# Dynamique d'une goutte dans une cellule de

# **Hele-Shaw**

# B. REICHERT<sup>a</sup>, I. CANTAT<sup>b</sup>, M-C. JULLIEN<sup>b</sup>

a. Gulliver UMR 7083, ESPCI ParisTech benjamin.reichert@espci.fr (12)d. Institut de Physique de Rennes (IPR) Universite de Rennes 1, CNRS : UMR6251 isabelle.cantat@univ-rennes1.fr; marie-caroline.jullien@univ-rennes1.fr

# Résumé :

Cette étude porte sur la dynamique de gouttes peu visqueuses et non mouillantes, mise en mouvement dans une cellule de Hele-Shaw par l'imposition d'un débit de phase externe. Dans le régime des faibles nombres capillaires, la mobilité de la goutte, définie comme le rapport entre la vitesse de la goutte et la vitesse moyenne de la phase externe, évolue non-linéairement avec le nombre capillaire. Ceci constitue la signature des différents mécanismes dissipatifs en jeux. Les mesures expérimentales sont réalisées sur des bulles se déplçant dans de l'huile fluorée sans tensioactif, ainsi que sur des gouttes peu visqueuses se déplaçant dans une solution concentrée en tensioactifs. Un modèle visant à décrire la dynamique de ces objets est proposé. Ce dernier est basé sur un bilan de puissance tenant compte de la dissipation visqueuse provenant du film de mouillage localisé entre l'interface de la goutte/bulle et la paroi du canal. La topographie du film de lubrification est obtenue théoriquement dans le cas de la bulle. Dans le cas de la goutte, la présence de tensioactifs dans le système induit une modification locale de la condition limite à l'interface, dont la determination nécessite la mesure de la topographie de l'interface par microscopie interférentielle [Reichert et al., J. Fluid. Mech., 850 p.708 (2018)]. Le modèle proposé, basé sur la topographie théorique dans le cas de la bulle et sur la topographie mesurée dans le cas de la goutte, reproduit quantitativement les vitesses expérimentales. D'autre part, il montre que la présence de tensioactifs dans le sytsème peut affecter notablement la vitesse de la goutte par un effet d'accumulation de tensioactifs à l'arrière de cette dernière.

# Abstract :

We study the motion of low viscous non-wetting droplet in a Hele-Shaw cell, while it is pushed by an external phase of imposed flow rate, at low capillary numbers. In this regime, the droplet's mobility, defined as the ratio between the droplet velocity and the external phase mean velocity, evolves non linearly with the capillary number, a signature of the different dissipation mechanisms at play. Experiments are performed with surfactant free air bubbles in fluorinated oil, and with surfactant laden fluorinated oil droplets in water. We propose a model based on a power balance which takes into account the dissipation in the thin wetting film trapped between the bubble/drop and the channel wall. The full topography of this thin film is obtained theoretically for the bubble case, whereas the presence of surfactants in the drop case induces uncontrolled boundary conditions at the interface, thus imposing to use the experimental topography measured using interference microscopy [Reichert et al., J. Fluid. Mech., **850** p.708 (2018)]. Remarkably, the model reproduces the experimental velocities and shows that the velocity can

be strongly affected by a stagnant cap effect at the rear of the drop, even if localized in less than a few percents of the total film area.

#### Mots clefs : microfluidique, goutte, film de lubrification, écoulement biphasique

# **1** Introduction

Le développement important de la microfluidique digitale ces dix dernières années a ravivé l'intérêt pour l'étude de la dynamique de gouttes et bulles dans les micro-canaux. La prediction de la vitesse stationnaire  $U_d$  d'une goutte (ou d'une bulle) confinée entre deux plaques et entraînée par une phase externe de vitesse imposée  $U_f$ , est un problème qui a été abordé pour la première fois par Taylor & Saffman dans le cas de bulles se déplaçant dans un fluide Newtonien [1]. Dans le cas d'une bulle cylindrique, ils trouvent  $U_d = 2 U_f$ , ce qui sur-estime sytématiquement les données expérimentales [2]. Deux sources de disspation, ignorées dans le modèle de Taylor & Saffman, ont été identifiées pour une goutte/bulle non-mouillante : (i) dans le film de mouillage localisé entre l'interface de la goutte et la paroi du canal; et (ii) dans le ménisque dynamique *i. e.* la région de transition entre le pourtour de la goutte et le film de mouillage [3]. Dans la littérature, les modèles considérant la dissipation dans le ménisque dynamique dans le cas d'une interface dépourvue de contrainte visqueuse (sans cisaillement dans le film de mouillage) fournissent des predictions fiables pour des sytèmes sans tensioactifs [4]. Dans des situations plus réalistes, des contaminants peuvent modifier la rhéologie interfaciale et par conséquent la vitesse de la goutte. Les effets Marangoni induits, et plus spécifiquement la rigidification de l'interface induite par les tensioactifs ont été considérées dans des modèles théoriques et numériques [5]. La difficulté majeur réside dans la détermination des paramètres microscopiques gouvernant le transport et l'interaction des tensioactifs avec l'interface, ce qui empêche d'élaborer un modèle reproduisant l'ensemble des données expérimentales. Cependant, nous montrons dans [6] que la vitesse interfaciale locale peut être extraite du profil d'épaisseur du film de mouillage expérimental via certaines approximations sur l'écoulement et les mécanisme de transport de tensioactifs. Ces approximations étant justifiées par la forme du profil d'épaisseur expérimentale. La connaisance de ces propriétés de surface sont des éléments clefs dans la détermination de la vitesse de la goutte.

Dans ce papier, la vitesse de la goutte/bulle est quantitativement reliée au champs d'épaisseur du film de lubrification par le calcul du taux de dissipation visqueuse dans cette même zone. Le modèle est dans un premier temps validé dans la situation de référence d'une bulle se déplaçant dans de l'huile pure, pour laquelle le profil d'épaisseur est connu théoriquement, et gouverné par une condition de contrainte visqueuse nulle à l'interface [7]. Ensuite, nous considérons un sytème constitué de gouttes d'huile se déplaçant dans une solution acqueuse de tensioactifs. Dans ce cas, l'utilisation du profil d'épaisseur correspondant à une contrainte interfaciale nulle sur-estime  $U_d$  d'un facteur 1.3. Nous utilisons à la place le profil d'épaisseur expérimental mesuré par interférométrie et obtenons une prediction quantitative de la vitesse de la goutte. Le profil d'épaisseur expérimental présente la signature d'une rigidification de l'interface à proximité du ménisque arrière de la goutte, mais seulement sur 5% de l'aire totale du film de lubrification. Un résultat important de cette étude est la sensibilité de la vitesse de la goutte à une rigidification de l'interface très localisée, ce qui la rend très difficile à prédire.

## 2 Dispositif et résultats expérimentaux

### 2.1 Dispositif expérimental

Les bulles/gouttes sont générées à l'aide d'une jonction-T dans une puce microfluidique, et entrent ensuite dans une cellule de Hele-Shaw d'épaisseur  $2H_o = 14 \,\mu\text{m}$ . La vitesse  $U_f$  de la phase externe est imposée par un pousse seringue et est mesurée à la sortie de la puce par un débimètre. Les vitesses de bulles/gouttes  $U_d$  sont mesurées à l'aide d'un graphe spatio-temporel le long de leur direction de translation x. Deux couples de fluides sont utilisés : 1) le système 1 comprend des bulles dans de l'huile fluorée sans tensioactif et, 2) le système 2 est constitué de gouttes d'huile fluorée dans une solution acqueuse de tensioactifs.



FIGURE 1 – (a) Schéma de la puce microfluidique; (b) Bulle/goutte pancake dans une cellule de Hele-Shaw :  $2H_o$  est l'épaisseur de la cellule, R le rayon de la goutte et  $h_{\infty}$  l'épaisseur caractéristique du film de lubrification.

### 2.2 Résultats expérimentaux

La figure 2 indique les graphes de la mobilité  $U_d/U_f$  en fonction du nombre capillaire  $Ca = \eta_o U_d/\gamma$ pour les sytèmes 1 et 2.  $\eta_o$  et  $\gamma$  sont respectivement la viscosité de la phase externe et la tension interfaciale. Dans la cellule de Hele-Shaw, les bulles/gouttes adoptent une forme de pancake (voir figure 1.b). Ce qualificatif se rapporte à une goutte dont le rayon R vérifie la condition  $H_o \ll R$ . La prediction de Taylor Saffman  $(U_d/U_f)_{TS} = 2$ , ainsi que son extension à des gouttes visqueuses  $(U_d/U_f)_{TSV} = 2/(1 + \eta_i/\eta_o)$  ( $\eta_i$  étant la viscosité de la phase interne) [8] sont tracées respectivement en figure 2.a et 2.b (lignes horizontales en trait plein). Dans les deux jeux de données, la mobilité croît avec le nombre capillaire et le rayon de la bulle/goutte. D'autre part, les modèles existant, basés sur la dissipation visqueuse calculée en assimilant la bulle/goutte à un cylindre mouillant sur-estiment la mobilité expérimentale pour les deux systèmes. Des sources de dissipations additionnelles émanent de la région séparant l'interface de la goutte de la paroi du canal, et sont prises en compte dans le modèle développé dans la section suivante.

### 3 Modélisation de la vitesse de la bulle/goutte

La modélisation de la vitesse de la bulle/goutte est basée sur un bilan de puissance sur un volume de contrôle  $\Omega$  entourant la bulle/goutte [9]. En égalisant la puissance fournie par le champ de pression extérieur à  $\Omega$  avec la dissipation visqueuse au sein de  $\Omega$ ,  $D_{\Omega}$ , il est possible d'établir une expression formelle de la mobilité :



FIGURE 2 – Mobilité en fonction du nombre capillaire et du rayon pour le système 1 (**a**) et le sytème 2 (**b**).

$$\beta = \frac{U_d}{U_f} = \frac{2}{1 + \frac{D_\Omega}{D_{\text{ref}}}} \,. \tag{1}$$

avec  $D_{\rm ref} = 6\pi \eta_o R^2 U_d^2 / H_o$ .

L'étape la plus délicate dans la détermination de la mobilité théorique est l'évaluation de la dissipation totale  $D_{\Omega}$ . Dans le cas d'une bulle, cette dernière a pour principale origine le ménisque dynamique. Par ailleurs, les gradients de vitesse dans cette région étant reliés au gradient de courbure de l'interface par les équations de Stokes, il est possible d'exprimer la dissipation visqueuse en fonction du profil d'épaisseur du film de lubrification. La topographie du film de lubrification pour une bulle pancake dont l'interface n'est soumise à aucune contrainte visqueuse a été déterminée par Burgess & Foster [7] et son utilisation dans l'évaluation de  $D_{\Omega}$  nous permet de retrouver quantitativement les mobilités expérimentales sans paramètre d'ajustement (tirets dans figure 2.a).

Dans le cas d'une goutte,  $D_{\Omega}$  a principalement deux origines : la dissipation due à l'écoulement interne à la goutte et la dissipation émanant du ménisque dynamique. La dissipation interne à la goutte est déterminée en considérant un écoulement de Poiseuille unidirectionnel de vitesse moyenne (moyennée sur la hauteur du canal) uniforme et égale à  $U_d$  [10]. Concernant la contribution du ménisque dynamique, le calcul de cette dissipation sur la base du profil d'épaisseur sans contrainte visqueuse de Burgess & Foster entraîne une sur-estimation de la mobilité expérimentale (voir tirets dans figure 2.b). L'origine de cet écart est due à l'apparition d'une contrainte de Marangoni localisée à proximité du ménisque arrière de la goutte [6]. Cette contrainte découle de l'accumulation de tensioactifs dans cette région et a pour conséquence un épaississement locale du film expérimental par rapport à la prédiction de Burgess & Foster. L'analyse du profil expérimental du film permet d'évaluer cette contrainte de Marangoni et d'en déduire la dissipation supplémentaire émanant de la région arrière. La figure 2.b montre que la prise en compte de cette contrainte dans le modèle permet de reproduire quantitativement les données expérimentales. D'autre part, on voit qu'une rigidification de l'interface localisée sur une aire très faible du film de lubrification à l'arrière de la goutte est en mesure de faire décroitre la mobilité de la goutte d'un facteur 1.3 par rapport cas où cette contrainte serait absente.

### Références

- [1] G. Taylor, P. Saffman, The Quaterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics 12, 265 (1959)
- [2] A. R. Kopf-Sill and G. M. Homsy, Physic of Fluids 31, 18 (1988)
- [3] F.P. Bretherton, Journal of Fluid Mechanics 10, 166 (1961)
- [4] E. Reyssat, Journal of Fluid Mechanics 748, 641 (2014)
- [5] C. W. Park, Physic of Fluids 4, 2335 (1992)
- [6] B. Reichert et. al. Journal of Fluid Mechanics 850, 708 (2018)
- [7] B. Burgess and M. Foster Physics of Fluids 2, 1105 (1990)
- [8] F. Gallaire et. al. Physics of Fluid 26, 062105 (2014)
- [9] R. Dangla Ph.D. thesis, Ecole Polytechnique (2012)
- [10] S. Lee et al. Soft Matter 8, 10750 (2012)