastic plates », *Ultrasonics* 75, pp.115-123, 2017.