

Couplage fluide structure membranaire pressurisée pour l'étude de l'amerrissage forcé des hélicoptères

C. BLANCHARD^a, A. LE VAN^b, S. HALBOUT^c, N. COUTY^d, Y. JUS^d

a. Airbus Helicopters, Marignane, France - Université de Nantes, Centrale Nantes, CNRS, GeM, UMR 6183, F-44000 Nantes, France - clement.blanchard@univ-nantes.fr

b. Université de Nantes, Centrale Nantes, CNRS, GeM, UMR 6183, F-44000 Nantes, France

c. Airbus Helicopters, Marignane, France

d. Bureau Veritas Solutions Marine and Offshore, Nantes, France

Abstract:

In the event of ditching, helicopters are too heavy to float or unstable on water. The designers have to add inflatable buoyancy devices to prevent capsizing. Dimensioning such devices is an essential issue in the helicopter's certification.

The helicopter is represented as a deformable volumic body and the float as an air-inflated tubular membrane. The water is modeled as an incompressible perfect fluid. This study is concerned with the dynamical response of toy cases and the behaviour of a selection of coupling schemes.

The structure is solved through a home-made finite element code. The time-stepping is carried out using the Newmark method, where the nonlinear problem at each time increment is solved through a Newton iterative scheme. For lack of an analytical expression for the hydrodynamic water pressure, the tangent matrix coming from the hydrodynamic pressure is only partly computed. The fluid is computed with a home-made boundary element solver using the von Kármán model. The time-stepping is achieved using the explicit finite difference or the fourth order Runge-Kutta method.

In order to perform the coupling, we consider two Dirichlet-Neumann partitionning schemes: (i) the Conventional Serial Staggered procedure [2], where the hydrodynamic load is computed once at each time step; and (ii) a Gauss-Seidel procedure [5, 4, 7], where coupling iterations are performed to ensure the convergence.

The obtained numerical results show which coupling scheme is the most efficient regarding precision and computation speed. Significant quantities to investigate the helicopter's behavior are given, namely the structure deformation, the hydrodynamic load and the internal pressure of floats.

Mots clefs : interaction fluide-structure, amerrissage d'urgence, membrane, structure pressurisée, dynamique, grandes transformations

1 Introduction

L'étude de l'atterrissage d'urgence des hélicoptères est un point sensible pour les fabricants qui doivent s'assurer de la bonne tenue mécanique lors de cette manœuvre. Dans le cas d'une avarie entraînant la



FIGURE 1 – Vue d’artiste d’un hélicoptère posé sur l’eau (crédit : Airbus Helicopters).

perte de la puissance motrice mais préservant l’intégrité du rotor, les pilotes sont capables de poser l’appareil en toute sécurité grâce à un phénomène physique connu appelé autorotation. Ce phénomène est causé par le flux d’air autour de la carlingue engendré par la chute de l’hélicoptère. Le flux entraîne le rotor ce qui permet au pilote de maintenir un contrôle suffisant pour atterrir. Dans le cas d’un amerrissage, la situation se complique car la forme et le poids des hélicoptères ne permettent d’assurer ni la flottabilité ni la stabilité à flot de ces derniers. Afin d’assurer l’évacuation de l’équipage dans de bonnes conditions, les constructeurs, en accord avec la réglementation, ont équipé les appareils de dispositifs leur permettant de flotter. Ces dispositifs sont des flotteurs gonflables déployés avant l’amerrissage, voir figure 1. L’enjeu du dimensionnement des flotteurs et de la structure reprenant les efforts est majeur pour les constructeurs.

La modélisation de tels événements est un problème multi-physique hautement non-linéaire. Le problème structure est résolu à l’aide d’un code éléments finis développé par le GeM. Le problème fluide est traité avec un code éléments de frontière développé par Bureau Veritas Solutions. Les hypothèses et le fonctionnement de ces codes seront détaillés dans la suite.

Dans cette étude, nous nous intéresserons principalement au choix du schéma de couplage entre les deux codes maisons. Les schémas seront éprouvés sur plusieurs cas tests de complexité croissante, pour se rapprocher de la configuration réelle.

2 Problème structure

2.1 Équations discrétisées

Le problème structure tridimensionnel est résolu en dynamique dans le cadre des grandes transformations et avec la formulation lagrangienne totale. La forme faible s’écrit sur le domaine de référence Ω_{s0} de la structure comme suit : $\forall t$ et $\forall \mathbf{u}^*$:

$$\int_{\Omega_{s0}} \rho_0 \frac{d^2 \mathbf{u}}{dt^2} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_{s0} + \int_{\Omega_{s0}} \boldsymbol{\Pi}^T : \text{grad } \mathbf{u}^* d\Omega_{s0} = \int_{\Omega_{s0}} \rho_0 \mathbf{f} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_{s0} + \int_{\partial\Omega_{s0}} (\boldsymbol{\Pi} \cdot \mathbf{N}) \cdot \mathbf{u}^* dS_0 . \quad (1)$$

La discrétisation par éléments finis de l'équation (1) conduit à l'équation semi-discrète :

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} + \Psi(\mathbf{U}) = \Phi \left(\mathbf{U}, \frac{d\mathbf{U}}{dt} \right), \quad (2)$$

où \mathbf{U} est le vecteur des déplacements nodaux de la structure, \mathbf{M} la matrice masse, Ψ le vecteur des efforts internes et Φ le vecteur des efforts externes. Ici, Ψ dépend du déplacement \mathbf{U} puisque nous considérons des matériaux hyperélastiques, Φ dépend du déplacement \mathbf{U} et de la vitesse $\frac{d\mathbf{U}}{dt}$ puisque le chargement externe comprend la pression interne au flotteur et la pression externe due à l'eau.

L'intégration temporelle de (2) se fait de manière incrémentale à l'aide du schéma de Newmark. À chaque incrément n , nous avons à résoudre trois équations algébriques pour trois inconnues \mathbf{U}_n , \mathbf{V}_n et \mathbf{A}_n . La première provenant de l'équation (2) écrite à l'instant t_n est une équation non linéaire :

$$\mathbf{M} \mathbf{A}_n + \Psi(\mathbf{U}_n) = \Phi(\mathbf{U}_n, \mathbf{V}_n), \quad (3)$$

et les deux autres, dites équations cinématiques, sont linéaires :

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}_{n-1} + (1 - \alpha) \Delta t \mathbf{V}_{n-1} + \alpha \Delta t \mathbf{V}_n + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \Delta t^2 \mathbf{A}_{n-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{V}_n = \mathbf{V}_{n-1} + (1 - \beta) \Delta t \mathbf{A}_{n-1} + \beta \Delta t \mathbf{A}_n, \quad (5)$$

où α, β sont des paramètres pré-choisis et $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ le pas de temps. Le système (3)-(5) est ensuite résolu de manière itérative par le schéma de Newton-Raphson. À chaque itération i , nous résolvons le système :

$$\left[\frac{\mathbf{M}}{\alpha \beta \Delta t^2} + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{U}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{U}} - \frac{1}{\alpha \Delta t} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{V}} \right] \cdot \delta \mathbf{U} = -\mathbf{R}_n^{i-1}, \quad (6)$$

où le résidu \mathbf{R}_n^{i-1} vaut :

$$\mathbf{R}_n^{i-1} = \mathbf{M} \mathbf{A}_n^{i-1} + \Psi(\mathbf{U}_n^{i-1}) - \Phi(\mathbf{U}_n^{i-1}, \mathbf{V}_n^{i-1}). \quad (7)$$

Une fois $\delta \mathbf{U}$ obtenu, nous corrigeons le déplacement, la vitesse et l'accélération par :

$$\mathbf{U}_n^i = \mathbf{U}_n^{i-1} + \delta \mathbf{U}, \quad \mathbf{V}_n^i = \mathbf{V}_n^{i-1} + \frac{\delta \mathbf{U}}{\alpha \Delta t}, \quad \mathbf{A}_n^i = \mathbf{A}_n^{i-1} + \frac{\delta \mathbf{U}}{\alpha \beta \Delta t^2}. \quad (8)$$

La matrice tangente dans (6) contient (i) celle due aux efforts internes $\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{U}}$ qui est classique et (ii) celle due aux efforts externes, $-\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{U}} - \frac{1}{\alpha \Delta t} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{V}}$, plus précisément aux chargements suiveurs, que nous allons détailler dans la suite.

2.2 Chargement suiveur

Considérons une pression p appliquée sur une surface S_p et portée par un vecteur normale unitaire \mathbf{n} , figure 2. Sa puissance virtuelle se décompose comme suit, en notant e un élément courant de S_p :

$$\mathcal{P}_p^* \equiv - \int_{S_p} \mathbf{U}^* \cdot p \mathbf{n} \, dS = \sum_{e \subset S_p} \left(- \int_e \mathbf{U}^* \cdot p \mathbf{n} \, dS \right), \quad (9)$$

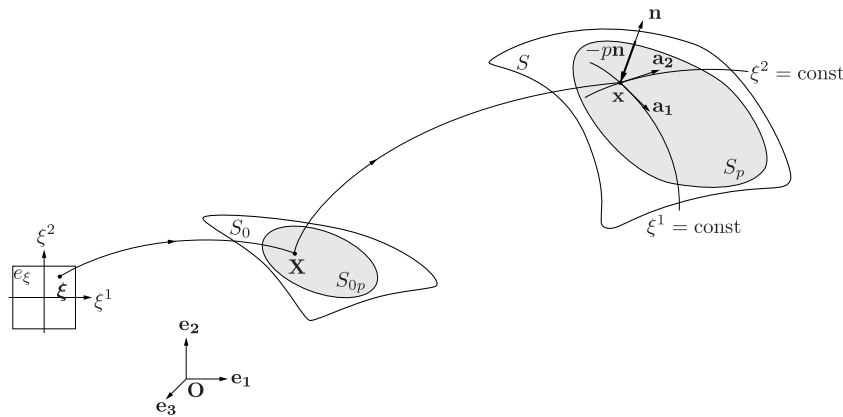


FIGURE 2 – Chargement suiveur dû à la pression.

Nous déduisons que le vecteur force dû à la pression est l'assemblage des vecteurs élémentaires :

$$\Phi_p^e = - \int_e p \mathcal{N}^{eT} \cdot \mathbf{n} dS_e, \quad (10)$$

où \mathcal{N}^e est la matrice d'interpolation de l'élément e . Les matrices tangentes $-\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{U}}$ et $-\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{V}}$ dues aux pressions et figurant dans (6) sont les assemblages des matrices tangentes élémentaires :

$$-\frac{\partial \Phi_p^e}{\partial \mathbf{U}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}} \int_e p \mathcal{N}^{eT} \cdot \mathbf{n} dS_e \quad \text{et} \quad -\frac{\partial \Phi_p^e}{\partial \mathbf{V}^e} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}^e} \int_e p \mathcal{N}^{eT} \cdot \mathbf{n} dS_e, \quad (11)$$

où \mathbf{V}^e sont les vitesses de l'élément e . Les dérivées dans l'expression précédente doivent tenir compte du fait que la normale \mathbf{n} dépend du déplacement \mathbf{U} de la structure, et que la pression p peut dépendre à la fois du déplacement \mathbf{U} et de la vitesse \mathbf{V} . En effet, plusieurs types de pression p sont considérés :

1. la pression à l'intérieur du flotteur, qui peut être :
 - (a) soit uniforme,
 - (b) soit dépendante du volume du flotteur, c'est-à-dire du déplacement \mathbf{U} , *via* la loi de gaz parfait adiabatique $p\Omega^\gamma = \text{const.}$ [1],
2. la pression externe due à l'eau, qui comprend :
 - (a) la pression hydrostatique, qui dépend du déplacement \mathbf{U} ,
 - (b) la pression de traînée, qui dépend du déplacement \mathbf{U} et de la vitesse \mathbf{V} ,
 - (c) et la pression d'impact, qui dépend du déplacement \mathbf{U} et de la vitesse \mathbf{V} .

Les pressions hydrostatique et de traînée sont intégrées de manière analytique au code structure. La pression d'impact est donnée par le code fluide et considérée comme constante par élément pour le calcul des matrices tangentes.

3 Problème fluide

Le fluide est supposé parfait incompressible irrotationnel et il est décrit en formulation eulérienne. La vitesse dans le volume fluide Ω_f est donnée par $\mathbf{v} = \text{grad } \varphi$ où φ est le potentiel. Les équations gou-

vernant le problème fluide sont, $\forall \mathbf{x} \in \Omega_f$:

$$\Delta \varphi = 0, \quad \text{équation de continuité,} \quad (12)$$

$$\frac{p}{\rho_f} + \frac{\mathbf{v}^2}{2} + gz + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad \text{équation de Bernoulli,} \quad (13)$$

où p est la pression dans le fluide. Les conditions aux limites s'écrivent, en notant \mathbf{n}_s et \mathbf{n}_f les vecteurs normaux unitaires extérieurs à la structure et au fluide, respectivement :

$$\varphi = 0, \quad \text{sur la surface libre,} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \text{grad } \varphi(x, t) = \mathbf{0}, \quad \text{condition de décroissance à l'infini,} \quad (15)$$

$$\text{grad } \varphi \cdot \mathbf{n}_f = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \cdot \mathbf{n}_f, \quad \text{continuité de la vitesse normale à l'interface } \Gamma, \Gamma \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_s = -p \mathbf{n}_s, \quad \text{continuité de la contrainte à l'interface } \Gamma. \quad (17)$$

La surface libre est quant à elle décrite par les hypothèses de Von Kàrmàn. Sous ces hypothèses, la surface libre est assimilée à un plan fixe. Le potentiel est décomposé en six potentiels de radiation correspondant aux six mouvements rigides [6] :

$$\varphi = \sum_{i=1}^6 v_i \varphi_i. \quad (18)$$

Chaque potentiel de radiation est alors résolu par la méthode des éléments frontières à l'aide d'une formulation indirecte. Les efforts d'impact sont ensuite calculés par :

$$F_{\text{impact}} = \frac{d(\mathbf{M}_a \mathbf{v})}{dt}, \quad (19)$$

où la matrice masse d'eau ajoutée \mathbf{M}_a est calculée à partir des potentiels de radiation.

Comme la résolution fluide suppose que la structure est rigide et exploite le champ cinématique rigide, il nous est nécessaire de reconstruire un pseudo-tenseur pour décrire la cinématique de la surface mouillée. Ce calcul est effectué par minimisation sur le champ cinématique de la structure déformable.

4 Couplage fluide-structure

Les schémas de couplage pour les problèmes d'interaction fluide-structure font l'objet d'une littérature fournie. Les schémas étudiés reposent sur le principe d'un partitionnement du fluide et de la structure couplé à travers l'interface Γ , par des conditions Neumann-Dirichlet (16)-(17), figure 3. Le fluide impose les efforts à la structure (Neumann) et la structure impose le déplacement de la frontière du fluide (Dirichlet). Dans le cadre de l'aéroélasticité, des schémas partitionnés efficaces ont été proposés [2]. En hydroélasticité, lorsque que l'inertie du fluide devient comparable à celle de la structure, il est nécessaire d'utiliser des schémas itérés [4]. Dans la suite, nous présenterons le schéma partitionné Gauss-Seidel avec plusieurs stratégies de relaxation [5, 4, 7]. La *Conventional Serial Staggered procedure* en est un cas particulier, en limitant le schéma à une itération.

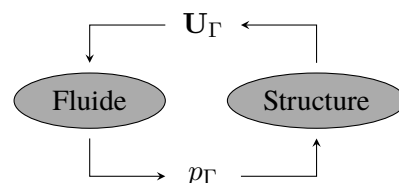


FIGURE 3 – Couplage Neumann-Dirichlet.

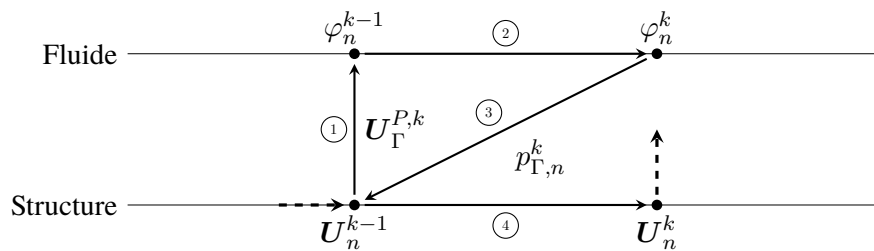


FIGURE 4 – Schéma de couplage partitionné de Gauss-Seidel. Figure d'après [2, 7].

4.1 Schéma partitionné de Gauss-Seidel

De manière synthétique, le problème de couplage s'écrit sous la forme $\mathbf{U}_\Gamma^k = \mathcal{F}(\mathbf{U}_\Gamma^{k-1})$. Le schéma partitionné de Gauss-Seidel est une méthode de type point fixe faisant intervenir séquentiellement les codes fluide et structure. Ce type de méthode est fréquemment utilisé en couplage en raison de la nature du problème. Le plus souvent, le critère d'arrêt utilisé pour arrêter la boucle de couplage est un critère de stagnation sur le déplacement à l'interface entre deux itérations de couplage : $\|\mathbf{U}_\Gamma^k - \mathbf{U}_\Gamma^{k-1}\|$. Le lecteur souhaitant plus d'informations sur ce schéma pourra se référer à [5] ou encore à [7].

L'algorithme de couplage à chaque incrément temporel est représenté en figure 4. Il consiste à réaliser les opérations suivantes :

1. prédire le déplacement de l'interface : $\mathbf{U}_\Gamma^{P,1} = \mathbf{U}_{\Gamma,n-1} + \Delta t \mathbf{V}_{\Gamma,n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{A}_{\Gamma,n-1}$,
2. résoudre le problème fluide,
3. déduire le champ de pression à l'interface $p_{\Gamma,n}^k$,
4. résoudre le problème structure pour obtenir le déplacement \mathbf{U}_n^k ,
5. si convergence sortir de la boucle de couplage, sinon reprendre au point 2 avec $\mathbf{U}_\Gamma^{P,k+1} = \mathbf{U}_\Gamma^k$.

La convergence du schéma partitionné Gauss-Seidel a été étudiée dans [4]. La méthode peut s'avérer suffisante pour des problèmes linéaires où le ratio des inerties fluide-structure est faible. Cependant, en particulier lorsque l'interface Γ comporte de nombreux degrés de liberté, des problèmes d'instabilité peuvent apparaître. Il est alors nécessaire d'améliorer le schéma en guidant la prédiction réalisée au point 5. C'est l'objet du paragraphe suivant.

4.2 Relaxation

Afin d'accélérer la convergence et d'éviter les problèmes d'instabilité, nous utilisons une méthode de relaxation sur la prédiction du déplacement de l'interface. Il s'agit d'utiliser comme nouvelle prédiction une moyenne pondérée de la dernière prédiction et de la solution qu'elle a engendrée. Nous écrivons alors :

$$\mathbf{U}_{\Gamma,n}^{P,k} = \omega_n^k \mathbf{U}_{\Gamma,n}^{k-1} + (1 - \omega_n^k) \mathbf{U}_{\Gamma,n}^{P,k-1}, \quad (20)$$

où le paramètre de pondération ω_n^k est appelé paramètre de relaxation. Le choix d'une valeur appropriée pour ce paramètre permet d'accélérer la convergence du processus itératif. Ce choix est difficile dans la mesure où le paramètre de relaxation n'est *a priori* ni constant dans le temps, ni au fil des itérations. Cependant, il existe des méthodes pour choisir au mieux la valeur du paramètre.

Une première méthode possible consiste à choisir une valeur fixe. Par des études asymptotiques sur des cas simples à une dimension, il est possible de calculer une valeur optimale du paramètre en fonction des masses volumiques du fluide et de la structure avec [4] :

$$\omega_{\text{opt.}} = \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} . \quad (21)$$

Cependant, cette expression n'est plus optimale lorsque le modèle est plus complexe. Pour optimiser la valeur du paramètre de relaxation, une autre approche a été envisagée : utiliser l'accélération Δ^2 de Aitken [3, 5]. Cette méthode permet d'adapter la valeur du paramètre de relaxation en prenant en compte les résultats obtenus précédemment par :

$$\omega_n^{k+1} = -\omega_n^k \frac{\mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1} \cdot (\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k - \mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1})}{\|\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k - \mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1}\|^2} , \quad (22)$$

avec $\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k = \mathbf{U}_{\Gamma,n}^k - \mathbf{U}_{\Gamma,n}^{P,k}$ le vecteur résidu du couplage. La valeur du paramètre au début de l'incrément doit être initialisée. Généralement, elle est prise égale à la dernière valeur acquise du paramètre mais il est possible de prévoir une valeur maximale à l'initialisation pour éviter les problèmes d'instabilité.

Les trois méthodes, sans relaxation, avec relaxation avec paramètre constant et paramètre dynamique, ont été implémentées selon l'algorithme 1.

5 Conclusion

Les méthodes de couplage fluide-structure ont été étudiées pour l'application aux problèmes d'amerrissage d'urgence des hélicoptères. Afin d'améliorer la stabilité, les composantes analytiques de la pression fluide ont été intégrées au code structure (pression hydrostatique et de traînée). Pour décrire correctement les flotteurs, une pression interne dépendant du volume du flotteur, dans le cadre de transformation adiabatique, a également été implémentée.

Nous présenterons les résultats obtenus sur le cas d'un dièdre tombant verticalement dans l'eau. Les différents schémas présentés seront comparés. Ensuite, nous confronterons le code à des résultats expérimentaux sur le cas d'une structure membranaire sphérique pressurisée.

Algorithme 1 : Résolution du problème couplé – Schéma partitionné GAUSS-SEIDEL avec relaxation

Lire les données de la structure et du fluide

Lire les données pour le couplage : maximum d'itération, tolérance, relaxation

Initialisation de la boucle des incréments— Structure : à $t_0 = 0$, $\mathbf{U}_0 = \mathbf{0}$, lire \mathbf{V}_0 , calculer \mathbf{A}_0 — Fluide : $\mathbf{M}_a = \mathbf{0}$ **Boucle des incréments n** **Initialisation de la boucle de couplage**— Prédiction des déplacements de l'interface : $\mathbf{U}_{\Gamma,n}^1 = \mathbf{U}_{\Gamma,n-1} + \Delta t \mathbf{V}_{\Gamma,n-1} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{A}_{\Gamma,n-1}$ — Si *relaxation dynamique* alors initialiser le paramètre de relaxation : $\omega_n^1 = \min(\omega_{n-1}, \omega_{\max})$ — Initialiser le compteur des itérations de couplage : $k = 0$ **Boucle de couplage k** Incrémenter le compteur $k = k + 1$ Relaxer les déplacements de l'interface : $\mathbf{U}_{\Gamma,n}^k = \omega_n^k \mathbf{U}_{\Gamma,n} + (1 - \omega_n^k) \mathbf{U}_{\Gamma,n}^{k-1}$

Calculer les vitesses et les accélérations à l'interface :

$$\mathbf{V}_{\Gamma,n}^k = \frac{1}{\alpha \Delta t} (\mathbf{U}_{\Gamma,n}^k - \mathbf{U}_{\Gamma,n-1}) + \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \mathbf{V}_{\Gamma,n-1} + \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \Delta t \mathbf{A}_{\Gamma,n-1}$$

$$\mathbf{A}_{\Gamma,n}^k = \frac{1}{\alpha \beta \Delta t^2} (\mathbf{U}_{\Gamma,n}^k - \mathbf{U}_{\Gamma,n-1}) - \frac{1}{\alpha \beta \Delta t} \mathbf{V}_{\Gamma,n-1} + \left(1 - \frac{1}{2\alpha\beta}\right) \mathbf{A}_{\Gamma,n-1}$$

Actualisation du maillage fluide. Calculer la pression élémentaire d'impact $\mathbf{p}_{\text{impact},n}^e$ en appelant le solveur fluide.**Initialisation de la boucle des itérations**

$$\text{— Prédire : } \begin{cases} \mathbf{U}_n^0 = \mathbf{U}_{n-1} + \Delta t \mathbf{V}_{n-1} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{A}_{n-1} \\ \mathbf{V}_n^0 = \mathbf{V}_{n-1} + \Delta t \mathbf{A}_{n-1} \\ \mathbf{A}_n^0 = \mathbf{A}_{n-1} \end{cases}$$

— Initialiser le compteur des itérations : $i = 0$ **Boucle des itérations** Résolution de \mathbf{U}_n sous le chargement $\mathbf{p}_{\text{impact},n}^e$ Mettre à jour : $\mathbf{U}_{\Gamma,n} = \mathbf{U}_{\Gamma,n}^i$ Calculer le résidu de couplage : $\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k = \mathbf{U}_{\Gamma,n} - \mathbf{U}_{\Gamma,n}^k$ Calcul du critère de convergence : $\frac{\|\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k\|}{\|\mathbf{U}_{\Gamma,n}^k\|}$ **Si le critère est inférieur à la tolérance alors**

| Sauvegarder les matrices élémentaires masse d'eau ajoutée

| **Sortir de la boucle de couplage****Fin****Si $k > 1$ et relaxation dynamique alors**

$$\text{— Actualiser le paramètre de relaxation : } \omega_n^{k+1} = -\omega_n^k \frac{\mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1} \cdot (\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k - \mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1})}{\|\mathbf{R}_{\text{couplage}}^k - \mathbf{R}_{\text{couplage}}^{k-1}\|^2}$$

sinon

$$\text{— } \omega_n^{k+1} = \omega_n^k$$

Fin**Fin de la boucle de couplage**Mettre à jour $\mathbf{U}_n, \mathbf{V}_n, \mathbf{A}_n$ **Fin de la boucle des incréments**

Références

- [1] J. Bonet, R.D. Wood, J. Mahaney, P. Heywood, Finite element analysis of air supported membrane structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 (2000) 579-595.
- [2] C. Farhat, M. Lesoinne, Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 182 (2000) 499–515.
- [3] B.M. Irons, R.C. Tuck, A version of the Aitken accelerator for computer iteration, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1 (1969) 275-277.
- [4] M. Joosten, W. Dettmer, D. Perić, Analysis of the block Gauss-Seidel solution procedure for a strongly coupled model problem with reference to fluid-structure interaction, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 78 (2009) 757–778.
- [5] U. Küttler, W.A. Wall, Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation, *Computational Mechanics*, 43 (2008) 61-72.
- [6] T. Sauder, S. Fouques, Theoretical study of the water entry of a body in waves. Application to safety of occupants in free-fall lifeboats, *Proceedings of 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 2009.
- [7] C. Wood, A.J. Gil, O. Hassan, J. Bonet, Partitioned block-Gauss–Seidel coupling for dynamic fluid–structure interaction, *Computers and Structures*, 88 (2010) 1367–1382.