

Instabilités thermique et d'interface d'un système à deux couches confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation

M. ECHCHADLI^a, S. ANISS^a

a. University of Hassan II, Faculty of Sciences Aïn-Chock, Laboratory of Mechanic, B.P.5366 Mâarif, Casablanca
mourad.echchadli@gmail.com
saniss@hotmail.com

Résumé :

Nous présentons une étude sur l'instabilité thermique de deux couches fluides miscibles de densités et de viscosités différentes, confinées dans une cellule de Hele Shaw annulaire en rotation uniforme autour de son axe et soumise à un gradient de température radial. Le fluide le plus dense est situé à l'extérieur de la cellule et le moins dense à l'intérieur. L'analyse de stabilité linéaire montre que le début de la convection peut être stationnaire ou oscillatoire en fonction du nombre de flottabilité B , rapport entre l'anomalie de densité chimique stabilisante et l'effet thermique déstabilisateur : lorsque B est inférieur à une valeur critique (fonction de la courbure de la cellule, du rapport des viscosités, du rapport des épaisseurs et des forces de Coriolis à travers le nombre d'Ekman), la convection est oscillante (convection monocellulaire sur toute la profondeur de la cellule à deux couches). Lorsque B est supérieur à cette valeur critique, la convection est stratifiée (convection séparé dans chacune des deux couches). Nous avons étudié l'effet des forces de Coriolis sur les deux régimes de convection. Ces forces ont un effet stabilisant et font aussi élargir la zone de la convection oscillante.

Mots clefs : Système à deux couches fluides miscibles ; Nombre de flottabilité ; Cellule de Hele Shaw ; Forces de Coriolis

1 Introduction

Plusieurs travaux ont été consacrés à la convection libre générée par des forces centrifuges dans un fluide homogène. La convection thermique générée par les forces centrifuges dans un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux maintenus à des températures différentes, en absence de la pesanteur, a été étudiée dans [1, 2, 3]. Dans ces travaux, différents modèles ont été étudiés pour comprendre les instabilités atmosphériques. Cette configuration, dans laquelle le gradient de température, résultant des conditions aux limites imposées sur les deux cylindres, est colinéaire aux forces centrifuges, a été également étudiée dans le cas d'un fluide saturant une couche poreuse en rotation placée à une distance positive quelconque de l'axe de rotation en présence de la gravité [4]. Dans cette étude, les effets de la gravité et des forces centrifuges ont été étudiés analytiquement en négligeant les forces de Coriolis. L'effet des forces de Coriolis a été étudié par la suite dans la référence [5]. Ramezani et *al.* [6] ont étudié le problème de stabilité d'une couche fluide homogène confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation

uniforme autour de son axe et soumise à un gradient de température radial. Dans ce travail, Ramezani et *al.* [6] ont étudié l'effet des forces de Coriolis et du paramètre de courbure sur le seuil de convection stationnaire en absence de pesanteur. Ils ont montré que les forces de Coriolis et le paramètre de courbure ont un effet stabilisant. Plus tard, Govender [7] a étudié l'effet des forces de Coriolis sur la stabilité d'une couche poreuse anisotrope en rotation. Il a donné une estimation du nombre de Rayleigh critique correspondant au seuil de convection en présence d'une anisotropie thermique et mécanique.

Dans cette étude, nous effectuons une analyse de stabilité linéaire d'un système, constitué de deux couches fluides miscibles confinées dans une cellule Hele-Shaw annulaire en rotation, et soumis à un gradient de température radial. Cette configuration a été utilisée par Ramezani et *al.* [6] et par Souhar et *al.* [6, 8] pour effectuer une étude de stabilité linéaire de la convection thermique et par plusieurs auteurs pour étudier l'instabilité interfaciale de deux couches fluides non miscibles [9, 10]. Dans ces travaux, l'analyse s'est concentrée, par exemple, sur l'effet des forces de Coriolis et du paramètre de courbure sur les seuils de convection et d'interface respectivement.

2 Position du problème-Équations de conservation

2.1 Configuration étudiée

Nous considérons un système composé de deux couches fluides de viscosités respectives μ_1 et μ_2 , de densités ρ_{1o} et ρ_{2o} , confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire laquelle effectue un mouvement de rotation autour de son axe, figure 1. La vitesse angulaire de rotation étant $\Omega = \Omega \mathbf{k}$. Les parois horizontales situées en $z = \pm \frac{e}{2}$ sont supposées parfaitement adiabatiques. Nous désignons respectivement par R_1 et R_2 les rayons extérieur et intérieur de la cellule, figure 1. Le système est soumis à un gradient de température en imposant les températures T_{ext}^* en $r = R_1$ et T_{int}^* en $r = R_2$ avec $T_{ext}^* > T_{int}^*$. Le rapport d'aspect géométrique de la cellule, $\epsilon = \frac{e}{R_1 - R_2}$, est supposé très petit devant l'unité et le paramètre de courbure sera désigné par $\delta = \frac{R_1 - R_2}{R_2}$. Nous négligeons la pesanteur en considérant $g \ll \Omega^2(R_1 - R_2)$.

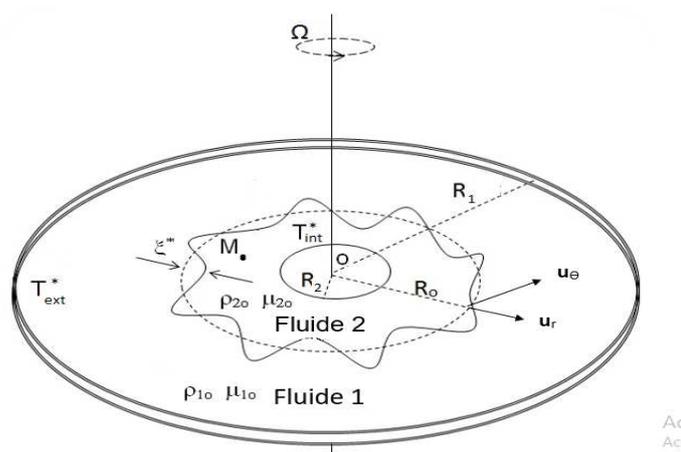


FIGURE 1 — Système à deux couches fluides confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation et en présence d'un gradient de température, $T_{ext}^* > T_{int}^*$.

2.2 Équations de conservation

Dans le repère relatif, $(O, \mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{k})$ lié à la cellule, les équations de conservation au voisinage du seuil de convection en approximation de Boussinesq s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_i^* = 0 \quad (1)$$

$$\rho_i \left(\frac{\partial \mathbf{V}_i^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}_i^* \cdot \nabla \mathbf{V}_i^* \right) = -\nabla p_i^* + \mu_i \Delta \mathbf{V}_i^* - \rho_i \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{OM}) - 2 \rho_i \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V}_i^* \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_i^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}_i^* \cdot \nabla T_i^* = \kappa_i \Delta T_i^* \quad (3)$$

Nous notons la vitesse relative par $\mathbf{V}_i^* = (u_i^*, v_i^*, w_i^*)$ ($i = 1$ ou 2 selon le fluide considéré). La pression de chaque fluide est notée par p_i^* . La densité, la viscosité dynamique et la diffusivité thermique sont notées respectivement par ρ_i , μ_i et κ_i . Dans une approximation du premier ordre, l'équation d'état pour chaque fluide s'écrit :

$$\rho_i(T^*) = \rho_{io}(1 - \beta_i(T^* - T_o^*)) \quad (4)$$

où β_i est le coefficient de dilatation thermique de chaque fluide.

2.3 Analyse dimensionnelle

Dans la suite de ce travail, on considérera le cas où les deux fluides sont de même diffusivité thermique et de même coefficient de dilatation thermique : $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ et $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Nous effectuons une analyse dimensionnelle en faisant apparaître le rapport d'aspect de la cellule, $\varepsilon = \frac{e}{R_1 - R_2}$ en adimensionnant le temps par $\frac{(R_1 - R_2)^2}{\kappa}$, la coordonnée z^* par e , le champ de vitesse $\mathbf{V}_i(u_i, v_i, w_i)$ par $(\frac{\kappa}{R_1 - R_2}, \frac{\kappa}{R_1 - R_2}, \frac{\varepsilon \kappa}{R_1 - R_2})$, la pression par $\frac{\rho_{2o} \nu_{2\kappa}}{e^2}$ et la température par $(T_{ext}^* - T_{int}^*)$ [6]. Nous introduisons aussi le changement de variable, $r = \frac{r^* - R_2}{R_1 - R_2}$. Avec ces considérations, le système d'équations (1)-(3), correspondant à la perturbation de l'équilibre s'écrit, sous forme adimensionnelle, de la forme suivante :

$$\frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\delta}{1 + \delta r} u_i + \frac{\delta}{1 + \delta r} \frac{\partial v_i}{\partial \theta} + \frac{\partial w_i}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\varepsilon^2 P r^{-1} \frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \frac{\partial p_i}{\partial r} + \frac{2}{E} v_i - Ra \frac{1 + \delta r}{\delta} T_i + \frac{\nu_i}{\nu_2} \left[\frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \varepsilon^2 \left(\Delta_2 u_i + \left(\frac{\delta}{1 + \delta r} \right)^2 \left(-2 \frac{\partial v_i}{\partial \theta} - u_i \right) \right) \right] \quad (6)$$

$$\varepsilon^2 P r^{-1} \frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \frac{\delta}{1 + \delta r} \frac{\partial p_i}{\partial \theta} - \frac{2}{E} u_i + \frac{\nu_i}{\nu_2} \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial z^2} + \varepsilon^2 \left(\Delta_2 v_i + \left(\frac{\delta}{1 + \delta r} \right)^2 \left(2 \frac{\partial u_i}{\partial r} - v_i \right) \right) \right] \quad (7)$$

$$\varepsilon^4 P r^{-1} \frac{\partial w_i}{\partial t} = -\frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \frac{\partial p_i}{\partial z} + \varepsilon^4 \frac{\nu_i}{\nu_2} \Delta_2 w_i + \varepsilon^2 \frac{\nu_i}{\nu_2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial z^2} \quad (8)$$

$$\varepsilon^2 \left[\frac{\partial T_i}{\partial t} + \frac{1}{\ln(\delta + 1)} \frac{\delta}{1 + \delta r} u_i \right] = \varepsilon^2 \Delta_2 T_i + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} \quad (9)$$

où $\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\delta}{1+\delta r} \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{\delta}{1+\delta r}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$, $Ra = \frac{\beta \Omega^2 R_2 (T_{ext}^* - T_{int}^*) \Delta R^3}{\nu_2 \kappa} \varepsilon^2 \delta$ est le nombre de Rayleigh de la cellule, $E = \frac{\nu_2}{\Omega \varepsilon^2}$ est le nombre d'Ekman, $Pr = \frac{\nu_2}{\kappa}$ est le nombre de Prandtl et $\delta = \frac{R_1 - R_2}{R_2}$ est le paramètre de courbure de la cellule.

2.4 Approximation de Hele-Shaw

Nous considérons dans cette étude la situation où $Pr \simeq 1$ ou $Pr \gg 1$, les termes inertiels sont négligés des équations de mouvement (6)-(8). On désigne par la solution du système (5)-(9) au premier ordre. On montre que la pression est indépendante de z . En utilisant les conditions d'adiabaticité en, on montre que T_{oi} est aussi indépendante de z . Si l'on introduit les expressions des dans l'équation de continuité et l'on intègre cette équation par rapport à z , On obtient :

$$\frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \Delta_2 p_{io} = -Ra \left[2T_{io} + \frac{1 + \delta r}{\delta} \frac{\partial T_{io}}{\partial r} - F(\Gamma_i) \frac{\partial T_{io}}{\partial \theta} \right] \quad (10)$$

où

$$F(\Gamma_i) = \frac{M_{i1}}{M_{i2}}$$

$$M_{i1} = \frac{\nu_2}{\nu_i} \frac{1}{2\Gamma_i^2} \left[-1 + \frac{\sin(\frac{\Gamma_i}{2}) \cos(\frac{\Gamma_i}{2}) + \sinh(\frac{\Gamma_i}{2}) \cosh(\frac{\Gamma_i}{2})}{\Gamma_i (\coth^2(\frac{\Gamma_i}{2}) - \sinh^2(\frac{\Gamma_i}{2}))} \right]$$

$$M_{i2} = \frac{\nu_2}{\nu_i} \frac{1}{2\Gamma_i^3} \left[\frac{\sin(\frac{\Gamma_i}{2}) \cos(\frac{\Gamma_i}{2}) - \sinh(\frac{\Gamma_i}{2}) \cosh(\frac{\Gamma_i}{2})}{(\cosh^2(\frac{\Gamma_i}{2}) - \sinh^2(\frac{\Gamma_i}{2}))} \right]$$

L'équation d'énergie ne peut être couplée aux équation de mouvement, nous exploitons à l'ordre ε^2 et nous moyennons par rapport à la variable z pour obtenir :

$$\Delta_2 T_{io} - \frac{\partial T_{io}}{\partial t} - M_{i2} \frac{Ra}{\ln(1+\delta)} T_{io} = \frac{1}{\ln(1+\delta)} \frac{\delta}{1+\delta r} \left[M_{i1} \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \frac{\partial p_{io}}{\partial \theta} + M_{i2} \frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} \frac{\partial p_{io}}{\partial r} \right] \quad (11)$$

Par la suite la solution de notre problème, (10) et (11), sont cherchées en modes normaux :

$$P_{io} = f_i(r) \exp(im\theta + st) , \quad T_{io} = g_i(r) \exp(im\theta + st) \quad (12)$$

Où m est un nombre d'onde azimutale qui est ici un entier naturel et $s = \sigma + i\omega$. Ensuite, par souci de simplification des conditions aux limites, nous introduisons le changement de variable suivant [6] :

$$\Lambda_i(r) = im \frac{\rho_{1o}}{\rho_{io}} M_{i1} f_i + \frac{1 + \delta r}{\delta} \frac{\rho_{1o}}{\rho_{io}} M_{i2} \frac{df_i}{dr} \quad (13)$$

Nous obtenons le système suivant pour chaque fluide ($i = 1, 2$) :

$$D_m(g_i) - \frac{Ra M_{i2}}{\ln(1+\delta)} g_i = -\frac{\delta^2}{(1+\delta r)^2} \frac{\Lambda_i}{\ln(1+\delta)} + s g_i \quad (14)$$

$$\frac{\rho_{2o}}{\rho_{io}} D_m(\Lambda_i) = \frac{(1+\delta r)^2}{\delta^2} M_{i2} Ra \frac{d^2 g_i}{dr^2} - \frac{4M_{i2}^2 + m^2 M_{i1}^2}{M_{i2}} Ra g_i - 5Ra M_{i2} \frac{1+\delta r}{\delta} \frac{dg_i}{dr} \quad (15)$$

L'opérateur D_m est défini par $D_m = \frac{d^2}{dr^2} + \left(\frac{\delta}{1+\delta r}\right) \frac{d}{dr} - m^2 \left(\frac{\delta}{1+\delta r}\right)^2$. Le système ci-dessus est maintenant associé aux conditions aux limites et aux conditions d'interface :

(i) Condition d'imperméabilité aux frontières extérieure et intérieure :

$$\Lambda_1|_{r=1} = \Lambda_2|_{r=0} = 0 \quad (16)$$

(ii) Conditions thermiques aux frontières :

$$g_1|_{r=1} = g_2|_{r=0} = 0 \quad (17)$$

(iii) Continuité des composantes radiales de la vitesse à l'interface :

$$\left(\frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_1 + Ra M_{12} \frac{1+\delta r}{\delta} g_1 \right)_{r=1-a} = \left(\frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_2 + Ra M_{22} \frac{1+\delta r}{\delta} g_2 \right)_{r=1-a} \quad (18)$$

(iv) Continuité des contraintes normales à l'interface :

$$\begin{aligned} m^2 R_s \left(\frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_1 + M_{12} \frac{1+\delta r}{\delta} Ra g_1 \right)_{r=1-a} &= im \left(\frac{M_{11}}{M_{12}^2 + M_{11}^2} \frac{\rho_{1o}}{\rho_{2o}} \Lambda_1 - \frac{M_{21}}{M_{22}^2 + M_{21}^2} \Lambda_2 \right)_{r=1-a} \\ &- \frac{1+\delta r}{\delta} \left(\frac{M_{12}}{M_{12}^2 + M_{11}^2} \frac{\rho_{1o}}{\rho_{2o}} \frac{d\Lambda_1}{dr} - \frac{M_{22}}{M_{22}^2 + M_{21}^2} \frac{d\Lambda_2}{dr} \right)_{r=1-a} + \\ Ra \left(\frac{1+\delta r}{\delta} \right)^2 \left(\frac{M_{12}}{M_{12}^2 + M_{11}^2} (im M_{11} - 2M_{12}) \frac{\rho_{1o}}{\rho_{2o}} g_1 - \frac{M_{22}}{M_{22}^2 + M_{21}^2} (im M_{21} - 2M_{22}) g_2 \right)_{r=1-a} &- \\ Ra \left(\frac{1+\delta r}{\delta} \right)^3 \left(\frac{M_{12}^2}{M_{12}^2 + M_{11}^2} \frac{\rho_{1o}}{\rho_{2o}} \frac{dg_1}{dr} - \frac{M_{22}^2}{M_{22}^2 + M_{21}^2} \frac{dg_2}{dr} \right)_{r=1-a} & \end{aligned} \quad (19)$$

où $R_s = \frac{(\rho_{1o} - \rho_{2o}) \Omega^2 R_o (R_2 - R_1) e^2}{\rho_{2o} \nu_2 \kappa_2}$ est le nombre de Rayleigh basé sur la différence des densités.

(v) Continuité des températures :

$$g_1|_{r=1-a} = g_2|_{r=1-a} \quad (20)$$

(vi) Continuité des flux de chaleur :

$$\frac{dg_1}{dr} |_{r=1-a} = \frac{dg_2}{dr} |_{r=1-a} \quad (21)$$

2.5 Méthode numérique de résolution

Le problème aux valeurs propres (14)-(21) n'admet pas de solution analytique de manière générale ; il convient donc d'employer une méthode numérique pour le résoudre. Nous utiliserons dans ce travail une méthode spectrale qui consiste à décomposer les champs inconnus en séries de polynômes de Chebyshev puis à projeter les équations sur ces mêmes polynômes pondérés de manière adéquate [12, 13].

3 Analyse des résultats

3.1 Validation du code numérique

Dans un premier temps, nous validons notre code numérique pour le cas d'une seule couche fluide, en considérant que les deux couches ont les mêmes propriétés physiques (densités égales et viscosités

dynamiques égales) et que le rayon de courbure est très faible, $\delta = \frac{R_1 - R_2}{R_2} = 0.1$. Le seuil de convection dans ce cas est stationnaire, $\sigma = 0$ et $\omega = 0$, nous obtenons la courbe déterminée dans la référence [6] pour $\gamma = 1$, représentant le nombre de Rayleigh critique en fonction de l'inverse du nombre d'Ekman (voir figure 2). Nous rappelons que le nombre d'Ekman représente le rapport entre les effets visqueux au

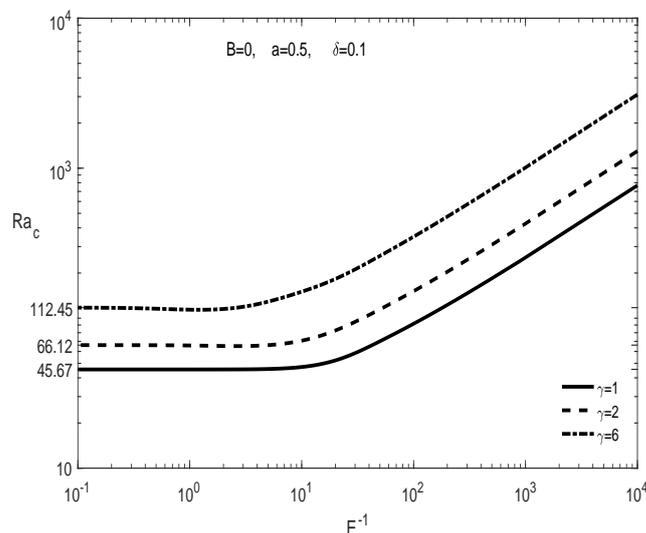


FIGURE 2 — Évolution du nombre de Rayleigh critique, Ra_c , en fonction de l'inverse du nombre d'Ekman, E^{-1} , pour $\delta = 0.1$ et pour différentes valeurs du rapport de viscosité, dans le cas où il n'y a pas de saut de densité ($B = 0$)[6].

sein du fluide intérieur (couche 2) et les effets inertiels de rotation. Pour de grands nombres d'Ekman, effets visqueux dominants par rapport aux effets de rotation, le seuil de convection ne dépend pas du nombre d'Ekman et le nombre de Rayleigh critique est exactement celui obtenu dans la référence $Ra_c = 45.67$ ($\gamma = 1$ et $\delta = 0.1$). Il commence à dépendre de celui-ci qu'à partir d'une certaine valeur. Ainsi, le nombre de Rayleigh critique augmente avec l'inverse du nombre d'Ekman et les forces de Coriolis représentées par l'inverse du nombre d'Ekman ont un effet stabilisant à partir d'une valeur critique $E = 0.1$. La figure 2 montre bien que l'augmentation du rapport de viscosité (augmentation de la viscosité du fluide extérieur par rapport à celle du fluide intérieur) a un effet stabilisant qui est traduit par une translation des courbes vers le haut. Aussi, la valeur du nombre d'Ekman à partir de laquelle, l'effet des forces de Coriolis commence à avoir lieu, diminue avec γ . En effet ces valeurs sont $E = 0.1$, $E = 0.16$ et $E = 0.45$ pour $\gamma = 1$, $\gamma = 2$ et $\gamma = 6$ respectivement.

3.2 Effet des forces de Coriolis

Nous présentons sur les figures (3, 4), la variation du nombre de Rayleigh critique et celle de la fréquence adimensionnelle en fonction du nombre de flottabilité, B , dans le cas d'un système, à deux couches fluides horizontales confinées en cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation (présence des forces centrifuges), soumis à un gradient de température, pour un rapport de courbure égal à $\delta = 0.1$. L'interface est située au milieu, $a = 0.5$. Deux rapports de viscosité sont considérés, $\gamma = 1$ et $\gamma = 6$. Dans chaque courbe, il y a deux régimes différents.

(i) **Régime stratifié** : ce régime se produit lorsque le nombre de flottabilité, B , est supérieur à une valeur critique B_c . Dans ce régime, la valeur de s est considéré égal à zéro, puis selon la condition cinématique, la vitesse de l'interface est égale à zéro. Par conséquent, l'interface reste à sa position d'équilibre, $\xi = 0$, et la convection se développe au-dessus et au-dessous de l'interface. Au-delà de B_c , le nombre critique de

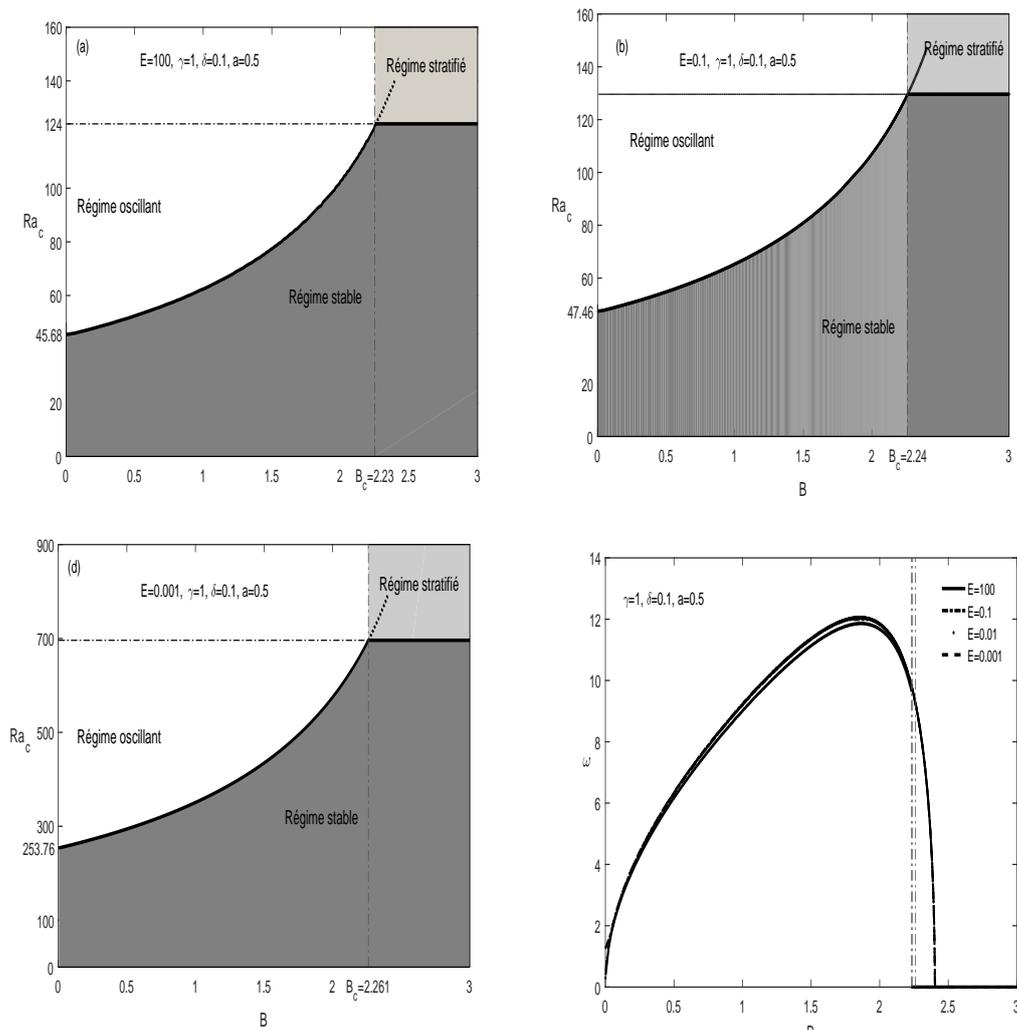


FIGURE 3 — Nombre de Rayleigh critique en fonction du nombre de flottabilité, B , pour un paramètre de courbure $\delta = 0.1$, un rapport de viscosité, $\gamma = 1$, et pour différents nombres d'Ekman.

Rayleigh ne dépend plus de B et avec l'augmentation du rapport des viscosités, $\gamma = \nu_1/\nu_2$, le nombre de flottabilité critique diminue et la zone du régime stratifié se rétrécit, mais le nombre de Rayleigh critique de la convection stratifiée augmente avec γ .

(ii) **régime oscillant** : Pour B inférieur à B_c , le nombre de Rayleigh critique dépend de B . La vitesse verticale est maximale à l'interface et la pulsation, la partie imaginaire de s , ω , est non nul ; l'interface se déforme et les mouvements oscillatoires se développent sur toute la hauteur de la cellule. Ici, la région oscillatoire se rétrécit en augmentant le rapport des viscosités, $\gamma = \nu_1/\nu_2$. En effet, les courbes séparant les régions stables et instables subissent des translations vers le haut. Cet effet est accompagné d'une légère augmentation du nombre de flottabilité B . L'écart entre le nombre de Rayleigh correspondant au régime stratifié et celui correspondant à $B = 0$ (Régime de couche entière) augmente fortement avec le nombre d'Ekman, ce qui se traduit par un élargissement notable de la région de la convection oscillante. Cet effet est remarqué pour $\gamma = 1$ et pour $\gamma = 6$. En résumé, pour $\delta = 0.1$, autant l'effet de l'augmentation de γ rétrécit la zone de la convection oscillante, 3 (a) et 4 (a), autant l'effet des force de Coriolis fait élargir cette zone de convection oscillante. En ce qui concerne la fréquence temporelle du régime oscillant, les figures (3,4)(d) montrent que l'effet du nombre d'Ekman a lieu pour $\gamma = 6$ et non pour $\gamma = 1$. Pour $\gamma = 6$, le maximum de la fréquence adimensionnelle augmente quand le nombre

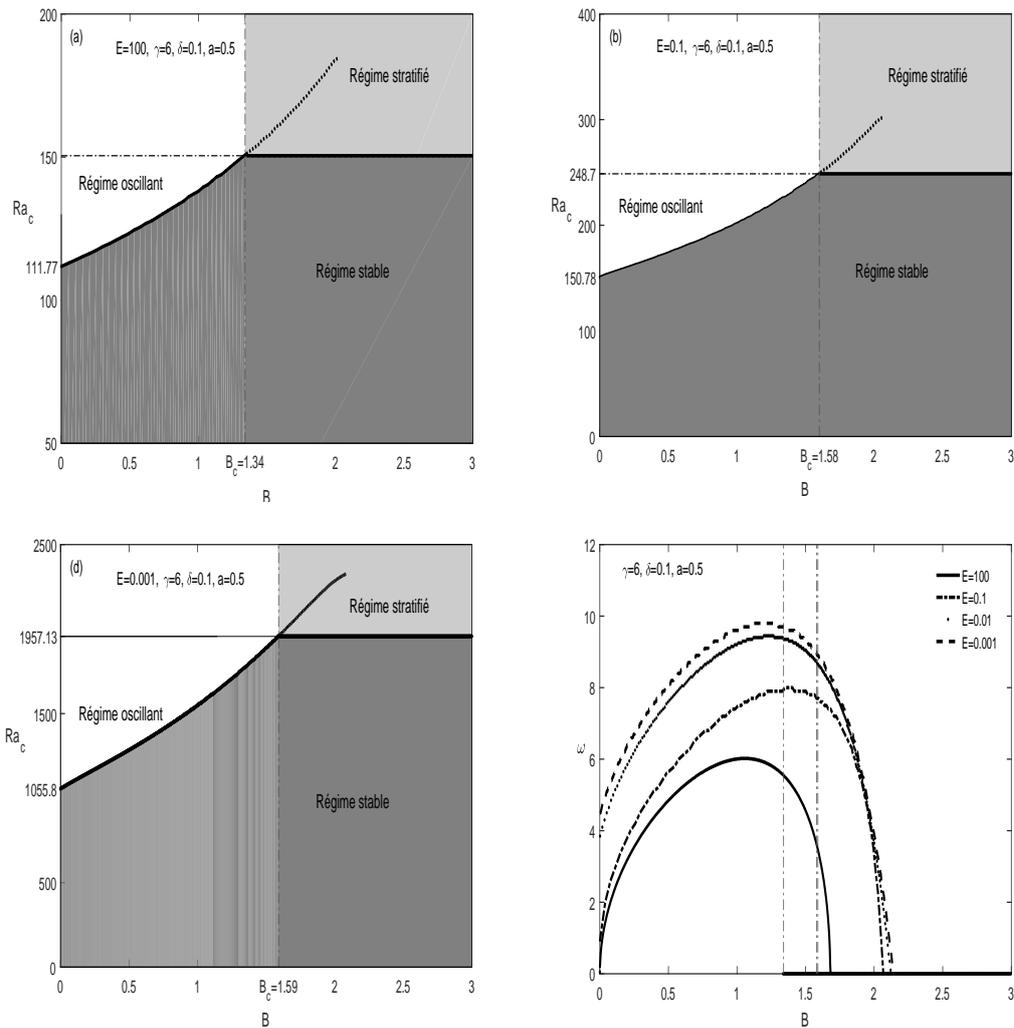


FIGURE 4 – Nombre de Rayleigh critique en fonction du nombre de flottabilité pour une valeur fixé du rapport de viscosité, $\gamma = 6$, et pour différentes valeurs du nombre d'Ekman, dans le cas $\delta = 0.1$.

d'Ekman, E , diminue alors que le nombre de flottabilité au delà duquel la fréquence temporelle est nulle augmente faiblement avec la diminution de E .

4 Conclusion

Dans ce travail, nous avons effectué une étude de stabilité linéaire d'un système, à deux couches fluides miscibles, confiné dans une cellule de Hele Shaw annulaire, horizontale et effectuant un mouvement de rotation uniforme. Le système est soumis à un gradient de température radial. La formulation linéaire du problème et l'approximation de Hele Shaw sont effectuées, dans le cas où $Pr = O(1)$ ou $Pr \gg 1$, pour rester dans les hypothèses de la référence [11]. Les équations de conservation linéaires, correspondant à la perturbation au voisinage de l'équilibre, sont écrites pour chaque couche fluide. Ces équations de conservation sont associées à des conditions aux limites sur les parois intérieure et extérieure ainsi qu'aux conditions aux limites à l'interface. Une fois les modes normaux utilisés, la résolution numérique du système d'équations obtenu a été effectuée en utilisant les méthodes spectrales de collocation de Chebyshev [12, 13, 14] qui permettent d'obtenir une formulation matricielle du problème de stabilité linéaire. Le code a été validé en reprenant le travail de la référence [6] où l'on a étudié la stabilité

thermique dans une seule couche.

A travers les résultats numériques, nous avons montré que les forces centrifuges donnent existence aux régimes de convection oscillant et stratifié stationnaire. Par la suite, nous avons étudié l'effet des forces de Coriolis, en prenant des valeurs très faibles du nombre d'Ekman. Ces forces de Coriolis font subir aux courbes, séparant les régions stables et instables (nombre de Rayleigh critique en fonction du nombre de flottabilité) une translation vers le haut. Ces forces ont ainsi un effet stabilisant et font aussi élargir la zone de convection oscillante.

Références

- [1] F. H. Busse, Asymptotic theory of convection in a rotating cylindrical annulus, *J. Fluid Mech.*, **173**, (1986) 545-556 .
- [2] J. Hermann, F. H. Busse, Convection in a rotating cylindrical annulus, Part 4. Modulations and transition to chaos at low Prandtl numbers, *J. Fluid Mech.* **350**, (1997) 209-229 .
- [3] J. Hermann , F. H. Busse , Stationary and time dependant convection in the rotating cylindrical annulus with modulated height, *Phys. Fluids*, **10** (7) (1998) 1611-1620 .
- [4] P. Vadasz and S. Govender , Stability and stationary convection induced by gravity and centrifugal forces in a rotating porous layer distant from the axis of rotation, *I. J. of Engineering Sciences*, 39, (2001) 715-732.
- [5] P. Vadasz , Fundamentals of thermal convection in rotating porous media, *Proceedings of twelfth International Heat Transfer Conference, Heat Transfer, Editions scientifiques et médicales Elsevier*, (2002).
- [6] S. Ramezani, M. Souhar et S. Aniss, Effets des forces de Coriolis sur le seuil convectif stationnaire d'une couche liquide confinée en cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation, *Comptes Rendus Mécanique*, 330 (9), (2002) 633-640.
- [7] S. Govender , Coriolis effect on the stability of centrifugally driven convection in a rotating anisotropic porous layer subjected to gravity, *Transp Porous Medea*, **67**, (2007) 219-227.
- [8] K. Souhar et S. Aniss Effect of Coriolis force on the thermosolutal convection threshold in a rotating annular Hele-Shaw cell. *Heat Mass Transfer*, **48**, (2012) 175-182.
- [9] H. Gadelha, N. Brito, J. A. Miranda, dynamics of viscous fingers in rotating Hele-Shaw cells with Coriolis effacs, *Phys. Rev. E***75**, 016305 (2007) 1-9.
- [10] J. A. Miranda, H. Gadelha, A. T. Dorsey, Coriolis effects on rotating Hele-Shaw flows : A conformal-mapping approach, *Phys. Rev. E* **56**, 066306, (2010) 1-10
- [11] M. Le Bars, A. Davaille, Stability of thermal convection in two superimposed miscible viscous fluids, *J. Fluid Mech*, **471**, (2002) 339-363.
- [12] L. N. Trefethen, *Spectral methods in Matlab*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia (2000).
- [13] A. C. Weideman, S. C. Reddy, A MATLAB differentiation matrix suite, *ACM Transactions on mathematical software*. **26**, Issue 4, (2000) 465-519 .
- [14] E. Talib, A. Juel. "Instability of a viscous interface under horizontal oscillation", *Physics. Fluids*. **19**, (2007).