# Modélisation et simulation du comportement de bétons confinés

# C. FARAHMANDPOUR<sup>a</sup>, S. DARTOIS<sup>a</sup>, M. QUIERTANT<sup>b</sup>, Y. BERTHAUD<sup>a</sup>, H. DUMONTET<sup>a</sup>

a. Sorbonne Université - Institut Jean le Rond d'Alembert, CNRS UMR 7190, 4 place Jussieu 75252 Paris Cedex 05 chia.farahmandpour@gmail.com, sophie.dartois@sorbonne-universite.fr
b. Université Paris-Est, IFSTTAR, 14-20 boulevard Newton 77447 Marne la Vallée marc.quiertant@mail.ifsttar.fr

## Résumé :

Depuis de nombreuses années, les techniques de renforcement de structures en béton armé (BA) par collage de polymères renforcés de fibres (PRF) trouvent un important champ d'applications dans le renforcement des poteaux en BA. Le chemisage par PRF confine le noyau du poteau et permet d'augmenter sa résistance et sa ductilité. Bien que de nombreux travaux expérimentaux aient été consacrés à l'étude de l'effet de confinement du PRF sur le comportement des poteaux en BA, la réalisation d'une simulation réaliste de la réponse structurelle de tels éléments présente encore de nombreuses difficultés liées aux modèles de comportement peu appropriés à reproduire précisément la réponse mécanique du béton confiné. Dans ces travaux de recherche, un modèle de comportement élasto-plastique endommageable est développé pour reproduire la réponse mécanique de bétons sollicités suivant un chemin triaxial de contraintes. Ce modèle prend en compte différents mécanismes de comportement du béton tels que les déformations irréversibles, l'endommagement dû à la microfissuration, la sensibilité au confinement et les caractéristiques de dilatation. Des résultats représentatifs de la campagne de validation du modèle sont également présentés sous forme d'une confrontation des résultats obtenus par simulation à des données expérimentales de la littérature sur des bétons confinés par des PRF présentant une large gamme de rigidité. Les capacités du modèle sont également illustrées et analysées sur des applications tridimensionnelles de poteaux en BA de taille réelle, non confinés ou confinés par PRF.

## Abstract:

For the past two decades, externally bonded Fiber Reinforced Polymers (FRP) has gained much popularity for the rehabilitation of reinforced concrete (RC) columns. In this technique, FRP wrap installed on the surface of a column acts as lateral confinement and enhance the strength and deformation capacity of the concrete element. Although many experimental works have been devoted to the study of confining effect of FRP on the behavior of RC columns, the numerical simulation of FRP-jacketed RC columns remains a challenging issue due to the lack of appropriate constitutive model for confined concrete. In this study, a damage plastic model is developed to predict the behavior of concrete under triaxial stress states. The proposed model takes into account different material behavior features such as irreversible strain, damage due to microcracking, confinement sensitivity and dilation characteristic. Salient results of the validation campaign of the model are here presented through confrontation of experimental data from the litterature with simulations considering FRP confined concrete with a wide range of confinement stiffness. The accuracy of the model in the three-dimensional finite element (FE) analysis of full-scale RC columns is furthermore demonstrated. Numerical results from the FE approach are then presented to gain an improve understanding of real size concrete column confined by both stirrups and FRP confinement systems.

#### Mots clefs : Modèle élasto-plastique endommageable, Béton Confiné, Polymère Renforcé de Fibres, Calcul de structure, Éléments Finis

## **1** Introduction

Depuis de nombreuses années, les techniques de renforcement de structures en béton armé (BA) par collage de polymères renforcés de fibres (PRF) trouvent un important champ d'applications dans le renforcement des poteaux en BA. Le chemisage par PRF confine le noyau du poteau et permet d'augmenter sa résistance et sa ductilité. Il possède par ailleurs les avantages des matériaux composites à savoir une facilité de mise en œuvre, un excellent rapport poids/résistance et l'insensibilité à la corrosion. Un inconvénient demeure le comportement au feu d'un tel renforcement. Bien que de nombreux travaux expérimentaux et de modélisation aient été consacrés à l'étude de l'effet de confinement du PRF sur le comportement des poteaux en BA, la réalisation de simulations réalistes de la réponse structurelle de tels éléments présente encore de nombreuses difficultés liées aux modèles de comportement peu aptes à reproduire précisément la réponse mécanique du béton confiné. Pour répondre à cette problématique on propose dans ce travail un modèle de comportement intrinsèque pour les bétons confinés, ainsi que quelques résultats issus de sa phase de validation et un exemple d'application à des calculs de structure à taille réelle.

## 2 Un modèle couplé pour le comportement élasto-plastique endommageable du béton confiné

On propose dans ce travail un modèle de comportement tridimensionnel pour le béton développé sous l'hypothèse des petites perturbations, en conditions isothermes et sans dépendance temporelle. Il s'agit plus précisément d'un modèle élasto-plastique couplé avec de l'endommagement isotrope. Son objectif est principalement de restituer la sensibilité au confinement des bétons de manière intrinsèque, sans recours à des lois empiriques et sans recourir à des paramètres matériaux dépendants du confinement comme c'est souvent le cas dans la littérature dédiée à l'influence du confinement par PRF. Ainsi le modèle doit être capable de restituer le comportement du béton quelque soit la nature du confinement.

### 2.1 Caractérisation de la plasticité et de l'endommagement

Les éléments constitutifs du modèle développé sont rapidement présentés ci-après. La relation contraintesdéformations est tout d'abord définie comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - \mathbf{d}) \underline{\underline{\underline{C}}}^0 : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p\right), \tag{1}$$

où  $\underline{\underline{\underline{C}}}^{0}$  est la rigidité élastique du matériau sain,  $\underline{\underline{\underline{c}}}$  et  $\underline{\underline{\underline{c}}}^{p}$  les déformations totale et plastique respectivement, et  $\overline{\underline{d}}$  la variable d'endommagement scalaire. La fonction de charge retenue est quadratique et inspirée des travaux de Pietruszczak et al. [1]. Elle est représentée en figure 1(a) dans le plan méridien.

$$\mathbf{F} = \mathbf{q} - \alpha_{\mathbf{p}}(\gamma_{\mathbf{p}}, \mathbf{d}) \frac{-\mathbf{c}_{1} + \sqrt{\mathbf{c}_{1}^{2} + 4\mathbf{c}_{2}(\mathbf{c}_{3} - \mathbf{p}/\mathbf{f}_{c})}}{2\mathbf{c}_{2}} \mathbf{f}_{c}.$$
 (2)

La résistance en compression uniaxiale du béton est notée  $f_c$ , p est la pression hydrostatique et q la contrainte déviatorique tels que :

$$\mathbf{p} = \frac{\mathrm{tr}(\underline{\underline{\sigma}})}{3}, \qquad \mathbf{q} = \sqrt{\mathbf{J}_2}, \quad \mathbf{J}_2 = \frac{1}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}, \qquad \underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\mathrm{tr}(\underline{\underline{\sigma}})}{3}\underline{\underline{I}}. \tag{3}$$

Les constantes  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  sont des paramètres du matériau qui définissent la forme de la surface de charge dans le plan méridien. La loi d'écrouissage  $\alpha_p(\gamma_p, d)$  est inspirée des travaux de Jia et al. [2] et dépend de la déformation plastique cumulée  $\gamma_p$  comme suit :

$$\alpha_{\mathbf{p}}(\gamma_{p}, \mathbf{d}) = (1 - \mathbf{d})\,\hat{\alpha}_{\mathbf{p}}, \qquad \hat{\alpha}_{\mathbf{p}} = \alpha_{\mathbf{p}}^{0} + (1 - \alpha_{\mathbf{p}}^{0})\,\frac{\gamma_{\mathbf{p}}}{\mathbf{B} + \gamma_{\mathbf{p}}},\tag{4}$$

où B > 0 et  $0 < \alpha_p^0 < 1$  sont des paramètres matériaux. La fonction  $\alpha_p(\gamma_p, d)$  est croissante en fonction  $\gamma_p$  et décroissante de d pour rendre compte de la phase adoucissante observée expérimentalement dans la partie post-pic. Enfin la déformation plastique cumulée  $\gamma_p$  est définie par la relation suivante :

$$\gamma_{p} = \frac{1}{\chi_{p}(p)} \int_{0}^{t} \dot{\gamma_{p}}(s) \, \mathrm{d}s, \qquad \dot{\gamma_{p}}(s) = \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^{p}(s) : \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^{p}(s), \qquad \chi_{p}(p) = \left(\frac{\langle -p - f_{c}/3 \rangle + f_{c}/3}{f_{c}/3}\right)^{a_{1}}, \tag{5}$$

où  $\langle . \rangle$  sont les crochets de Macaulay tels que  $\langle x \rangle = (|x| + x)/2$ . La fonction  $\chi_p \in ]0, 1]$ , paramétrée par la constante matériau  $a_1$ , est introduite pour prendre en compte l'effet du confinement sur le taux de écrouissage plastique via sa dépendance à *p* comme dans plusieurs travaux disponibles dans la littérature (voir par exemple les travaux de Grassl et al. [3]). Elle permet ainsi d'accroître les capacités de déformation des bétons en compression multiaxiale. Les caractéristiques de dilatance du béton sont décrites par un potentiel d'écoulement Q non associé avec une forme fermée de type Cam-Clay, également inspiré des travaux initiés par Pietruszczak et al. [1] et modifiés par Shao et al. [4]. Il est représenté dans le plan méridien en figure 1(b).

$$Q = q + (1 - d) \eta_{c} (c_{3} f_{c} - p) \ln \left(\frac{c_{3} f_{c} - p}{I_{0}}\right),$$
(6)

où  $\eta_c$  est la pente de la droite critique qui contrôle la transition entre compressibilité et dilatance plastiques. I<sub>0</sub> est la limite supérieure sur l'axe hydrostatique. Q est une fonction explicite de d. Ainsi une augmentation de l'endommagement peut mener à une plus grande dilatation du béton.

Les déformations irréversibles traduites par le modèle de plasticité ont pour principale origine de la friction au niveau des microfissures internes. L'endommagement total correspondant d est calculé à partir des endommagements en compression ( $d_c$ ) et en traction ( $d_t$ ) en suivant l'approche proposée par Lee et Fenves [5] pour simuler les effets unilatéraux d'ouverture et fermeture des fissures avec la relation:

$$\mathbf{d} = 1 - (1 - \mathbf{d}_{c}) \left( 1 - \mathbf{s}\left(\underline{\sigma}\right) \mathbf{d}_{t} \right) \qquad \text{où } \mathbf{s}(\underline{\sigma}) = \mathbf{s}_{0} + (1 - \mathbf{s}_{0}) \mathbf{r}(\underline{\sigma}). \tag{7}$$



Figure 1 – Représentation de la fonction de charge et du potentiel d'écoulement dans le plan méridien.

 $s_0 \in [0, 1]$  est un paramètre permettant de fixer la valeur minimale de s. En pratique, la valeur  $s_0 = 0$ a été retenue, comme suggéré par Lee et Fenves [5]. L'évolution de l'endommagement est contrôlée au moyen de deux déformations équivalentes distinctes, correspondant aux états de compression et traction respectivement. Elles sont toutes deux dépendantes de la déformation totale, notamment pour caractériser les états où l'endommagement est prépondérant sur la plasticité comme dans le cas de la traction simple.

$$\dot{\gamma}_{d}^{c} = (1 - r(\underline{\sigma}))\sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\dot{e}}^{p} : \underline{\dot{e}}^{p}, \quad \text{avec } \underline{\dot{e}}^{p} = \underline{\dot{e}}^{p} - \frac{\text{tr}\left(\underline{\dot{e}}^{p}\right)}{3} \underline{\underline{I}},$$

$$\dot{\gamma}_{d}^{t} = r(\underline{\sigma}) \dot{\varepsilon}_{\max}^{p}.$$
(8)

 $\dot{\varepsilon}_{\max}^{p}$  est la valeur propre maximale du tenseur du taux de déformation plastique,  $r(\underline{\sigma})$  est le facteur poids d'état de contraintes multiaxiale proposé par Lee et Fenves [5], un scalaire qui évolue dans l'espace des contraintes selon la loi ci-dessous :

$$\mathbf{r}(\underline{\sigma}) = \begin{cases} 0 \quad \text{si } \underline{\sigma} = \underline{0}, \\ \sum_{i=1}^{3} \langle \sigma_i \rangle / \sum_{i=1}^{3} |\sigma_i| \quad \text{sinon, avec } 0 \le \mathbf{r}(\underline{\sigma}) \le 1, \end{cases}$$
(9)

où  $\sigma_i$  sont les contraintes principales. Une valeur nulle du facteur de poids correspond au mode d'endommagement en compression et une valeur unitaire au mode d'endommagement en traction. Deux critères d'endommagement  $F_c$  et  $F_t$  correspondant à ces deux modes sont également définis, inspirés par les travaux de Mazars [6], Jia et al. [2], Lee et Fenves [5].

$$\mathbf{F}_{\mathbf{c}} = \chi_{\mathbf{d}}(\mathbf{p}) \left[ 1 - \exp\left( -\mathbf{A}_{\mathbf{c}} \gamma_{\mathbf{c}}^{\mathbf{d}} \right) \right] - \mathbf{d}_{\mathbf{c}} \le 0, \tag{10}$$

où  $A_c$ ,  $A_t$  sont des paramètres du matériau qui contrôlent la vitesse d'évolution de l'endommagement.  $\chi_d(p)$  est un coefficient qui définit la dépendance de l'évolution de l'endommagement  $d_c$  à la pression de confinement. La présence de ce coefficient est justifiée par les résultats expérimentaux (Sfer et al. [7] pour n'en citer qu'un) et aide à reproduire la transition du comportement fragile vers le comportement ductile lorsque le confinement augmente. L'introduction de ce coefficient dans le modèle permet de diminuer la valeur maximale atteignable par l'endommagement ainsi que la vitesse de développement de l'endommagement lorsque le confinement augmente.  $\chi_d(p)$  est défini par l'expression suivante :

$$\chi_{d}(\mathbf{p}) = \left(1 + a_{2}\left(\frac{\langle -\mathbf{p} - \mathbf{f}_{c}/3\rangle}{\mathbf{f}_{c}/3}\right)\right)^{-1}, \qquad 0 < \chi_{d}(\mathbf{p}) \le 1$$
(11)

où  $a_2$  est une constante du matériau. La fonction  $F_t$ , non reportée ici, fait l'objet d'une régularisation par énergie de fissuration afin de pallier le caractère local de l'endommagement et la dépendance pathologie à la taille de maille des simulations numériques comme détaillé dans Farahmandpour [8].

#### 2.2 Identification et validation du modèle

Au final le modèle obtenu présente treize paramètres matériaux (2 en élasticité, 7 en plasticité, 4 pour l'endommagement) tous identifiables sur des essais uniaxiaux et triaxiaux classiques. Une vaste étude de sensibilité a été menée par Farahmandpour [8], [9] conjointement à une série d'essais visant à valider le modèle et son implantation numérique dans le code aux éléments finis commercial Simulia (Abaqus) via une UMAT. Les simulations ont notamment été menées sur différentes classes de bétons, et pour différents types de confinement : un confinement nul, une pression latérale maintenue fixe et enfin une pression latérale fonction du chargement exercée par un chemisage PRF.

La figure 3 est un exemple représentatif de courbe réponse obtenue pour une éprouvette de béton de résistance à la compression  $f_c = 40$  MPa sollicitée en compression et confinée par un composite tissé à fibres de carbone ou PRFC. Les résultats expérimentaux auxquels les simulations sont confrontées ont été obtenus par Berthet et al. [10]. La contrainte axiale est fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Sur la figure 2(a) les résultats de simulation ont été obtenus avec le modèle "concrete damaged plasticity" fourni avec Abaqus et regroupant les travaux de Lubliner [11] et Lee et Fenves [5], alors que sur la figure 2(b) les résultats de simulation ont été obtenus par le modèle proposé dans ce travail. Le modèle "concrete damaged plasticity" peine à reproduire l'allure générale des courbes réponse et leur courbure et on observe une sous-estimation de la contrainte axiale pour le cas des confinements faibles (inférieurs à 4 plis de PRFC), et à l'inverse une surestimation de cette contrainte pour des confinements forts. Avec le modèle proposé les résultats de simulation sont en revanche satisfaisants pour les différentes valeurs de confinement, avec une bonne reproduction de la réponse quasi-bilinéaire caractéristique des bétons confinés par PRF, et un bon rendu de l'augmentation de la ductilité avec le confinement. Sur la figure 3(a) les résultats des essais de Berthet et al. [10] sont présentés sous forme de l'évolution de la contrainte axiale en fonction de déformation volumique pour différents confinements. Les résultats obtenus par simulation avec le modèle proposé y sont également reportés. On observe une prédiction tout à fait satisfaisante des propriétés de dilatance et de compactance des éprouvettes selon leurs confinements. Pour de forts niveaux de confinement obtenus avec 9 plis et 12 plis de composite, le comportement des éprouvettes confinées est entièrement compactant, ce qui est là aussi une caractéristique importante de la réponse des bétons confinés par PRF que le modèle proposé est capable de restituer.

Pour ce qui concerne la réponse aux chargements non montones des bétons confinés par RPF on présente en figure 3(b) sont reportés les résultats expérimentaux de Ozbakkaloglu et Akin [12] pour un béton de résistance à la compression  $f_c = 38$  MPa chemisé par deux plis de polymère renforcé de fibres d'aramide (PRFA) et soumis à un chargement de compression cyclique. À ces résultats sont ajoutés ceux obtenus par simulation avec le modèle proposé. L'enveloppe apparaît bien reproduite et on remarque que le chemisage en composite empêche la dégradation du module de Young du noyau de béton au cours des cycles. La dégradation du module de Young est même légèrement sous-estimée à la fin du chargement.



(a) Simulation avec le modèle existant dans Simulia (Abaqus)

(b) Simulation avec le modèle proposé implanté via UMAT

Figure 2 – Courbe réponse contrainte axiale en fonction des déformations axiale et latérale d'un béton en compression. Confrontation simulation / expérience pour différents niveaux de confinement par PRFC.



Figure 3 – Confrontation simulation avec le modèle proposé / expérience de la réponse en compression monotone ou cyclique d'un béton pour différents niveaux de confinement par PRF.

## 3 Application à des calculs de structures en BA confinées par PRF

Des séries de calculs sur divers types de structures d'envergure réelle ont été menées jusqu'à présent. On reporte ici les résultats obtenus pour la simulation du comportement de poteaux à section circulaire renforcés par des armatures d'acier sollicités en compression et confinés ou non par PRFC. Une représentation du maillage utilisé pour le béton et ses armatures internes est reportée en figure 4(a). Sur la figure 4(b) une confrontation est menée par superposition des des résultats obtenus par simulation à l'aide du modèle proposé avec les résultats expérimentaux obtenus par Matthys et al. [13]. On remarque que la modélisation est bien apte à reproduire le comportement du poteau confiné par ses seules armatures ou par les armatures et le composite sur l'ensemble de la courbe. L'étude des champs locaux solutions dans le béton effectuée par Farahmandpour [8] montre que le confinement par les armatures est renforcé par celui du PRF et sa répartition plus uniforme. Sur les figures 4(c) et 4(d) Le confinement par PRF a une faible influence sur les contraintes dans les aciers du cadre est faible en ce qui concerne les armatures longitudinales et les armatures transversales aux extrémités mais permet de réduire significativement les contraintes dans les cadres d'acier du milieu de poteau (approximativement 50 %), le composite empêchant même la plastification des armatures transversales en milieu du poteau. Cela est attribué au fait que le confinement passif par PRF permet de contrôler la dilatance importante du béton en milieu de poteau.



Figure 4 – Simulation sur poteaux en BA confinés par PRFC (K3) et de leur équivalent non confiné (K1) pour un essai de compression uniaxiale : maillage de la structure, réponse contrainte axiale fonction de la déformation moyenne et distribution de contrainte dans les armatures suivant leur axe au moment de rupture du poteau K1.

### 4 Conclusion et perspectives

Dans ce travail un modèle de comportement pour les bétons confinés a été développé, et ce indépendamment de la nature du confinement. Plus précisément, dans le cadre d'un confinement par PRF, le modèle est indépendant des paramètres du chemisage (nombre de pli, nature et rigidité des fibres ...), contrairement à de nombreuses références de la littérature. Les paramètres du modèle des paramètres matériaux des bétons, identifiables sur des essais classiques uniaxiaux et triaxiaux.

Le modèle a ensuite été validé par confrontation des résultats de simulation à des résultats expérimentaux de la littérature. Un exemple de validation pour un chargement uniaxial en compression est venu ici illustrer la capacité du modèle à rendre compte de l'augmentation de ductilité des bétons confinés, de la bonne estimation des niveaux de contrainte pour une déformation axiale donnée et enfin de la bonne restitution du comportement volumique du béton (toujours contractant) en fonction de la contrainte axiale ont permis de valider. Une illustration de la mise en œuvre du modèle sur un essai cyclique permettant de vérifier la faible dégradation du module de Young est venu compléter cette phase de validation. Enfin un exemple d'application sur des poteaux en BA de taille réelle non confinés et confinés par PRF sous chargement en compression a été reporté. Il met en évidence une distribution plus uniforme du confinement et de la charge axiale, ainsi qu'une diminution de la contrainte dans les cadres en acier. Les perspectives de ce travail sont nombreuses. La première actuellement en cours est l'utilisation du modèle pour des calculs de structures en BA avec des géométries et des chargement plus complexes. Une meilleure description du comportement aux interfaces entre BA et chemisage PRF est également investiguée.

#### References

- S. Pietruszczak, J. Jiang, F.A. Mirza, An elastoplastic constitutive model for concrete, Int. J. Solids Struct., 24(7) (1988) 705–722.
- [2] Y. Jia, H.B. Bian, K. Su, D. Kondo, J.F. Shao, Elasto- plastic damage modeling of desaturation and resaturation in argillites, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., 34(2) (2010) 187–220.
- [3] P. Grassl, K. Lundgren, K. Gylltoft Concrete in compression : a plasticity theory with a novel hardening law, International Journal of Solids and Structures, 39(20) (2002) 5205–5223.
- [4] J. Shao, Y. Jia, D. Kondo, A. Chiarelli, A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions, Mech. Mater., 38(3) (2006) 218–232.
- [5] J. Lee, G. Fenves, Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, Journal of Engineering Mechanics, 124(8) (1998) 892–900.
- [6] J. Mazars, A description of micro- and macroscale damage of concrete structures, Engineering Fracture Mechanics, 25(5) (1986) 729–737.
- [7] D. Sfer, I. Carol, R. Gettu, G. Etse, Study of the behavior of concrete under triaxial compression, Journal of Engineering Mechanics, 128(2) (2002) 156–163.
- [8] C. Farahmandpour, Modélisation et simulation du comportement des bétons confinés. Thèse, Université Pierre et Marie Curie Paris, VI, 2017.
- [9] C. Farahmandpour, S. Dartois, M. Quiertant, Y. Berthaud, H. Dumontet, A concrete damageplasticity model for FRP confined columns. Materials and Structures, 50(2) (2017) 1–17
- [10] J.F. Berthet, E. Ferrier, P. Hamelin, Compressive behavior of concrete exter- nally confined by composite jackets. Part A : experimental study Construction and Building Materials 19(3) (2005) 223–232
- [11] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic damage model for concrete International Journal of Solids and Structures 25(3) (1997) 299–326
- [12] T. Ozbakkaloglu, E. Akin, Behavior of FRP-confined normal- and high- strength concrete under cyclic axial compression Journal of Composites for Construction 16(4) (2012) 451–463
- [13] S. Matthys, H. Toutanji, L. Taerwe, Stress-strainbehavioroflarge-scalecircular columns confined with FRP composites, Journal of Structural Engineering, 132(1) (2006) 123–133.