

# Instabilité dans les écoulements granulaires ségrévés

U. D'ORTONA<sup>a</sup> et N. THOMAS<sup>b</sup>

a. M2P2, Aix-Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, umberto.d-ortona@univ-amu.fr

b. IUSTI, Aix-Marseille Univ, CNRS, nathalie.thomas@univ-amu.fr

## Résumé :

*L'écoulement sur plan incliné d'un milieu granulaire sec constitué de deux types de particules est étudié. Les particules présentent un rapport de taille et de densité (les grandes particules sont plus denses). Pour un système initialement bi-couche (particules denses en surface), une instabilité de Rayleigh-Taylor se développe pendant l'écoulement. Dans le cas d'un système initialement homogène, la ségrégation va induire la formation d'une couche de particules grandes et denses à la surface qui se déstabilisera dans un second temps. Dans les deux cas, l'écoulement granulaire converge vers un système de bandes alternées avec des cellules de recirculation analogues aux cellules de convection de Rayleigh-Bénard.*

## Abstract :

*Dry granular flow made of two types of particle over a rough incline is studied. Particles have a size and a density ratio (large particles are denser). When the system is initially made of two layers (dense particles above), a Rayleigh-Taylor instability develops during the flow. In the case of an initially homogeneous system, the granular segregation will lead to the formation of a layer of dense and large particles at the surface which will destabilise in a second time. For both cases, the granular flow evolves toward a pattern of alternating bands with recirculation cells analogous to Rayleigh-Bénard convection cells.*

**Mots clés : Instabilité de Rayleigh-Taylor, Instabilité de Rayleigh-Bénard, Écoulements granulaires secs, Ségrégation granulaire**

## 1 Introduction

L'instabilité de Rayleigh-Taylor est l'une des instabilités les plus étudiées en mécanique des fluides. Elle se produit lorsque l'on place un fluide dense au dessus d'un fluide moins dense [1, 2]. On la retrouve dans des domaines très variés comme l'explosion de supernovae, les éruptions volcaniques ou en cuisine lorsque l'on prépare une vinaigrette. On caractérise généralement l'instabilité de Rayleigh-Taylor par la longueur d'onde et la vitesse de déstabilisation. Une autre instabilité très étudiée est l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Ces deux instabilités ont en commun le moteur de la déstabilisation qui est la variation de densité des fluides. Dans le cas de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, une seule phase est présente et la variation de densité est due à l'élévation de température à la base. De nouveau la longueur d'onde est étudiée, mais cette fois quand le système a atteint un régime stationnaire.

Les matériaux granulaires sont constitués d'un ensemble de particules individuelles. Quand ils sont mis en mouvement, ils adoptent un comportement proche des liquides. Un phénomène très intrigant obtenu

dans les écoulements granulaires est la ségrégation par taille (Brazil nut effect) : quand des particules de tailles différentes se trouvent dans l'écoulement, les grandes particules vont avoir tendance à migrer vers la surface. Une autre ségrégation "plus classique" peut avoir lieu dans un écoulement granulaire, si les particules ont des densités différentes, les plus denses se retrouvent au fond de l'écoulement.

Assez naturellement, on peut se demander ce qu'il se passe lorsque l'on met en mouvement un matériau granulaire constitué d'une couche de particules denses au dessus de particules moins denses. On peut se demander si une instabilité de Rayleigh-Taylor va se développer. Si l'on place cette fois des particules denses et grandes au dessus des particules petites et légères, la ségrégation va-t-elle stabiliser le système ou pas ? Si l'on prend les mêmes particules dans un écoulement initialement homogène, on sait que la ségrégation va faire migrer les particules grandes et denses vers la surface. Ce système est-il stable ou va-t-il se déstabiliser ? Si c'est le cas, le système va-t-il converger vers un système oscillant ou stationnaire ? C'est à l'ensemble de ces questions que nous allons répondre dans ces notes.

## 2 Méthodes

### 2.1 Simulation numérique

Les simulations numériques sont réalisées en utilisant la méthode des éléments distincts (DEM). La force normale est modélisée par un ressort linéaire amorti. Pour la force tangentielle un schéma de type Cundal et Strack est utilisé [3, 4]. Deux types de particules sont utilisées. Les petites particules ont les propriétés de l'acétate de cellulose : densité  $\rho = 1308 \text{ kg m}^{-3}$ , coefficient de restitution  $e = 0.87$  et coefficient de frottement  $\mu = 0.7$ , et un diamètre  $d = 6 \text{ mm}$  [3]. Les grandes particules ont les mêmes coefficients de frottement et de restitution, mais leur taille  $d_l$  et densité  $\rho_l$  sont modifiées en fonction des besoins. Pour éviter la cristallisation, chaque espèce a une distribution de taille homogène variant de  $0.95d$  à  $1.05d$ .

Le plan incliné est constitué en assemblant une monocouche aléatoire de "petites particules". Ces particules ont une masse infinie et ne bougent pas pendant la simulation. Les particules qui s'écoulent sont positionnées aléatoirement au dessus du plan rugueux, soit dans une organisation bi-couche (grandes particules au dessus), soit en une monocouche homogène. A  $t = 0$ , la gravité (initialement horizontale) est inclinée de  $23^\circ$  et l'écoulement commence. Des bords périodiques sont appliqués dans les deux directions horizontales.

L'état de ségrégation est quantifié en utilisant un indice de ségrégation :

$$IS = 2 \frac{CM_l - CM}{H}$$

où  $CM_l$  et  $CM$  sont les positions verticales des centres de masse des grandes et petites particules respectivement, et  $H$  est l'épaisseur totale de l'écoulement granulaire. Grâce au facteur 2, cet indice varie de 1 (état ségrégré : grandes particules au dessus), à -1 (état en ségrégation inversée : petites particules à la surface) en passant par 0 (état homogène).

### 2.2 Expériences

Le système expérimental est constitué d'un plan rugueux et d'un réservoir dans lequel les particules sont placées alternativement en environ 500 couches successives pour créer une alimentation la plus homogène possible. Le plan incliné fait 6.85 cm de large et 92 cm de long. Les particules utilisées

sont des billes de céramique, Zirshot de diamètre  $d \simeq 265\mu\text{m}$  et de densité  $\rho = 3850 \text{ kg m}^{-3}$  et des Cérabeads de diamètre  $d_l \simeq 530\mu\text{m}$  et de densité  $\rho_l = 6210 \text{ kg m}^{-3}$ . En  $t = 0$ , une trappe est soulevée et l'écoulement commence. Les mesures sont faites avec un caméscope et un appareil photo. L'épaisseur de l'écoulement est mesurée par la déviation d'une nappe laser.

### 3 Résultats

#### 3.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor directe

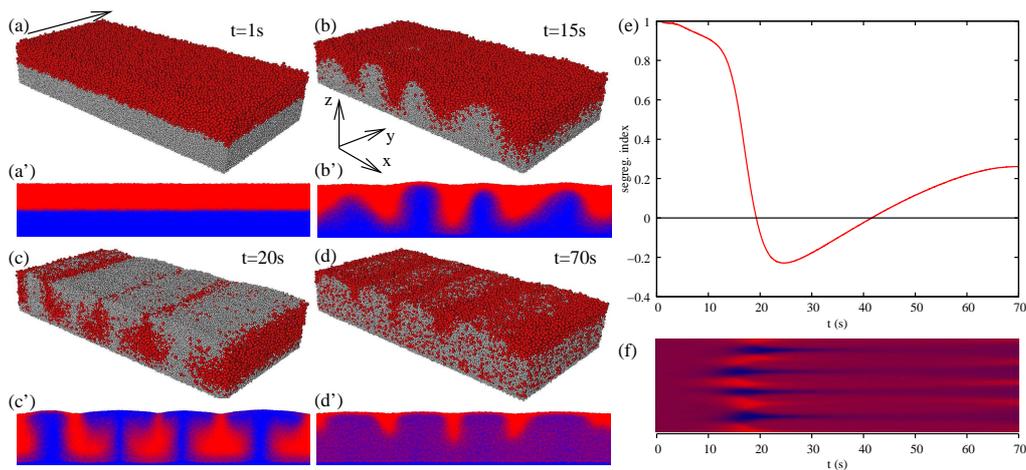


FIGURE 1 – Instabilité de Rayleigh-Taylor dans une configuration initialement bi-couche. (a-d) Images consécutives de la déstabilisation. La flèche indique le sens de l'écoulement (les grandes particules sont rouge). (a'-d') Profils de concentration moyennée dans la direction de l'écoulement  $y$ . (e) Évolution de l'indice de ségrégation au cours du temps. (f) Graphe spatio-temporel vu du dessus, la moyenne est faite sur l'épaisseur.

La figure 1 montre l'évolution d'un écoulement granulaire bidisperse d'épaisseur  $H = 36d$ , de longueur  $L = 100d$  et de largeur  $W = 200d$ , sur un plan incliné rugueux de pente de  $\theta = 23^\circ$ . Les particules ont un rapport de taille  $d_l/d = 2$ , un rapport de densité  $\rho_l/\rho = 1.5$ , la même proportion volumique (50%) et une configuration initiale bi-couche. On observe les instabilités en forme de champignons caractéristiques de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Malgré le rapport de taille entre les particules, la ségrégation granulaire ne réussit pas à stabiliser l'écoulement. Par ailleurs, l'instabilité est bidimensionnalisée par le cisaillement du à l'écoulement (direction  $y$ ). Les figures 1(e-f) permettent de faire le parallèle entre l'évolution de l'indice de ségrégation et l'évolution spatio-temporelle de l'instabilité. On voit que entre  $t = 10\text{s}$  et  $t = 20\text{s}$ , l'indice de ségrégation évolue très rapidement pendant que les bandes de chaque espèce se forment. En fin d'écoulement, un mélange a clairement lieu entre grandes et petites particules (Fig. 1(d')), toutefois, un système de bandes parallèles reste visible. La largeur du système étant de  $W = 200d$ , on peut estimer la longueur d'onde à  $\lambda \simeq 50d$ .

#### 3.2 Instabilité de Rayleigh-Taylor auto-induite

La figure 2 montre l'évolution d'un écoulement granulaire initialement homogène d'épaisseur  $H = 20d$ . Les autres paramètres sont identiques au cas de la figure 1. Entre  $t = 0$  et  $t \simeq 40\text{s}$ , la ségrégation granulaire induit une migration des particules pour former une couche de particules grandes et denses à la surface. Entre  $t \simeq 40\text{s}$  et  $t \simeq 70\text{s}$ , cette couche de particules se déstabilise pour former un motif en forme de champignons et un système de bandes parallèles. L'indice de ségrégation (Fig. 2(f)) cette fois

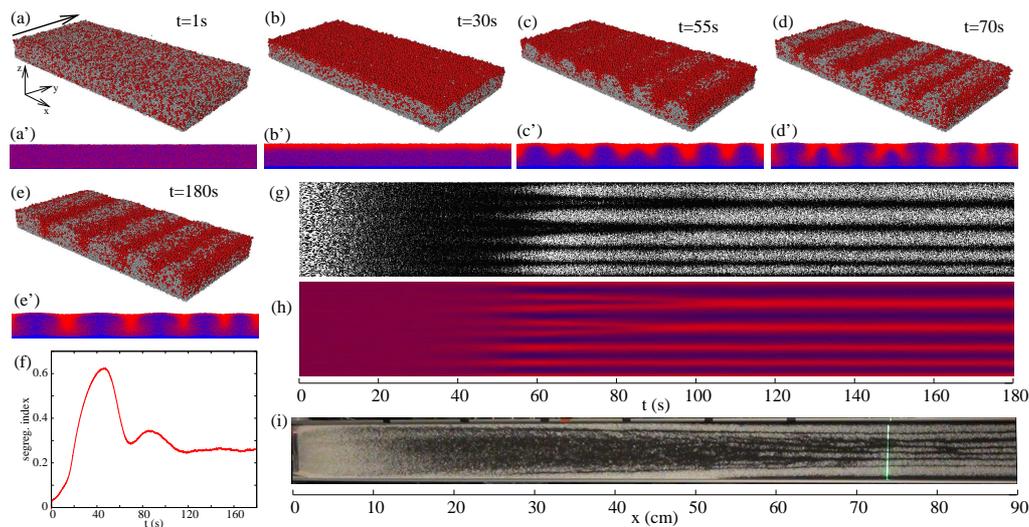


FIGURE 2 – Instabilité de Rayleigh Taylor dans une configuration initialement homogène (a-d) Images consécutives de la déstabilisation. La flèche indique le sens de l'écoulement. (a'-d') Profils de concentration moyennée sur la direction de l'écoulement  $y$  (les grandes particules sont rouge). (e) Évolution de l'indice de ségrégation au cours du temps. (h) Graphe spatio-temporel mesuré à la surface de l'écoulement (les grandes particules sont noires). (g) Graphe spatio-temporel où la moyenne est faite sur l'épaisseur. (i) Photo de l'expérience.

démarre à zéro (cas homogène), augmente jusqu'à 0.6 (système partiellement ségrégé) pour redescendre vers 0.25. On peut voir que le système atteint un régime stationnaire où les bandes perdurent. Nous reviendrons dans la suite sur ce régime stationnaire. Les figures 2(g-h) montrent les diagrammes spatio-temporels visible en surface (analogue à une mesure expérimentale) et moyenné dans l'épaisseur. On peut voir sur les photos et sur les diagrammes spatio-temporels que certaines bandes fusionnent. La longueur d'onde au moment de la déstabilisation est plus courte qu'en régime stationnaire. La figure 2(i) montre une expérience dans des conditions proches de la simulation. On peut voir l'état de mélange initial ( $0 < x < 10\text{cm}$ ), la ségrégation ( $10 < x < 45\text{cm}$ ), la déstabilisation ( $45 < x < 60\text{cm}$ ) et l'organisation en un système de bandes parallèles ( $x > 60\text{cm}$ ). Plusieurs expériences ont été faites et ont donné une longueur d'onde comprise entre  $\lambda \simeq 1.6H$  et  $2.5H$ . L'accord est raisonnable au vu des difficultés expérimentales.

### 3.3 Régime stationnaire, instabilité de type Rayleigh-Bénard

La figure 3 compare l'instabilité de Rayleigh-Taylor pour les deux conditions initiales pour un système avec  $H = 24d$ ,  $L = 30d$  et  $\rho_l/\rho = 2$ . Les autres paramètres physiques sont inchangés. Que ce soit dans le cas de l'instabilité de Rayleigh-Taylor directe (système initialement bi-couche) ou dans le cas de l'instabilité auto-induite (système initialement homogène), on voit que l'écoulement converge vers approximativement le même état de ségrégation (Fig. 3(a)) et le même système de bandes alternées (Figs. 3(b-c)). On peut noter que quand deux bandes fusionnent ( $t \simeq 100\text{s}$  pour le cas bicouche et  $t \simeq 200\text{s}$  dans le cas homogène) cela se traduit par une légère diminution de l'indice de ségrégation (voir flèches dans la figure 3(a)). Dans les 2 cas on obtient un système de 4 bandes parallèles ( $\lambda = 50d$ ). Notons toutefois que le système continue à évoluer et les 2 plus petites bandes devraient finir par fusionner. On voit que la longueur d'onde du régime stationnaire est plus importante que celle obtenue lors de la déstabilisation. Les figures 3(d-e) montrent le profil de concentration vertical (perpendiculaire à

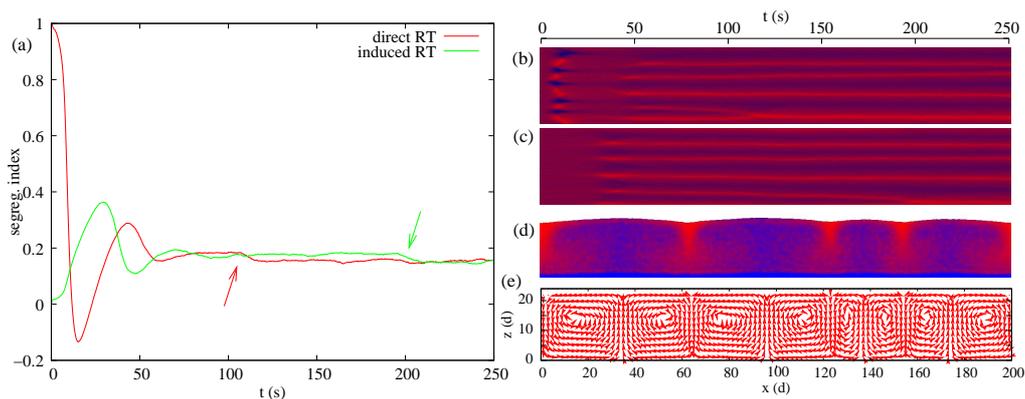


FIGURE 3 – Comparaison de l’instabilité aux temps longs. (a) Évolution de l’indice ségrégation pour les deux conditions initiales : bicouche (rouge) ou homogène (vert). Les flèches indiquent des fusions de bandes. Diagrammes spatio-temporel pour un système initialement bicouche (b) ou homogène (c). (d) Profil de concentration vertical (rouge correspond au grandes particules) et (e) carte de vitesse correspondante.

l’écoulement) et la carte de vitesse associées (moyenne faite de 220s à 250s). On retrouve un écoulement très analogue aux cellules de convection de Rayleigh-Bénard. Il est intéressant de noter que le moteur de l’instabilité est la ségrégation granulaire qui induit une migration des particules grandes (même si elle sont denses) vers la surface.

## 4 Conclusions

Un matériau granulaire constitué de deux types de particules avec des densités différentes en écoulement peut induire une instabilité de Rayleigh-Taylor. Si en plus du rapport de densité, les particules ont un rapport de taille, la ségrégation granulaire peut induire la formation d’une couche de particules denses à la surface qui se déstabilisera dans un second temps, il se forme une instabilité de Rayleigh-Taylor auto-induite. Après un régime transitoire et, indépendamment de l’état initial, l’écoulement granulaire bidisperse converge vers un système de bandes alternées présentant des cellules de recirculation perpendiculaires à l’écoulement principal. Ces cellules ressemblent à celles qui sont observées dans la convection de Rayleigh-Bénard. Le moteur de l’instabilité est la ségrégation granulaire.

La longueur d’onde et la vitesse de déstabilisation ont été systématiquement étudiées en fonction du rapport de taille, du rapport de densité, de l’épaisseur de l’écoulement, de la pente, de la proportion des espèces et de la configuration initiale. Ces résultats seront publiés bientôt [5].

## Références

- [1] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Courier Corporation, 2013.
- [2] F. Charu, Instabilités hydrodynamiques, EDP Sciences, 2007.
- [3] J. Schäfer, S. Dippel, and D. E. Wolf, Force schemes in simulations of granular materials, J. Phys. I (France) **6**(5), 5–20, 1996.
- [4] U. D’Ortona and N. Thomas, Evidence of reverse and intermediate size segregation in dry granular flows down a rough incline, Phys. Rev. E **97**(2), 022903, 2016.
- [5] U. D’Ortona and N. Thomas, to be submitted (2019).