

Dissipation visqueuse dans la collision d'une sphère avec une paroi texturée

Anne MONGRUEL^a & Philippe GONDRET^b

a. Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes (PMMH), ESPCI Paris, PSL University, CNRS, Sorbonne Université, Sorbonne Paris-Cité, F-75005 Paris, France

anne.mongruel@sorbonne-universite.fr

b. FAST, Université Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, F-91405, Orsay, France,

philippe.gondret@u-psud.fr

Résumé :

Le processus de collision de grains dans un fluide est essentiel à comprendre pour modéliser la dynamique complexe de nombreux écoulements multiphasiques naturels et industriels. Nous nous intéressons ici à la dynamique de rebond d'une sphère solide immergée dans un fluide sur une paroi micro-texturée. Les différentes forces qui agissent sur la sphère sont analysées et discutées pendant les phases successives d'approche et de contact, et une équation complète du mouvement de la sphère est alors proposée en prenant notamment en compte l'influence de la micro-texture sur la force de contact sphère/paroi et sur la dissipation visqueuse. Le nombre de Stokes critique pour l'existence de rebond peut alors être calculé. Les comparaisons entre les mesures expérimentales et la modélisation sont très satisfaisantes.

Abstract :

The collision of grains in a fluid is a key process to model well the complex dynamics of numerous industrial and natural multiphase flows. We investigate here the bouncing dynamics of a fluid-immersed solid sphere onto a micro-textured wall. The different forces on the sphere are analyzed and discussed, and a complete equation for the motion of the sphere is proposed by taking into account the peculiar sphere/wall contact force and the peculiar fluid dissipation arising from the micro-texture. The critical value of the Stokes number for bouncing can then be calculated. The comparison between the experimental results and the modeling is quite good.

Mots clefs : Mécanique des fluides, suspensions de particules, milieux granulaires, collisions, coefficient de restitution, nombre de Stokes

1 Introduction

Les collisions de grains sont connues pour être dissipatives, ce qui entraîne de nombreux comportements spécifiques des milieux granulaires [1]. Les sources de dissipation sont nombreuses, parmi lesquelles la viscoélasticité ou plasticité des matériaux solides constitutifs, mais aussi la viscosité η d'un possible fluide interstitiel. Dans ce dernier cas, le processus de collision à la vitesse V d'une sphère de masse volumique ρ_s et de rayon R est gouverné par le nombre de Stokes $St = (2/9)\rho_s R V / \eta$, rapport de l'inertie d'un grain sur la dissipation visqueuse du fluide [2]. Des résultats expérimentaux issus de visualisation par caméra rapide ont montré que le nombre de Stokes critique St_c de rebond est de l'ordre de 10 et que le coefficient de restitution de la collision $\varepsilon = -V_r/V_0$, correspondant au rapport des vitesses V_0 et V_r respectivement avant et après la collision, augmente avec St à partir de la valeur 0 au-dessus de St_c [3]. Par ailleurs, d'autres études expérimentale [4] et numérique [5] ont montré l'importance de la rugosité des surfaces dans les valeurs de St_c et ε . Des mesures par interférométrie laser du mouvement d'approche et de collision de sphères lisses sur des parois micro-texturées dans un fluide visqueux [6] ont permis, grâce à une résolution fine en espace et en temps, de mieux comprendre le rôle de la rugosité de surface dans le processus de collision et de rebond. Nous modélisons ici l'ensemble de ce processus en prenant en compte la dissipation visqueuse non seulement dans la phase d'approche mais aussi durant la phase de collision.

2 Modélisation

Nous considérons ici (fig. 1) le cas d'une sphère rigide de rayon R et masse volumique ρ_s dans un fluide de masse volumique ρ et viscosité dynamique η (viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$) se déplaçant sous l'effet de la gravité à la vitesse verticale V au voisinage d'une paroi horizontale comportant des micro-piliers à base carrée de côté $2b$ et de hauteur e , arrangés suivant un motif régulier carré de période spatiale L avec donc une fraction surfacique $\phi = (2b/L)^2$.

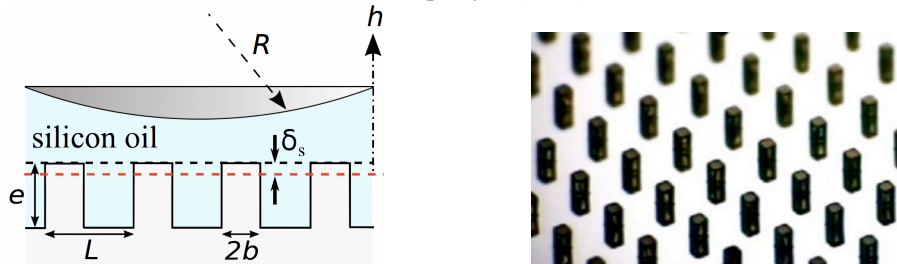


Figure 1 : Schéma de la configuration étudiée et exemple de plan micro-texturé

La dynamique de la sphère à la distance $h > 0$ du haut des textures est alors gouvernée par l'équation :

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_s + C_{AM}\rho)\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho_s - \rho)g - \frac{6\pi\eta R^2 V}{h+s}, \quad (1)$$

avec $V > 0$ pointant vers le bas. Le terme de gauche de l'équation (1) correspond à l'inertie de la sphère constituée non seulement de sa masse $M = (4/3)\pi R^3 \rho_s$ mais aussi de la masse ajoutée du fluide caractérisée par le coefficient C_{AM} . Dans la situation présente où la sphère est très proche de la paroi ($h \ll R$), ce coefficient peut être considéré constant avec la valeur $C_{AM} \simeq 0,56$ [7], ce qui représente seulement 12% d'augmentation par rapport à la valeur 1/2 établie en fluide infini ($h \gg R$). Le premier terme de droite de l'équation (1) correspond au poids apparent de la sphère, i.e. au poids diminué de la poussée d'Archimède. Le dernier terme de droite correspond à la force de traînée sur la sphère. Cette force de lubrification est habituellement égale à $6\pi\eta R^2 V/h$ près d'une paroi lisse. Ici, la présence des

micro-textures a pour conséquence de diminuer la force de lubrification par rapport à un plan lisse, pour une distance donnée h . Cette diminution est prise en compte par un paramètre s apparaissant comme une longueur de glissement effective fonction de la géométrie de la texture [8,10]. La paroi texturée est donc équivalente à une paroi lisse située à la distance $h + s$.

Lorsque la sphère est en contact avec le plan ($h \leq 0$), il faut prendre en compte la force supplémentaire de contact sphère/paroi et la dynamique de la sphère est alors gouvernée par l'équation

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_s + C_{AM}\rho)\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho_s - \rho)g - \frac{6\pi\eta RV}{s - \delta} - \frac{\pi\phi ER\delta^2}{e}, \quad (2)$$

où $\delta = -h > 0$ correspond ici à l'enfoncement de la sphère rigide dans les piliers déformables (fig. 1). Le terme supplémentaire qui apparaît dans l'équation (2) correspond donc à une force de contact supposée élastique avec les piliers déformables. En supposant une déformation longitudinale des piliers de module élastique E , la non linéarité de la force avec l'enfoncement n'est pas la même que pour un contact de Hertz : δ^2 au lieu de $\delta^{3/2}$ [9]. La position statique δ_s de la sphère ($V = 0$, $dV/dt = 0$) correspondant à l'équilibre entre son poids apparent et la force de contact élastique est finalement $\delta_s/R = (4e\Delta\rho g/3\phi E)^{1/2}$ où $\Delta\rho = \rho_s - \rho$ (fig. 1).

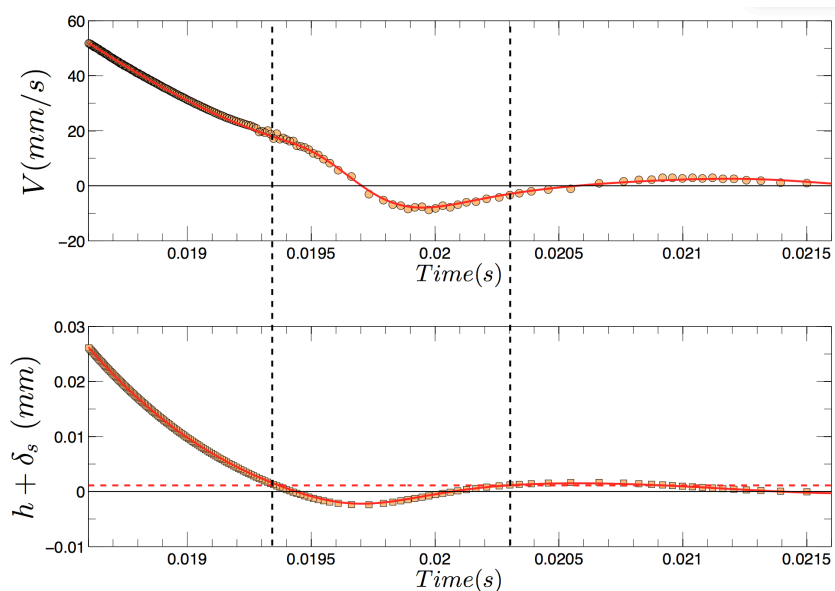


Figure 2 : Vitesse V (en haut à gauche) et distance h (en bas à gauche) en fonction du temps pour le mouvement d'une sphère d'acier ($\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$, $R = 7 \text{ mm}$) dans une huile silicone 47V1000 ($\rho = 978 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0,978 \text{ Pa.s}$) vers une paroi horizontale micro-texturée ($E = 60 \text{ GPa}$, $e = 60 \text{ }\mu\text{m}$, $\phi = 0,15$) à la vitesse terminale $V_T = 380 \text{ mm/s}$ correspondant à $Re = 5,3$ et $St = 5$. (o) Mesures expérimentales par interférométrie laser [6] et (—) calcul théorique issu des équations (1-2) avec $s = 35 \text{ }\mu\text{m}$. Les traits pointillés correspondent au haut des piliers non déformés ($h = 0$).

Un exemple de dynamique de sphère au voisinage d'une paroi micro-texturée, dans son mouvement d'approche puis collision avant rebond, est montré en figure 2. Les points expérimentaux (o) obtenus par interférométrie laser (résolution spatiale de $0,2 \text{ }\mu\text{m}$ et résolution temporelle de $2 \text{ }\mu\text{s}$) sont très bien ajustés par le modèle (—) issu des équations (1-2). On notera que la sphère rentre en contact avec le haut des piliers, indiqué par traits pointillés, avec une vitesse $V_i \approx 19 \text{ mm/s}$ et en repart avec une vitesse $V_r \approx -4 \text{ mm/s}$ correspondant au coefficient de restitution de collision $\varepsilon = -V_r/V_i \approx 0,21$ à l'issue d'une durée de collision $\tau \approx 0,96 \text{ ms}$ et d'un enfoncement dynamique maximal $\delta_m \approx 3,5 \text{ }\mu\text{m}$. Après un micro-rebond de hauteur maximale $h_{max} \approx 1 \text{ }\mu\text{m}$, la sphère atterrit sur les piliers sans nouveau rebond avec une position finale correspondant à l'enfoncement $\delta_s \approx 1,1 \text{ }\mu\text{m}$. A noter que la

vitesse terminale de la sphère loin de la paroi peut être estimée par la vitesse de sédimentation en régime visqueux corrigée des effets inertiels du fluide à l'ordre 1 compte tenu du nombre de Reynolds $Re = 2RV/\nu$ de l'ordre de l'unité : $V_T = 2\Delta\rho gR^2/9\eta(1+3Re/16)$. Dans le cas de la figure 2, $V_T = 0,38$ m/s, ce qui conduit alors au coefficient de restitution effectif $\varepsilon = -V_r/V_T \simeq 0,01$. Cette valeur très faible du coefficient de restitution effectif et l'observation associée d'un très faible rebond montrent que la configuration de la figure 2 correspondant à $St = 5$ est extrêmement proche de la transition de rebond caractérisée par la valeur critique St_c .

3 Nombre de Stokes critique

A partir de la vitesse terminale V_T de la sphère qui peut être considérée valable jusqu'à $h \simeq R$ et en négligeant la gravité devant la force de lubrification durant la phase d'approche, l'équation (1) donne alors la vitesse d'impact V_i de la sphère lorsqu'elle entre en contact avec le haut des piliers ($h = 0$) :

$$\frac{V_i}{V_T} = 1 - \frac{\ln(R/s)}{St}, \quad (3)$$

où St est ici le nombre de Stokes basé sur la vitesse terminale et tenant compte de l'effet de masse ajoutée :

$$St = \frac{2(\rho_s + C_{AM}\rho)RV_T}{9\eta}.$$

On peut remarquer que la longueur de glissement effective s joue ici le rôle de rugosité effective pour le calcul de V_i [5]. Le fait que la sphère approchant de la paroi puisse rebondir ou non est relié à la dissipation visqueuse de l'énergie cinétique initiale $E_{cT} = M_{\text{eff}}V_T^2/2 = 2\pi(\rho_s + C_{AM}\rho)R^3V_T^2/3$ de la sphère de masse effective M_{eff} correspondant à sa propre masse plus la masse ajoutée du fluide. Cette dissipation peut être décomposée en deux parties correspondant d'une part au mouvement d'approche de la paroi et d'autre part au mouvement de collision proprement dit. L'énergie dissipée E_d pendant la phase de collision peut être estimée à partir du terme de dissipation de l'équation (2) :

$$E_d = 2 \int_0^{\delta_m} \frac{6\pi\eta R^2 V}{s - \delta} d\delta,$$

et de l'expression de la vitesse de la sphère obtenue analytiquement dans le cas d'une collision non dissipative :

$$V = V_i \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_m} \right)^3 \right]^{1/2}.$$

On obtient alors

$$E_d \approx 12\pi\eta R^2 V_i I \quad \text{avec} \quad I = \int_0^1 \frac{(1 - \tilde{\delta}^3)^{1/2}}{\tilde{s} - \tilde{\delta}} d\tilde{\delta},$$

où les paramètres s et δ surmontés d'un tilde sont adimensionnés par l'enfoncement maximal δ_m .

Le nombre de Stokes critique St_c correspondant à la situation où l'énergie dissipée avant et pendant la collision est tout juste égale à l'énergie cinétique initiale,

$$St_c = \ln(R/s) + 4I,$$

apparaît ainsi comme la somme de deux termes : un premier terme de dissipation visqueuse avant la collision et un second terme de dissipation visqueuse durant la collision. Le premier terme, qui correspond à une vitesse d'impact tout juste nulle dans l'équation (3), dépend uniquement du rapport R/s et donc de la géométrie de la texture relativement à la taille de la sphère. Avec des valeurs typiques $R \simeq 10^{-2}$ m et $s \simeq 10^{-4}$ m ($R/s = 10^2$), ce premier terme vaut environ $2\ln 10 \simeq 4,6$. Le second terme

dépend du rapport s/δ_m , donc de la géométrie et raideur de la texture et de la densité de la sphère. Pour des grandes valeurs de s/δ_m , la dissipation durant la collision est faible et le terme correspondant est petit, e.g. $4I \approx 0,35$ pour $s/\delta_m = 10$. Pour des faibles valeurs de s/δ_m , la dissipation est plus grande et le terme correspondant est plus grand, e.g., $4I \approx 1,33$ pour $s/\delta_m = 3$, voire $4I \approx 6,4$ pour $s/\delta_m = 10/9$. En fonction des conditions expérimentales, le nombre de Stokes critique se situe donc dans la gamme $5 \leq St_c \leq 10$.

Dans le cas de la figure 2, $R/s = 200$ et $s/\delta_m = 10$ ce qui conduit à $St_c = 5,3 + 0,35 = 5,65$ en prédiction du nombre de Stokes critique de transition de rebond. Cette valeur est très proche du cas $St = 5$ de la figure 2 pour lequel il est observé un très faible rebond avec un coefficient de restitution effectif quasi nul ($\varepsilon \approx 0,01$).

4 Conclusions et perspectives

La dynamique d'une sphère immergée en collision normale avec une paroi micro-texturée a été modélisée avec les forces adéquates pour bien rendre compte des résultats expérimentaux obtenus par interférométrie laser. Une prédiction du nombre de Stokes critique de rebond St_c en fonction des textures et de la sphère peut alors être faite analytiquement. La valeur $St_c \approx 5$ prédite pour un exemple typique est très proche de la valeur expérimentale mesurée. Cette modélisation ouvre bien sûr aussi la voie à la prédiction du coefficient de restitution.

Remerciements

Les auteurs remercient Thibault Chastel pour ses mesures expérimentales, Angela Phor pour son traitement de données et Jacques Magnaudet pour de fructueuses discussions.

Références

- [1] B. Andreotti, Y. Forterre & O. Pouliquen, Milieux granulaires : entre fluide et solide, EDP Sciences, Paris, 2011
- [2] R. H. Davis, J.-M. Serayssol & E. J. Hinch, The elastohydrodynamic collision of two spheres, *J. Fluid Mech.* 163 (1986) 479.
- [3] P. Gondret, M. Lance & L. Petit, Bouncing motion of a spherical particle in fluids, *Phys. Fluids* 14 (2002) 643-652.
- [4] G. G. Joseph, R. Zenit, M. L. Hunt & A. M. Rosenwinkel, Particle-wall collisions in a viscous fluid, *J. Fluid Mech.* 433 (2001) 329-346.
- [5] E. Izard, T. Bonometti, L. Lacaze, Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid, *J. Fluid Mech.* 747 (2014) 422-446.
- [6] T. Chastel, Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi texturée : approche, collision et rebond, Thèse, Université Pierre & Marie Curie, 2015.
- [7] A. M. Ardekany & R. H. Rangel, Numerical investigation of particle–particle and particle–wall collisions in a viscous fluid, *J. Fluid Mech.* 596 (2008) 437–466.
- [8] T. Chastel & A. Mongruel, Squeeze flow between a sphere and a textured wall, *Phys. Fluids* 28 (2016) 023301.
- [9] T. Chastel, P. Gondret & A. Mongruel, Texture-driven elastohydrodynamic bouncing, *J. Fluid Mech.* 805 (2016) 577–590.
- [10] T. Chastel & A. Mongruel, Sticking collision between a sphere and a textured wall in a viscous fluid, *Phys. Rev. Fluids* 4 (2019) 014301.