

# Études expérimentales et modélisation des phénomènes multi physiques lors de la cuisson d'un milieu poreux déformable non saturé – Application à un produit céréalier

P. LE BIDEAU<sup>a</sup>, P. GLOUANNEC<sup>b</sup>

a. Institut de Recherche Dupuy de Lôme, CNRS UMR 6027, IRDL, F-56100 Lorient, France,  
pascal.le-bideau@univ-ubs.fr

b. Institut de Recherche Dupuy de Lôme, CNRS UMR 6027, IRDL, F-56100 Lorient, France,  
patrick.glouannec@univ-ubs.fr

## Résumé :

*Cette communication porte sur mise en œuvre d'un modèle numérique permettant de prévoir les phénomènes de transfert de chaleur et de masse, ainsi que le gonflement rencontré lors de la cuisson d'un gâteau contenu dans le moule. Le but de cette étude est de fournir un outil numérique efficace pour bien comprendre les mécanismes conduisant au produit final souhaité. Parallèlement à l'approche numérique, des tests expérimentaux sont réalisés dans un four de laboratoire. Une instrumentation spécifique fournit les réponses thermique et sur l'humidité du produit et permet d'appréhender correctement les conditions aux limites. Le gonflement est suivi par la caméra. Ces mesures sont ensuite exploitées pour la validation du modèle.*

## Abstract :

*This communication deals with the implementation of a numerical model for predicting heat and mass transfers phenomena as well as the swelling encountered during the baking of cake contained in mold. The aim of this study is to provide an effective numerical tool for a well understanding of the mechanisms leading to the desired end product. At the same time as numerical approach, experimental tests are carried out on a laboratory oven. A specific instrumentation continuously provides thermal and moisture responses of product and enables to correctly apprehend the boundaries conditions. The swelling is tracked by camera. These measurements are next exploited for model validation.*

**Mots clefs : transferts de masse et de chaleur, cuisson d'un gâteau, simulation numérique, expérimentation**

## 1 Introduction

Lors de leur cuisson, les produits céréaliers sont le siège de nombreuses réactions physico-chimiques (gélatinisation de l'amidon, coagulation des protéines, dégagement de dioxyde de carbone par l'agent

levant, ...) sous l'effet des transferts de chaleur et de masse. Ces phénomènes physiques se déroulant quasi-simultanément, la compréhension et l'interprétation de chaque phénomène à travers des investigations purement expérimentales se révèlent particulièrement difficiles. Aussi, de plus en plus d'approches numériques basées sur les lois de conservation ont été mises en place ces deux dernières décennies pour prédire les comportements thermiques, hydriques et mécaniques de ces produits et ainsi de définir quantitativement l'impact des transports d'énergie et d'eau sur les différentes réactions amenant à un changement de structure des produits [1, 2, 3, 4].

Cette communication porte sur la mise en œuvre d'un modèle numérique permettant de prédire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse ainsi que le gonflement rencontré lors de la cuisson en moule de gâteaux. Parallèlement au développement numérique, des cuissons type sont réalisés dans un four de laboratoire fortement instrumenté. L'instrumentation mise en place permet de correctement appréhender les sollicitations thermiques (convection, rayonnement et conduction thermique), de suivre précisément les réponses en température du gâteau et du moule et d'obtenir un suivi continu de la perte de masse du gâteau [5]. La déformation du produit est également évaluée par imagerie. Les résultats simulés sont comparés à la base expérimentale.

## 2 Modélisation des transferts de masse et de chaleur

### 2.1 Présentation du produit et des phénomènes physiques

Le produit étudié est un gâteau dit à pâte jaune se composant principalement de farine, d'œufs entiers, de matière grasse, de sucre et d'agents levant (levure chimique). Lors de l'étape de cuisson, la pâte est versée dans des moules et le tout est placé dans un four. Dans cette configuration, la surface du produit est chauffée par convection et par rayonnement thermique. Les faces inférieures et latérales sont directement en contact avec le moule qui est également chauffé par convection, par rayonnement thermique et par conduction (Figure 1). La chaleur à l'intérieur du produit est transportée par conduction et advection (gonflement). L'eau (liquide et vapeur) migre du cœur du produit vers la surface mais également dans le sens inverse sous l'effet des gradients de pression de gaz, de teneurs en eau et de températures. Cette migration multi-directionnelle engendre des phénomènes d'évapo-condensation.

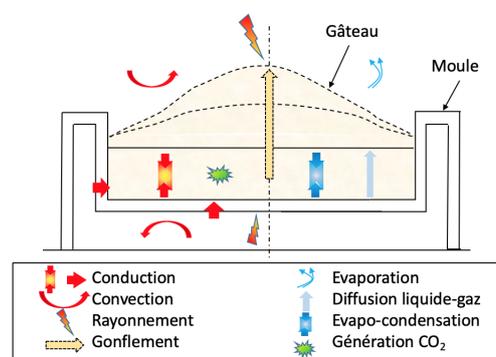


FIGURE 1 – Phénomènes physiques mis en jeu

## 2.2 Modèle mathématique

Un modèle mathématique est implémenté pour simuler les températures, la distribution des teneurs en eau et le gonflement des gâteaux causés par l'agent levant (Figure 1). Les températures dans le moule sont également calculées. Dans cette approche, le milieu est supposé être un milieu poreux déformable contenant trois phases : solide (pâte), liquide (eau) et gaz. La phase gazeuse comprend deux espèces, l'eau et le dioxyde de carbone (libéré par l'agent de levage). Basé sur les équations de conservation pour le transport de chaleur et de masse et sous quelques hypothèses (milieu homogène, équilibre thermodynamique local, phase gazeuse supposée être un mélange gazeux idéal ...), le problème consiste à résoudre un système de cinq équations partielles couplées au sein du gâteau [6]. Les variables d'état sont la température  $T$  (K), la teneur en eau en base sèche  $W$  ( $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$ ), la pression totale de gaz  $P_g$  (Pa), la porosité  $\phi$  (-) et le déplacement  $\vec{u}$  (m).

$$\frac{\partial \bar{\rho} h}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_s^s \bar{\rho} h) = -\nabla \cdot (\vec{q} + \vec{n}_l h_l + \vec{n}_v h_v + \vec{n}_c h_c) \quad (1)$$

$$\rho_s^s (1 - \phi) \left( \frac{\partial W}{\partial t} + \vec{v}_s^s \nabla W \right) = -\nabla \cdot (\vec{n}_l + \vec{n}_v) \quad (2)$$

$$K_{P_g^g} \frac{\partial P_g^g}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_s^s (\beta_g P_g^g + \beta_v P_v^g)) = -\nabla \cdot \vec{n}_a - K_T \frac{\partial T}{\partial t} - K_W \frac{\partial W}{\partial t} - K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\rho_s^s \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_s^s (1 - \phi) \rho_s^s) = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{\sigma} = \nabla P_g^g \quad (5)$$

avec  $\rho$  la masse volumique ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ),  $h$  l'enthalpie massique ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ),  $v_s^s$  la vitesse de déplacement ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ),  $q$  la densité de flux de chaleur ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ),  $n$  le flux de matière ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Les coefficients inertiels  $K_{P_g^g}$ ,  $K_T$ ,  $K_W$  et  $K_\phi$  ainsi que les coefficients liés aux termes d'advection  $\beta_v$  et  $\beta_g$  sont précisés dans [4, 6]. Les indices  $s$ ,  $l$ ,  $v$ ,  $g$  et  $c$  se rapportent respectivement aux phases et espèces solide, liquide, vapeur, gazeuse et de dioxyde de carbone.

Les flux de matières de liquide, de vapeur et de dioxyde de carbone sont exprimés en fonction des variables d'état :

$$\vec{n}_l = D_W^l \nabla W \quad (6)$$

$$\vec{n}_v = D_T^v \nabla T + D_W^v \nabla W + D_{P_g^g}^v \nabla P_g^g \quad (7)$$

$$\vec{n}_c = D_T^c \nabla T + D_W^c \nabla W + D_{P_g^g}^c \nabla P_g^g \quad (8)$$

Les expressions des pseudo coefficients de transport  $D$  sont détaillées dans

A l'interface produit - air, les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\vec{n} \cdot (\vec{q} + \vec{n}_l h_l + \vec{n}_v h_v) = -\frac{k_m M_v}{R} \left( \frac{P_v^g}{T} - H R_a \frac{P_{sat}(T_a)}{T_a} \right) h v + \alpha_c (T_a - T) + \epsilon \sigma (T_p^4 - T^4) \quad (9)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{n}_l + \vec{n}_v) = \frac{k_m M_v}{R} \left( \frac{P_v^g}{T} - H R_a \frac{P_{sat}(T_a)}{T_a} \right) \quad (10)$$

$$P_g^g = P_{atm} \quad (11)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{\sigma} = 0 \quad (12)$$

A l'interface produit - moule, on impose :

$$\vec{n} \cdot (\vec{q} + \vec{n}_l h_l + \vec{n}_v h_v + \vec{n}_a h_a) = \vec{n} \cdot \vec{q}_m \quad (13)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{n}_l + \vec{n}_v) = 0 \quad (14)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{n}_a = 0 \quad (15)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad (16)$$

avec  $k_m$  le coefficient de transfert de matière ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ),  $M_v$  la masse molaire de l'eau ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ),  $R$  la constante des gaz parfaits ( $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ),  $HR_a$  l'humidité relative de l'air (-),  $\alpha_c$  le coefficient d'échange convectif ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ). Les indices  $p$ ,  $sat$  et  $atm$  traduisent parois, saturation et atmosphérique.

Pour le moule, seul l'équation de la chaleur est résolue. Celui-ci est chauffé par conduction thermique à travers la sole chauffante et par convection et rayonnement thermique.

La résolution de ces équations est effectuée selon la méthode des éléments finis sous Comsol Multiphysics<sup>®</sup>. Une formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) est retenue. L'ensemble des propriétés thermophysiques et hydriques ont été mesurées en amont où sont issues de la littérature.

### 3 Résultats et discussion

Une cuisson type est réalisée. Les températures de voute et de sole sont fixées à une même température de consigne ( $>200$  °C). Après une phase de mise en régime qui conduit à une température de l'air stable (environ 180 °C), le moule instrumenté contenant la pâte est placé dans le four. Les températures de la pâte sont relevées via des thermocouples au fond et à cœur. La température de surface est suivie par un pyromètre optique. Un suivi continu de la perte de masse est également réalisé. La hauteur du produit est obtenue par imagerie.

La figure 2 (a) présente les évolutions de températures mesurées et simulées par le modèle de connaissance durant une cuisson type. Les températures au différents points (surface, à cœur et au fond) sont globalement bien représentées par le modèle. La palier de température apparaissant à cœur à partir de la mi-cuisson est prédit correctement ce qui montre que les phénomènes d'évapo-condensation présents sont bien appréhendés. La figure 2 (b) montre que les pertes de masse ( $Dm$ ) liées aux transferts d'humidité du produit vers l'ambiance sont elles aussi correctement prédites tout comme l'évolution de la hauteur du produit.

Le modèle permet également de prédire les évolutions de teneurs en eau locales dans le produit (figure 3). On constate que la teneur en eau à cœur augmente au cours de la cuisson. Cette augmentation est liée aux transferts de vapeur de la périphérie vers le centre sous l'effet des gradients de températures et de pressions de gaz [7]. La température à cœur étant plus froide qu'en périphérie, la vapeur d'eau se condense et provoque l'augmentation de la teneur en eau. Pour cette même raison, on note une diminution de la teneur en eau au fond où l'eau migre vers l'intérieur. En surface, la teneur en eau diminue très rapidement car l'humidité est évacuée vers l'extérieur sous l'effet des fortes différences de pressions de vapeur entre la surface du produit et l'ambiance.

La figure 4 présente les évolutions de profils de températures (a) et de teneurs en eau (b) à trois instants (début de cuisson, mi-cuisson, fin de cuisson). Les modifications géométriques liées aux gonflements sous l'effet de la levure chimique sont également visibles.

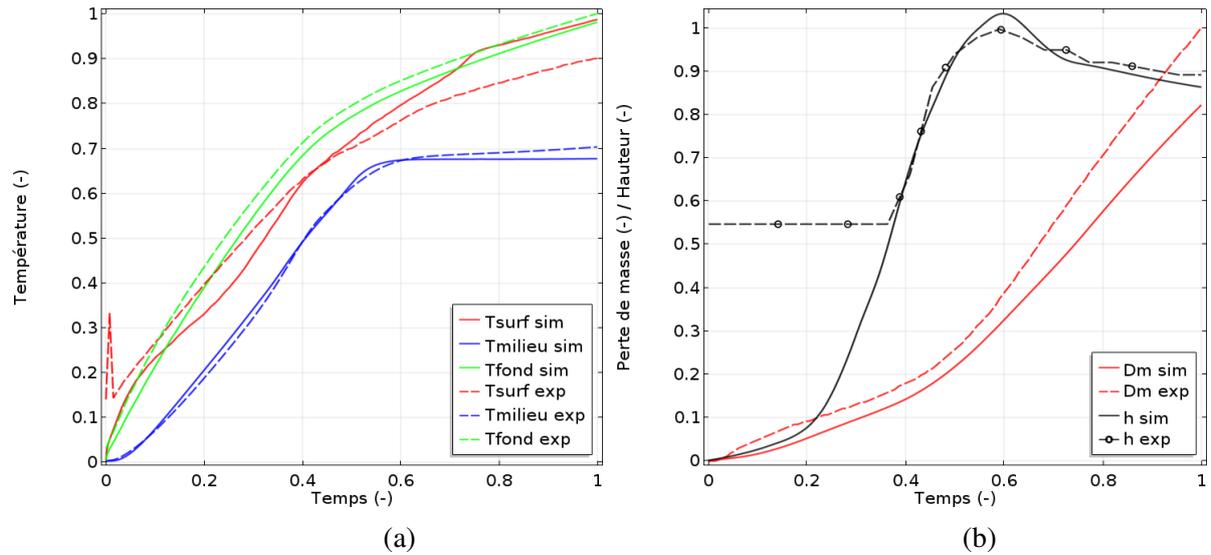


FIGURE 2 – Comparaison des températures (a), des pertes de masse et des hauteurs (b) adimensionnées mesurées et simulées

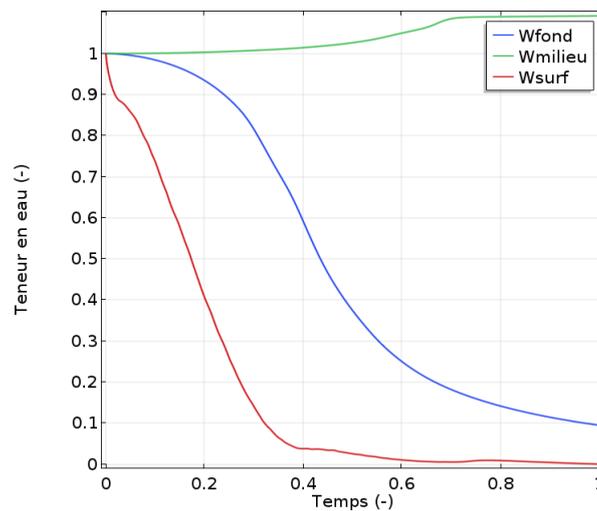


FIGURE 3 – Évolutions des teneurs en eau adimensionnées simulées

## 4 Conclusion

Un modèle numérique multiphysique a été développé pour prédire les réponses en température et en humidité d'un gâteau à pâte jaune lors d'une cuisson type. La déformation géométrique expérimentalement constatée est également bien représentée numériquement. Le modèle fournit également des informations sur les profils de teneur en eau en cours de cuisson, informations non mesurables en continues, et prédit l'augmentation d'humidité à cœur sous l'effet des phénomènes d'évapo-condensation. Par la suite, ce modèle sera employé dans une procédure d'optimisation visant à améliorer l'efficacité énergétique, la qualité des produits et à réduire les déchets en recherchant les conditions optimales de cuisson.

## Références

- [1] F. Sadeghi, N. Hamdami, M. Shahedi, A. Rafe, Numerical Modeling of Heat and Mass Transfer during Contact Baking of Flat Bread, *Journal of Food Process Engineering*, 39 (2016) 345–356.

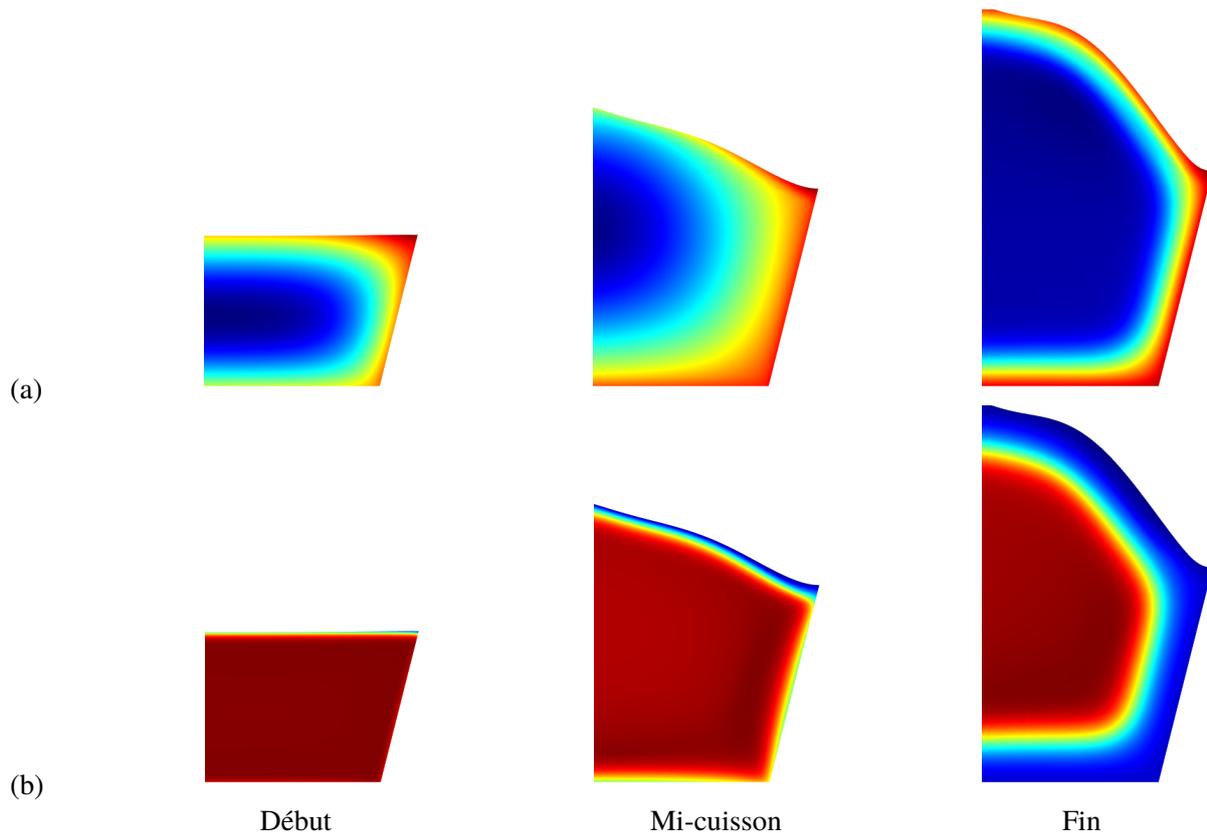


FIGURE 4 – Profils de températures (a) et de teneurs en eau (b) au cours de la cuisson

- [2] J.Zhang, A.K. Datta, S. Mukherjee, Transport processes and large deformation during baking of bread, *AIChE Journal*, 51 (2005) 2569–2580.
- [3] A. Ousegui, C. Moresoli, M. Dostie, B. Marcos, Porous multiphase approach for baking process – Explicit formulation of evaporation rate, *Journal of Food Engineering*, 100 (2010) 535–544.
- [4] V. Nicolas, P. Salagnac, P. Glouannec, J-P. Ploteau, V. Jury, L. Boillereaux, Modelling heat and mass transfer in deformable porous media : Application to bread baking, *Journal of Food Engineering*, 130 (2014) 23–35.
- [5] J-P. Ploteau, V. Nicolas, P. Glouannec Numerical and experimental characterization of a batch bread baking oven, *Applied Thermal Engineering*, 48 (2012) 289–295.
- [6] Experiment and multiphysic simulation of dough baking by convection, infrared radiation and direct conduction, V. Nicolas, P. Glouannec, J-P. Ploteau, P. Salagnac, V. Jury, *International Journal of Thermal Sciences* 115 (2017) 65–78.
- [7] Modeling bread baking with focus on overall deformation and local porosity evolution, V. Nicolas, F. Vanin, D. Grenier, T. Lucas, C. Doursat, D. Flick, *AIChE Journal*, 62 (2016) 3847–3863.