

Solidification de ruisselets d'eau

A. MONIER^a, A. HUERRE^b, C. JOSSERAND^b, T. SEON^a

a. Institut ∂ 'Alembert, UMR 7190, CNRS & Sorbonne Universités, Paris, France,
thomas.seon@gmail.com

b. Laboratoire d'Hydrodynamique (LadHyX), UMR 7646 CNRS & Ecole Polytechnique, Palaiseau ,
France, christophe.josserand@gmail.com

...

Résumé :

La solidification de liquide est un enjeu crucial dans beaucoup de domaines scientifiques différents, allant de l'industrie aéronautique (accrétion de glace sur les sondes pitot) aux écoulements géophysiques (solidification de coulée de lave, formation de cascade de glace...). Cependant, les travaux sur ce sujet sont encore relativement récents et peu nombreux, particulièrement les études de solidification sous écoulement (en opposition à la solidification statique). Dans cet article, nous proposons une étude expérimentale modèle de solidification d'un objet capillaire en écoulement : le ruisselet. Dans notre set-up expérimental, de l'eau coule le long d'un plan incliné refroidi en dessous de la température de solidification. Les principaux résultats de notre étude montrent l'obtention d'un état stationnaire où l'eau coule sur une structure de glace statique. La structure de glace ainsi formée présente une surprenante variation linéaire, le long du plan. Dans cet article, nous nous intéresserons à l'établissement de cet état stationnaire ainsi qu'à une brève description de la structure de glace finale.

Mots clefs : Solidification - Écoulement capillaire - Ruisselet

1 Introduction

Les problématiques de solidification sont étudiées depuis cent-cinquante ans [1, 2] et redeviennent aujourd'hui des sujets de premiers plans. En effet, il existe dans beaucoup d'applications industrielles des problématiques similaires, que se soit en métallurgie [3] ou en aéronautique. Dans ce dernier domaine, l'étude de la solidification est cruciale pour la sécurité des passager de l'avion. En effet, le gel engendre le dysfonctionnement des sondes Pitot, capteurs de vitesse, provoquant des crashes mortels comme le Rio-Paris. Les efforts de recherche actuels se concentrent sur l'élaboration de surfaces anti-icing [4, 5, 6, 7] et sur la compréhension de l'adhésion de la glace sur les parois [8, 9]. De plus, il existe de nombreux systèmes physiques dans la nature où la solidification est un enjeu crucial. La solidification de la lave [10, 11] est notamment étudiée afin d'évaluer les périmètres de sécurité des populations lors des éruptions. On peut également citer trois exemples naturels de solidification d'eau très étudiés : les pluies verglaçantes [12], le gel des cascades [15, 16, 17] et la formation de stalactites [13, 14]. Dans ce contexte, il est important d'étudier la solidification d'un liquide ainsi que de connaître ses mécanismes de croissance. L'essentiel des travaux sur des objets capillaires se solidifiant sont réalisés dans un cas statique [18, 19] et peu s'intéressent au couplage entre l'écoulement d'un liquide et sa solidification,

surtout d'un point de vue expérimental [20]. Dans cet article, nous étudions le couplage entre l'écoulement et la solidification d'un liquide, dans une expérience modèle. Un filet d'eau, prenant la forme d'un ruisseau capillaire rectiligne [21], est injecté en haut d'un plan incliné en métal refroidi en deçà de sa température de solidification. La dynamique de solidification présente un état stationnaire et la structure de la glace ainsi formée est linéaire le long du plan incliné.

L'article est structuré en trois parties. La première partie présente succinctement le set-up expérimental. La deuxième partie est consacrée à la croissance temporelle de la glace. Enfin, la troisième partie décrit l'état stationnaire de la structure de glace formée.

2 Set-up expérimental

Le set-up expérimental utilisé consiste à injecter de l'eau, à une température d'entrée notée T_{in} , perpendiculairement à un plan d'aluminium de 10 cm de long, aussi appelé substrat, incliné d'un angle α de 30° (Figure 1). La surface d'aluminium est lisse et un pousse-seringue est utilisé afin d'injecter un débit de 20ml/min. Ce débit est choisi afin de garantir la stabilité du ruisseau rectiligne d'eau par rapport au méandrage. De la fluorescéine est diluée dans l'eau à très faible concentration $C_f = 0.5$ g/L, ne modifiant ni sa viscosité ni sa tension de surface. Ainsi, en éclairant avec une lampe UV, le front de solidification est bien discernable. En effet, les molécules de fluorescéine sont en surconcentration dans la glace, ce qui a pour conséquence d'inhiber la fluorescence via un mécanisme de quenching [22]. Le plan incliné est refroidi à une température T_s inférieure à la température de solidification T_m . On note $\bar{T} = \frac{T_m - T_0}{T_{in} - T_m}$, la température adimensionnée. T_0 est défini dans la partie 3 de l'article. La température de l'air ambiant, est gardée constante à 20°C . Le refroidissement du métal est assuré par un cristalliseur rempli d'azote liquide et la variation de température du plan incliné est négligeable au cours de l'expérience. La plage de température du substrat explorée s'étend de -5 à -45°C , une température inférieure entraînant le délaminage du ruisseau, les fissures observées [23] rendant le ruisseau instable et l'adhésion de la glace à la paroi n'étant plus suffisante [24]. La hauteur de glace est notée, h_{glace} et la hauteur de glace à l'état stationnaire h_∞ . Les deux dimensions spatiales considérées sont l'axe x le long du plan et l'axe z perpendiculaire au plan.

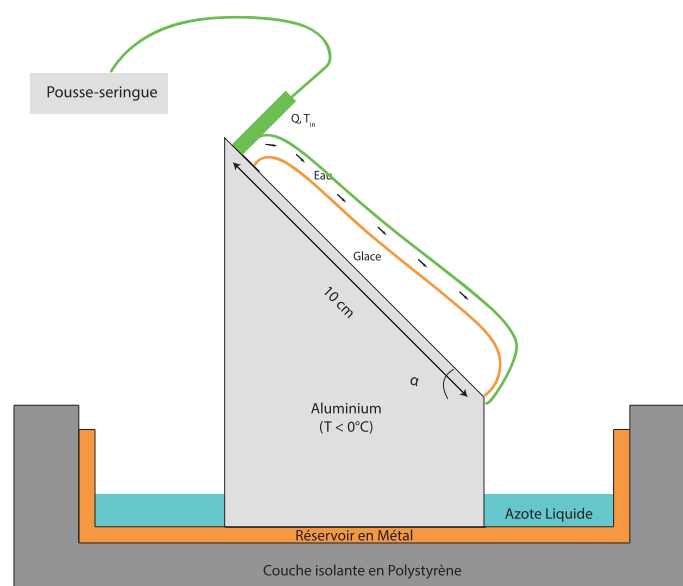


FIGURE 1 – Set-up expérimental

3 Dynamique de croissance de la glace

Afin de quantifier la croissance de la glace dans notre expérience, nous avons étudié la position du front de solidification au cours du temps. Pour se faire, nous avons choisi de tracer l'évolution temporelle de la hauteur de glace, h_{glace} , à 4 abscisses différentes le long de l'axe x : 2.5, 5, 7 et 9 cm de l'injection. Ces quatre courbes sont représentées en Figure 2, en \triangle , l'évolution à 2.5 cm de l'injection, en \diamond à 5 cm, en \square , à 7 cm et en \circ à 9 cm. On remarque premièrement que la croissance de glace n'est pas la même selon l'abscisse du plan considéré. De plus, si on s'intéresse qualitativement à la croissance on observe deux régimes distincts. Aux temps courts, la glace est formée rapidement et la position sur l'axe x semble ne pas jouer de rôle, le contact entre l'eau et le métal est soudain. Après cette croissance rapide, la glace continue de croître et converge vers une hauteur de glace maximale : h_{∞} différente pour chaque abscisse. En effet, h_{∞} à 9 cm est bien supérieur au h_{∞} à 2.5 cm. Ces h_{∞} sont même rangés dans l'ordre croissant de l'abscisse la plus proche du plan à celle la plus éloignée. Lorsque cette hauteur est atteinte, l'eau continue de couler sur la structure de glace sans solidifier, on a alors obtenu d'un état stationnaire. La construction de la structure de glace semble donc être le résultat de deux processus consécutifs.

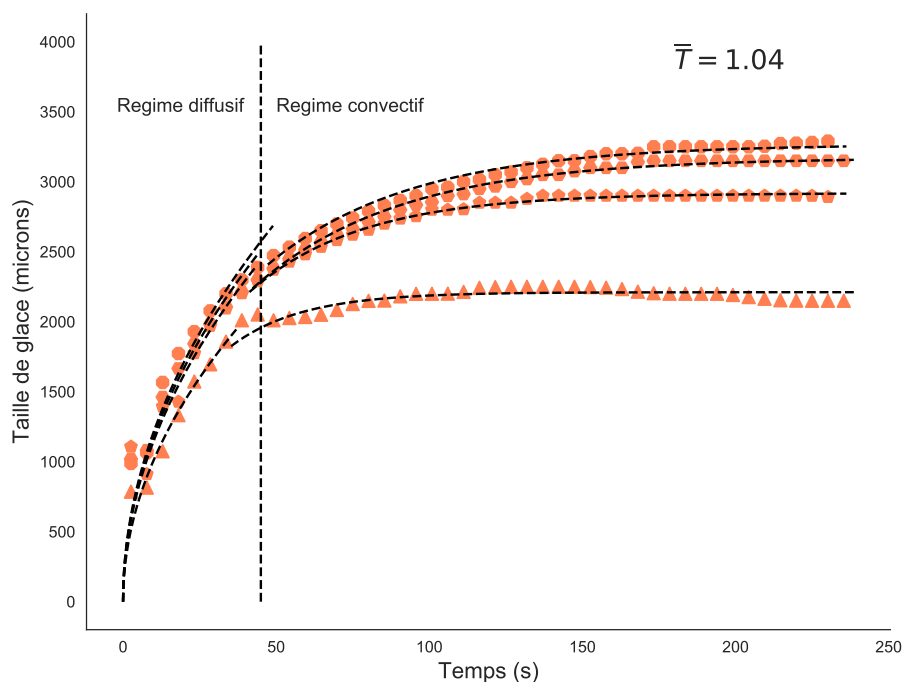


FIGURE 2 – Dynamique de croissance de glace en fonction du temps, selon l'abscisse du plan. $\bar{T}=1.04$.
 \triangle = 2.5cm de l'injection, \diamond = 5cm de l'injection, \square = 7cm de l'injection, \circ = 9cm de l'injection

Après les premières observations expérimentales, on peut être tenté de vouloir modéliser la croissance de glace selon un modèle de propagation de front solide unidimensionnel. Ce problème de solidification statique à une dimension, est un cas très classique. Il a été introduit en premier lieu par Stefan en 1889 [1]. Il permet de traiter le problème de croissance du front de glace en unidimensionnel, facilitant ainsi la résolution mathématique. Bien qu'il existe plusieurs formalisations de ce problème, selon les conditions limites prises en compte et les hypothèses simplificatrices [26] [27], la résolution du problème amène à une propagation de front diffusif : $h(t) = \sqrt{Dt}$. D est solution de l'équation transcendante du front de solidification dépendant du nombre de Stefan $St = \frac{\lambda(T_m - T_s)}{\alpha \rho L}$.

Dans notre configuration expérimentale, il est intéressant de considérer un substrat semi-infini, c'est à dire un métal à température T_s , loin de sa surface mais réchauffé localement à l'interface avec la glace. Ce calcul réalisé par Thievenaz *et al.* [28] change la température de surface à l'interface métal/glace T_0 . Finalement, le coefficient D , est également modifié, prenant en compte le réchauffement local à la surface. Il est noté D_{eff} . Les travaux de Thievenaz *et al.* montrent que la correction apportée au modèle est également retrouvée expérimentalement.

Dans notre expérience, l'apport d'eau est continu de telle sorte qu'il n'existe pas de volume d'eau fini à solidifier, comme c'est le cas en solidification statique. De plus, la présence de l'écoulement va induire un transfert de chaleur supplémentaire de type convectif. Il y a donc un transfert de chaleur diffusif, dû au refroidissement du plan incliné et un transfert convectif, résultat de l'écoulement de l'eau.

Des recherches théoriques et numériques ont déjà été effectuées afin d'essayer de prendre en compte ces deux aspects du transfert de chaleur [20, 29]. Dans ces deux articles, les auteurs prennent en compte une configuration similaire d'écoulement d'eau ou de gaz au dessus d'une plaque plane refroidie, qui va engendrer la solidification de l'espèce en écoulement. Les auteurs se concentrent sur l'établissement de la dynamique de solidification et retrouvent théoriquement un état stationnaire. Pour se faire, ils résolvent le problème de Stefan en ajoutant un terme convectif dans sa formulation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial T^2}{\partial z^2} \text{ dans la glace} \quad (1)$$

$$\lambda_{\text{glace}} \frac{\partial T}{\partial z} = q_c + \rho L \frac{\partial h}{\partial t} \text{ pour l'interface eau/glace} \quad (2)$$

$$T(0, t) = T_0 \quad (3)$$

$$T(h, t) = T_m \quad (4)$$

Où l'équation (2) est la condition de Stefan à l'interface, modifiée par le terme de convection q_c . Un bilan d'énergie sur un élément de volume du rivulet d'eau s'écoulant sur la glace permet d'explicitier le terme de convection q_c . L'équation (2) devient alors :

$$\lambda_{\text{glace}} \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda_{\text{eau}} \frac{\partial T}{\partial z} = \rho L \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5)$$

Un raisonnement asymptotique permet aux temps courts, de négliger le terme convectif relatif au transfert de chaleur dans l'eau dans l'équation (5) par rapport à $\rho L \frac{\partial h}{\partial t}$. Ainsi, les auteurs retrouvent le comportement diffusif classique de solidification unidimensionnelle en début de cinétique de solidification. Un raisonnement asymptotique aux temps longs permet, après de longs calculs, de caractériser l'évolution de la hauteur de glace par une solution de type $h(t) \sim 1 - \exp(-t/\tau)$. Ce qui permet la hauteur de glace de converger vers une hauteur maximale que nous avons noté h_∞ .

Dans notre configuration expérimentale, on retrouve les deux régimes asymptotiques précédemment évoqués. Physiquement, le premier régime, aux temps courts, est diffusif en racine du temps. Le second est produit par le transfert convectif de chaleur résultant de l'écoulement d'eau. Ainsi, la croissance de glace aux temps courts est régit par la température du substrat. Il faut bien retenir que dans ce régime, l'emplacement le long du plan incliné n'intervient pas et l'on retrouve la dynamique en $h(t) = \sqrt{D_{\text{eff}} t}$ quelque soit l'abscisse considérée. En Figure 3, on compare le coefficient D_{eff} expérimental au coefficient D_{eff} théorique de Thievenaz *et al.*. On retrouve les mêmes coefficients dans les deux cas (Figure 3), et ce quelque soit l'emplacement le long du plan incliné (les points représentent les D_{eff} moyens des quatre abscisses d'étude). Le coefficient D_{eff} varie quasi-linéairement avec la température de substrat à l'interface, plus la surface est froide plus le D_{eff} sera élevé et le transfert efficace. En effet, le gradient de couleur est croissant selon les valeurs de D_{eff} , ce qui est visible sur la colorbar en Figure 3 : en rouge pour les température de surface "chaudes" et donc les D_{eff} petits, en bleu pour les température de surface "froides" et donc les D_{eff} grands. Comme dans la solidification statique, la température de l'eau en entrée, précédemment notée T_{in} n'intervient pas dans la dynamique de solidification [28]. Aux temps longs, expérimentalement, le front de solidification semble se relaxer sous la forme de type $h_{\text{glace}}(t) \sim 1 - \exp(-t/\tau)$. On retrouve ainsi le comportement théorique précédemment cité.

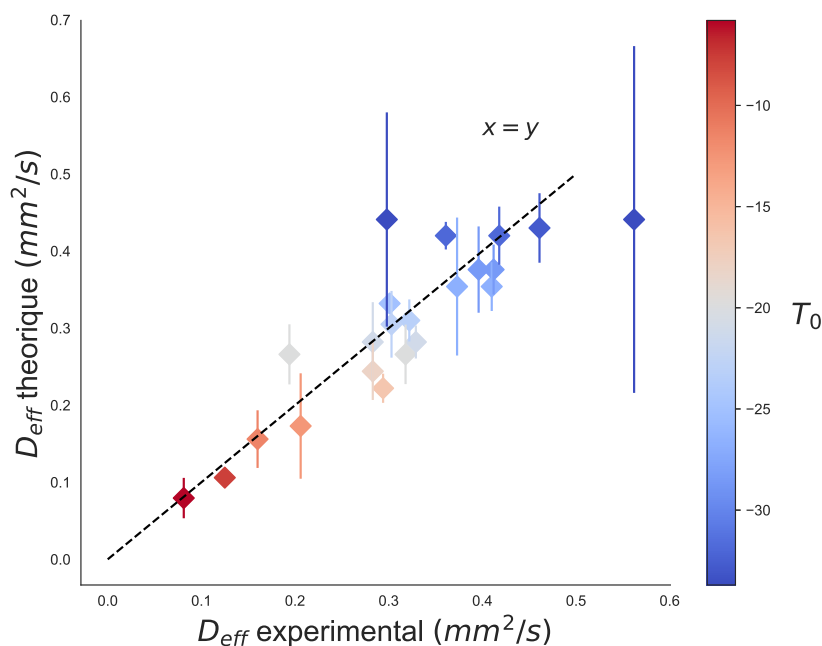


FIGURE 3 – Comparaison entre le D_{eff} théorique et le D_{eff} expérimental

4 Descriptif de la structure finale

Lorsque l'état stationnaire est atteint, l'eau coule sur sa structure de glace sans que celle-ci ne se solidifie. La hauteur de glace a atteint sa valeur maximale, h_{∞} , quelque soit l'endroit du plan incliné. Comme nous l'avons vu précédemment, l'obtention de cet état est le résultat d'un transfert diffusif, aux temps courts et convectif aux temps longs. La structure de glace formée présente alors une surprenante augmentation de hauteur de glace linéaire le long de l'axe x , comme observé en Figure 4. En effet, après une certaine longueur d'entrée, notée L en Figure 4 la hauteur de glace augmente linéairement, présentant un angle β de l'ordre de quelques degrés. L'augmentation de hauteur de glace est alors très brusque proche de l'injection, jusqu'à atteindre une hauteur pour laquelle la variation de hauteur de glace devient linéaire. La forme prise par la glace dans la région proche de l'injecteur notée L , présente une évolution en racine de la position selon l'abscisse. Ce résultat connu, est retrouvé dans le calcul des couches limites thermiques en convection externe forcée sans changement de phase. [30]. Ce résultat est également retrouvé dans les travaux d'Hirata *et al.*. Dans leur article, les auteurs font couler de l'eau sur une plaque plane refroidi en deçà de la température de solidification. Les auteurs retrouvent une variation de la hauteur de glace en racine de la position pour l'ensemble de la glace formée, ce que nous retrouvons nous ici uniquement pour une courte zone proche de l'injection. Les différences entre les deux observations pourraient venir de la différence de géométrie de l'eau injectée. En effet, dans notre étude la hauteur d'eau injectée est très faible (de l'ordre de grandeur du mm) alors que l'équipe d'Hirata injecte une quantité d'eau de l'ordre de plusieurs dizaine de centimètres de hauteur [31]. Enfin, la condition de sortie en fin de plan, fait brutalement chuter la hauteur de glace. L'abscisse pour laquelle la hauteur de glace est maximale est invariante selon les conditions expérimentales, se situant aux alentours de 9cm et ne dépend que de la géométrie du plan utilisé.

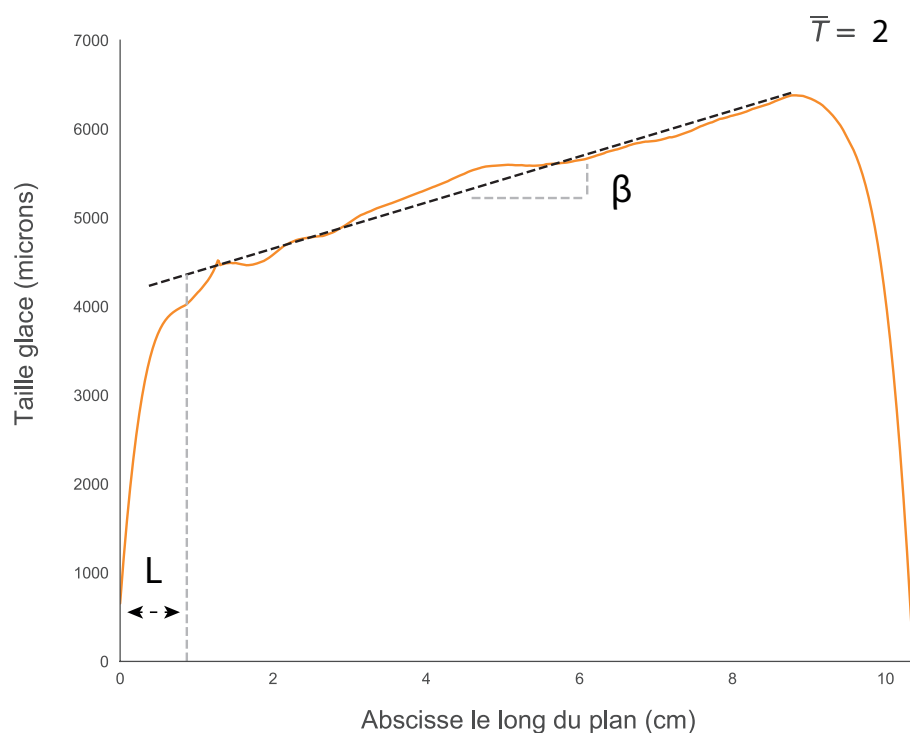


FIGURE 4 – Profil d'un ruisseau de glace une fois l'état stationnaire atteint

5 Conclusion

Nous avons vu au cours de cet article la construction d'une structure de glace résultat de l'écoulement d'un ruisseau d'eau sur un plan incliné refroidi en deçà de la température de solidification. La structure de glace atteint un état stationnaire, où l'eau continue de s'écouler sur sa structure. La construction de cette structure de glace est le résultat de deux transferts de chaleur successifs. Aux temps courts, on retrouve un comportement similaire aux études de solidification d'objets capillaires statiques. La glace croît alors très rapidement en racine du temps, il y a domination d'un régime diffusif. La croissance de glace est identique dans ce régime en tout point du plan. La hauteur de glace continue ensuite de croître en se relaxant vers une hauteur maximale, h_∞ : il y a prépondérance du régime convectif dû à l'écoulement de l'eau. La hauteur h_∞ dépend alors de l'endroit du plan incliné considéré. Le résultat de ces deux transferts est une structure de glace avec une surprenante augmentation linéaire depuis l'injection de l'eau en début de plan incliné, formant un faible angle β .

Références

- [1] Stefan, Johan, Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere, *Annalen der Physik*, 278 (1891) 269–286.
- [2] Lamé, G and Clapeyron, BP, Mémoire sur la solidification par refroidissement d'un globe liquide, *Annales Chimie Physique*, 47 (1831) 250–256.
- [3] Cieslak, MJ, The welding and solidification metallurgy of alloy 625, *Welding research supplement*, (1991).
- [4] Thomas, Scott K and Cassoni, Robert P and MacArthur, Charles D, Aircraft anti-icing and de-icing techniques and modeling, *Journal of Aircraft*, 33 (1996) 841–854.
- [5] Amirfazli, Alidad and Antonini, Carlo, Fundamentals of Anti-Icing Surfaces, *Non-wettable Surfaces*, (2016) 319–346.
- [6] Kreder, Michael J and Alvarenga, Jack and Kim, Philseok and Aizenberg, Joanna, Design of anti-icing surfaces : smooth, textured or slippery, *Nature Reviews Materials*, 1 (2016) 15003.
- [7] Jamil, Muhammad Imran and Ali, Abid and Haq, Fazal and Zhang, Qinghua and Zhan, Xiaoli and Chen, Fengqiu, Icephobic Strategies and Materials with Superwettability : Design Principles and Mechanism, *Langmuir*, 34 (2018) 15425–15444.
- [8] Antonini, Carlo and Innocenti, Massimiliano and Horn, Tobias and Marengo, Marco and Amirfazli, Alidad, Understanding the effect of superhydrophobic coatings on energy reduction in anti-icing systems, *Cold Regions Science and Technology*, 67 (2011) 58–67.
- [9] de Ruyter, Jolet and Soto, Dan and Varanasi, Kripa K, Self-peeling of impacting droplets, *Nature Physics*, 14 (2018) 35.
- [10] Hardee, Harry C, Solidification in Kilauea Iki lava lake, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 7 (1980) 211–223.
- [11] Griffiths, Ross W, The dynamics of lava flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32 (2000) 477–518.
- [12] Jones, Kathleen F, A simple model for freezing rain ice loads, *Atmospheric research*, 46 (1998) 87–97.

- [13] Makkonen, Lasse, A model of icicle growth, *Journal of Glaciology*, 34 (1988) 64–70.
- [14] Neufeld, Jerome A and Goldstein, Raymond E and Worster, M Grae, On the mechanisms of icicle evolution, *Journal of Fluid Mechanics*, 647 (2010) 287–308.
- [15] Montagnat, M and Weiss, J and Cinquin-Lapierre, B and Labory, PA and Moreau, Luc and Damilano, F and Lavigne, D, Waterfall ice : formation, structure and evolution, *Journal of Glaciology*, 56 (2010) 225–234.
- [16] Montagnat, M and Weiss, J and Cinquin-Lapierre, B and Labory, PA and Moreau, Luc and Damilano, F and Lavigne, D, Waterfall ice : formation, structure and evolution, *Journal of Glaciology*, 57 (2010) 407–415.
- [17] Gauthier, F and Montagnat, M and Weiss, J and Allard, M and Hétu, B, Ice cascade growth and decay : a thermodynamic approach, *Journal of Glaciology*, 59 (2013) 507–523.
- [18] Marin, Alvaro G and Enriquez, Oscar R and Brunet, Philippe and Colinet, Pierre and Snoeijer, Jacco H, Universality of tip singularity formation in freezing water drops, *Physical review letters*, 113 (2014) 054301.
- [19] Wildeman, Sander and Sterl, Sebastian and Sun, Chao and Lohse, Detlef, Fast dynamics of water droplets freezing from the outside in, *Physical review letters*, 118 (2017) 084101.
- [20] Libby, Paul A and Chen, Karl, Laminar boundary layer with uniform injection, *The Physics of Fluids*, 8 (1965) 568–574.
- [21] Towell, GD and Rothfeld, LB, Hydrodynamics of ruisselet flow, *AICHE Journal*, 12 (1966) 972–980.
- [22] Valeur, Bernard, Molecular fluorescence, *digital Encyclopedia of Applied Physics*, (2003) 477–531.
- [23] Ghabache, Elisabeth and Josserand, Christophe and Séon, Thomas, Frozen impacted drop : from fragmentation to hierarchical crack patterns, *Physical review letters*, 117 (2016) 074501.
- [24] Makkonen, Lasse, Ice adhesion—theory, measurements and countermeasures, *Journal of Adhesion Science and Technology*, 26 (2012) 413–445.
- [25] Langer, James S, Instabilities and pattern formation in crystal growth, *Reviews of Modern Physics*, 52 (1980).
- [26] Brillouin, Marcel, Sur quelques problèmes non résolus de la Physique Mathématique classique Propagation de la fusion, *Annales de l’institut Henri Poincaré*, 1 (1930) 285–308.
- [27] Gupta, SC, The Stefan problem and its classical formulation, *North-Holland series in applied mathematics and mechanics*, 45 (2003) 1–38.
- [28] V. Thiévenaz and T. Séon and C. Josserand, Solidification dynamic of an impacted drop, Submitted to *J. Fluid Mech.* (2019)
- [29] Lapadula, Charles and Mueller, Wheeler K, Heat conduction with solidification and a convective boundary condition at the freezing front, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 9 (1966) 702–704.
- [30] Lagrée, Pierre-Yves, Convection forcée, Online course, University of Paris VI, ENSTA, Paris, 2016.
- [31] Hirata, T and Gilpin, RR and Cheng, KC and Gates, EM, The steady state ice layer profile on a constant temperature plate in a forced convection flow—I. Laminar regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 22 (1979) 1425–1433.